

Branch-and-cut bi-objectif appliqué au problème du sac-à-dos bi-dimensionnel

Audrey Cerqueus, Xavier Gandibleux, Anthony Przybylski, Frédéric Saubion, Stefan Ruzika

▶ **To cite this version:**

Audrey Cerqueus, Xavier Gandibleux, Anthony Przybylski, Frédéric Saubion, Stefan Ruzika. Branch-and-cut bi-objectif appliqué au problème du sac-à-dos bi-dimensionnel. 17ème congrès de la société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2016), Feb 2016, Compiègne, France. hal-01411248

HAL Id: hal-01411248
https://hal.science/hal-01411248

Submitted on 7 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Branch-and-cut bi-objectif appliqué au problème du sac-à-dos bi-dimensionnel

Audrey Cerqueus[1], Xavier Gandibleux[2], Anthony Przybylski[2],
Frédéric Saubion[3], Stefan Ruzika[4]

[1] Université de Bretagne Sud, LabSTICC, Lorient, France
{audrey.cerqueus}@univ-ubs.fr
[2] Université de Nantes, IRCCyN, Nantes, France
[3] Université d'Angers, LERIA, Angers, France
[4] Universität Koblenz-Landau, Koblenz, Allemagne

Mots-clés : *Branch-and-cut, optimisation combinatoire multi-objectif, problème du sac-à-dos*

1 Introduction

Les problèmes de sac-à-dos multi-objectif multi-dimensionnel sont fréquemment utilisés pour modéliser des applications, telles que l'investissement de capitaux ou l'allocation de processeurs. Ces problèmes consistent à sélectionner un sous-ensemble d'objets de façon à ce que le cumul de leur poids ne dépasse pas une capacité donnée, sur m dimensions, tout en maximisant le profit sur p fonctions objectifs. Chaque objet est caractérisé par un poids non-négatif pour chacune des m dimensions et un profit non-négatif sur chacun des p objectifs. Ce problème est connu pour être particulièrement difficile lorsque plusieurs dimensions sont considérées, et ce même dans le contexte mono-objectif. Plusieurs variantes du problème peuvent être distinguées, en fonction du nombre d'objectifs et de contraintes pris en compte.

De nombreux travaux s'attachent à résoudre de manière exacte le problème du sac-à-dos multi-objectif mono-dimensionnel. La méthode de résolution employée est généralement une méthode en deux phases. La seconde phase est soit un algorithme de branch-and-bound (comme pour [6] dans le cas bi-objectif ou pour [3] pour le cas tri-objectif), soit une méthode de programmation dynamique [2], soit une méthode de ranking [3].

Le problème du sac-à-dos mono-objectif multi-dimensionnel a également été largement étudié. Afin de réduire le temps de résolution, l'ajout d'inégalités valides est souvent utilisé [4].

La variante du problème ayant sans doute été la moins étudiée est celle considérant simultanément plusieurs objectifs et plusieurs dimensions.

2 Motivations

Le travail que nous présentons porte sur la résolution exacte du problème de sac-à-dos bi-objectif bi-dimensionnel, en utilisant un algorithme de branch-and-cut. Cet algorithme associe les idées des méthodes de plans coupants et de l'algorithme du branch-and-bound. L'algorithme de branch-and-bound (aussi appelé procédure de séparation et évaluation) repose, comme son nom l'indique, sur l'évaluation de sous-problèmes. La relaxation convexe s'est montrée efficace en pratique pour l'évaluation de sous-problèmes pour plusieurs problèmes bi-objectif (voir par exemple [5]). En effet, cette relaxation permet de calculer un ensemble bornant convexe, particulièrement serré, qui se calcule en un temps raisonnable si la version mono-objectif du problème se résout en temps polynomial ou pseudo-polynomial. Le problème du sac-à-dos bi-objectif bi-dimensionnel ne respectant pas cette condition, cette relaxation devient coûteuse.

La relaxation continue présente des caractéristiques différentes : elle peut être résolue, relativement facilement, par l'algorithme du simplexe paramétrique, mais l'ensemble bornant supérieur obtenu est considérablement moins serré. Par conséquent, lorsque cette relaxation est utilisée, les arbres de recherche sont généralement grands.

Le but de ce travail est d'améliorer la qualité de l'ensemble bornant supérieur obtenu par la relaxation continue, en introduisant des inégalités de couverture, à chaque nœud de l'algorithme de branch-and-bound. L'algorithme devient donc un branch-and-cut. Pour les problèmes de sac-à-dos mono-objectif, les inégalités de couverture sont utilisées (cf [1]). Une couverture est un ensemble d'objets tel que le poids total de ces objets dépasse la capacité sur une des dimensions. Dans [1], les auteurs affirment qu'il n'est pas raisonnable de calculer l'ensemble des inégalités de couvertures, mais qu'il est intéressant de chercher des inégalités permettant de couper la solution optimale de la relaxation continue. Ils montrent que de telles inégalités peuvent être générées en résolvant un problème d'optimisation en variables binaires, basé sur cette solution.

3 Contribution

Dans ce travail, nous étendons la génération d'inégalités de couverture au contexte bi-objectif. Dans ce contexte, l'ensemble bornant issu de la relaxation continue est défini par un ensemble de solutions efficaces extrêmes. Ces solutions ont généralement un ensemble de variables dont les valeurs sont fractionnaires et cet ensemble varie d'une solution à l'autre. La génération d'inégalités est de ce fait plus complexe que dans le contexte mono-objectif. Il est alors essentiel de trouver un compromis entre la qualité de l'ensemble bornant obtenu et le temps d'exécution nécessaire à son calcul. Nous avons testé un grand nombre de stratégies pour générer les inégalités de couverture afin d'atteindre ce compromis.

Dans ce travail, nous comparons les performances obtenues considérant plusieurs variantes des inégalités de couverture, telles que les couverture étendues et les couvertures augmentées (lifted cover inequalities en anglais). Nous décrivons également différents mécanismes utilisés dans l'algorithme de branch-and-cut bi-objectif que nous avons développé (procédure de séparation, calcul de l'ensemble bornant supérieur, génération et exploitation d'inégalités de couverture,...). Ces stratégies sont validées expérimentalement.

Références

[1] Halan Crowder, Ellis L. Johnson, and Manfred W. Padberg. Solving large-scale zero-one linear programming problems. *Operations Research*, 31(5) :803–834, 1983.

[2] Charles Delort. *Algorithmes d'énumération implicite pour l'optimisation multi-objectifs exacte : exploration d'ensembles bornant et application aux problèmes de sac à dos et d'affectation.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris VI, 2011.

[3] Julien Jorge. *Nouvelles propositions pour la résolution exacte du sac à dos multi-objectif unidimensionnel en variables binaires.* PhD thesis, Université de Nantes, 2010.

[4] María Auxilio Osorio, Fred Glover, and Peter Hammer. Cutting and surrogate constraint analysis for improved multidimensional knapsack solutions. *Annals of Operations Research*, 117(1-4) :71–93, 2002.

[5] Francis Sourd and Olivier Spanjaard. A multiobjective branch-and-bound framework : Application to the biobjective spanning tree problem. *INFORMS Journal on Computing*, 20 :472–484, 2008.

[6] Marc Visée, Jacques Teghem, Marc Pirlot, and Ekunda Lukata Ulungu. Two-phases method and branch and bound procedures to solve the bi–objective knapsack problem. *Journal of Global Optimization*, 12 :139–155, 1998.