HAL open science

Simulation d'impact sur un écran tactile contenant des interfaces incertaines avec prise en compte du contenu fréquentiel moyenne fréquence

Philippe Rouch, Claude Blanzé

To cite this version:

Philippe Rouch, Claude Blanzé. Simulation d'impact sur un écran tactile contenant des interfaces incertaines avec prise en compte du contenu fréquentiel moyenne fréquence. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01408468

HAL Id: hal-01408468

https://hal.science/hal-01408468v1

Submitted on 5 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Simulation d'impact sur un écran tactile contenant des interfaces incertaines avec prise en compte du contenu fréquentiel moyenne fréquence

P. Rouch[1], **C. Blanzé**[2]

[1] LMT Cachan – ENS Cachan
61, av. du Pt Wilson
94235 Cachan Cedex
philippe.rouch@lmt.ens-cachan.fr

[2] LMSSC – CNAM
2 rue Conté
75003 Paris
claude.blanze@cnam.fr

Résumé — Ce travail propose une approche efficace afin de simuler la réponse stochastique, en moyenne fréquence, d'un écran tactile dont les modèles de liaisons comportent des paramètres aléatoires. Le premier ingrédient est l'utilisation d'un outil dédié à l'analyse des structures dans le domaine des moyennes fréquences : la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC). Le second ingrédient est l'utilisation du chaos polynomial pour représenter la réponse aléatoire de la structure. Les résultats obtenus sont comparés à des essais réalisés par vélocimétrie laser à balayage.

Mots clés — Vibrations moyennes fréquences, interface aléatoire, chaos polynomial, TVRC, vélocimètre laser.

1 Introduction

De nombreuses structures sont aujourd'hui dimensionnées en fonction de leur comportement dynamique transitoire. Si pour la plupart, le contenu fréquentiel de l'excitation ne contient que des basses fréquences aux vues de la structure étudiée, pour un certain nombre, le contenu moyenne fréquence ne peut être tronqué sous peine de commettre une erreur très importante sur la réponse transitoire. C'est par exemple le cas des structures spatiales soumises à des chocs pyrotechnique ou (comme dans le cadre de cette étude) le cas des écrans tactiles de nouvelles génération soumis à l'impact d'un stylet. Malheureusement, lors du calcul de la partie transitoire de la réponse d'une structure soumise à un choc, les méthodes classiquement utilisées, basées sur les méthodes éléments finis et les schémas d'intégration numérique, échouent à prendre en compte la partie moyennes fréquences dans la réponse. En effet pour décrire cette plage de fréquences, ces méthodes se heurtent à des coûts de calcul beaucoup trop importants et à des difficultés numériques liés à l'utilisation de maillages spatial et temporel très fins [1]. D'autre part il n'est pas possible d'appliquer les méthodes énergétiques dérivées de la SEA [2] car les moyennes spatiales ou fréquentielles qu'elles manipulent ne sont pas compatible avec le niveau de description nécessaire. Pour autant il ne s'agit pas de la seule difficulté : la réponse dynamique est très sensible aux

propriétés matériaux et aux conditions aux limites et plus particulièrement à l'amortissement principalement localisé au niveau des liaisons. Son identification est très délicate et la variabilité des résultats obtenus reste très importante.

Dans ce travail, nous proposons une nouvelle approche permettant de simuler le comportement transitoire d'une structure dont le chargement excite aussi bien la gamme des basses que celle des moyennes fréquences et dont la mauvaise connaissance des paramètres de liaison est prises en compte par des variables aléatoires.

Le premier ingrédient est l'utilisation d'un outil dédié à l'analyse des structures dans le domaine moyenne fréquence : la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC) [3] dont les principales caractéristiques sont :

- L'utilisation de fonctions de base à deux échelles types (modes intérieurs, modes de bord, modes de coin, etc) vérifiant la relation de comportement et l'équation de la dynamique,
- La manipulation de grandeurs effectives au sens moyennes fréquences lors du calcul final (celui-ci ne visant qu'à déterminer la contribution linéaire de chaque mode comportant de façon intrinsèque une partie fortement oscillante),
- La gestion indépendante de chaque sous-structure ; les conditions aux limites ainsi qu'aux interfaces étant satisfaites en moyenne de façon automatique à l'aide de la formulation variationnelle.

Le second ingrédient est l'utilisation du chaos polynomial pour représenter la réponse aléatoire de la structure [4]. Comme les seuls paramètres incertains sont localisés au niveau des interfaces, on tire parti de la formulation à deux échelles de la TVRC, ce qui conduit à des coûts de calculs très réduits. Une écriture similaire est utilisée pour représenter la dépendance fréquentielle du système.

Le dernier ingrédient concerne une écriture fréquentielle de la TVRC [5] dédiée au calcul de la réponse transitoire et notamment appliquée pour la simulation de la propagation des ondes dues à des chocs pyrotechniques sur des plaques. Le problème de dynamique transitoire est réécrit à l'aide d'une formulation variationnelle dans le domaine fréquence-espace. Ainsi, la transformée de Fourier est appliquée à toutes les quantités dépendant du temps, conduisant alors à des fonctions dépendant de la fréquence. Par conséquent le problème à résoudre est un problème de vibrations forcées sur une large bande de fréquences contenant les moyennes fréquences.

2 Rappel de la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC)

2.1 Problème de référence

Dans le but de simplifier la présentation, considérons le problème de vibration entretenue, d'un assemblage de deux plaques minces, élastiques, homogènes, isotropes en théorie de Kirchhoff-Love, ceci pouvant être aisément généralisé à un nombre quelconque de sous-structures. Classiquement, toutes les quantités sont définies dans le plan complexe : l'amplitude $\underline{Q}(\underline{X})$ est associée à $\underline{Q}(\underline{X}).\exp(i\omega t)$.

Soient S_1 et S_2 deux plaques, de bords respectifs ∂S_1 and ∂S_2, soumises à une sollicitation harmonique de fréquence constante ω. L'interface entre S_1 and S_2 sera notée Γ_{12}. Les quantités d'intérêts sont la déflection w_l et le tenseur des moments $\mathbf{M}_l$. Pour S_l, introduisons l'espace d'admissibilité $\mathcal{S}^l_{ad}$ du couple déflection-moment $s_l = (w_l, \mathbf{M}_l)$, défini sur S_l tel que :

$$s_l \in \mathcal{S}_{ad}^l \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} s_l \in \mathcal{U} \times \mathcal{S} \quad \text{(ensembles à énergie finie)} \\ \Delta\Delta w_l - k_l^4 w_l = 0 \quad \text{dans } S_l \\ \mathbf{M}_l = \dfrac{2h_l^3}{3}(1+i\eta_l)\,\mathbf{K}_{CPl}\,\mathcal{X}(w_l) \\ \quad \text{pour} \quad l = 1,2 \quad \text{avec} \quad k_l^4 = \dfrac{3\rho_l\omega^2(1-\nu_l^2)}{(1+i\eta_l)E_l h_l^2} \end{cases} \tag{1}$$

où k_l est le nombre d'onde et où ρ_l, ν_l, η_l, E_l et $2h_l$ désignent respectivement la masse volumique, le coefficient de Poisson, le coefficient d'amortissement structural, le module d'Young et l'épaisseur de la plaque S_l. $\mathbf{K}_{CPl}$ représente le tenseur de Hooke en contraintes planes et $\mathcal{X}$ le tenseur de courbure. Les champs $\mathcal{S}_{ad}^l$ sont admissibles au sens où ils vérifient à la fois l'équilibre intérieur et la relation de comportement de façon exacte.

2.2 Formulation variationnelle associée à la TVRC

La TVRC est une formulation globale des conditions aux limites et de transmission en termes à la fois de déplacements et d'efforts le long de Γ_{12} [6, 3].

La méthode comporte en deux étapes : tout d'abord construction des champs admissibles, ensuite prise en compte des conditions aux limites à travers la formulation variationnelle associée à un sous ensemble de champs admissibles choisis parmis les éléments de $\mathcal{S}_{ad}$.

Elle utilise une approximation à deux échelles : par exemple, la solution dans la zone intérieure peut s'écrire de la façon suivante :

$$W(\underline{X},\underline{P}) = a(\underline{P})\exp\left(\frac{\eta}{4}\sqrt{\omega}\underline{P}\cdot\underline{X}\right)\exp\left(i\sqrt{\omega}\underline{P}\cdot\underline{X}\right) = a(\underline{P})w_e(\underline{X},\underline{P}) \tag{2}$$

où $e^{i\sqrt{\omega}\underline{P}.\underline{X}}$ représente la partie « rapide » du champ définie explicitement. $\underline{P}$ désigne le vecteur caractéristique du mode de vibration local, choisi de sorte que ce mode vérifie les équations de la dynamique et $a(\underline{P})$ est l'amplitude complexe du rayon complexe élémentaire $w_e(\underline{X},\underline{P})$. Il existe différents choix possibles en fonction de la zone vibratoire étudiée (intérieure, « bord » et « coin »). Afin de prendre en compte la relation d'admissibilité (Eq. (1)), le lieu de l'extrémité du vecteur d'onde admissible $\underline{P}$ pour la zone intérieure doit appartenir à un cercle $\mathcal{C}$, caractéristique du matériau. Toutes les directions des rayons admissibles sont prises en compte. La solution w^{sol} s'ecrit alors :

$$w^{sol}(\underline{X}) = \int_{\mathcal{C}} W(\underline{X},\underline{P})\,ds \tag{3}$$

Par construction, w^{sol} dépend de l'amplitude généralisée $a(\underline{P})$ définie sur $\mathcal{C}$. Afin de passer à la formulation discrétisée, il suffit de définir des sous espaces de dimensions finies $\mathcal{S}_{ad}^{lh}$ à partir de $\mathcal{S}_{ad}^l$. En pratique, on discrétise la courbe $\mathcal{C}$ en N éléments de tailles pouvant être différentes (sur la Fig. 3, $\mathcal{C}$ est discrétisée en huit éléments de même taille). L'amplitude $a(\underline{P})$ est considérée commme constante le long de secteurs angulaires a_i^h. Ainsi :

$$w^h(\underline{X}) = \sum_{i=1}^{n} a_i^h \int_{\mathcal{C}_i} w_e(\underline{X},\underline{P})\,ds = \sum_{i=1}^{n} a_i^h w_i^h(\underline{X}) \tag{4}$$

Dans le cas de l'assemblage de deux sous-stuctures S_1 et S_2, la formulation variationnelle conduit à un système d'équations de dimension finie dans le domaine complexe.

$$\mathbf{K}\,\mathbf{a} = \mathbf{f} \tag{5}$$

$\mathbf{K} = \mathbf{E_D^h} + \mathbf{Z_h}$, où $\mathbf{E_D^h}$ est la matrice d'amortissement symétrique, définie positive, associée à la puissance dissipée, et $\mathbf{Z_h}$ est la matrice associée à la forme bilinéaire définie par ${\mathbf{Z_h}}^{T*} = -\mathbf{Z_h}$. $\mathbf{f}$ est le vecteur associé à la forme linéaire et $\mathbf{a}$ est le vecteur des amplitudes inconnues.

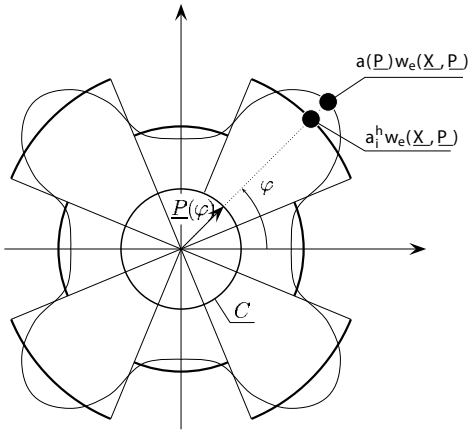

Figure 1 – Discrétisation angulaire des amplitudes

2.3 Le modèle d'interface

Chaque interface est une entité mécanique dont le comportement spécifique dépend du type de connections ; par exemple, une interface élastique avec amortissement hystérétique entre deux plaques non coplanaires est décrite par :

$$-\underline{n_1}\mathbf{M}_1\underline{n_1} + \underline{n_2}\mathbf{M}_2\underline{n_2} = 0 \qquad \text{Equilibre} \tag{6}$$

$$\frac{1}{2}(\underline{n_1}\mathbf{M}_1\underline{n_1} + \underline{n_2}\mathbf{M}_2\underline{n_2}) = -k_c(1+i\eta_c)(w_{1,n_1} + w_{2,n_2}) \qquad \text{Comportement} \tag{7}$$

où k_c est le coefficient de rigidité à la flexion et η_c le coefficient d'amortissement. Dans cette application, la nature aléatoire de la réponse provient uniquement du comportement aléatoire des liaisons entre certaines sous-structures. Les paramètres incertains de liaisons sont modélisés par un ensemble de variables aléatoires $\{\alpha(\theta)\}$, θ appartenant à un certain espace des événements Ω.

2.4 Discrétisation dans l'espace aléatoire : le Chaos Polynomial (ECP)

Les paramètres d'interface stochastiques conduisent à un système linéaire similaire à Eq. (5) :

$$\mathbf{K}(\theta)\,\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{f} \tag{8}$$

La variable $\mathbf{a}(\theta)$ peut se décomposer dans la base du Chaos Polynomial [4] :

$$\mathbf{a}(\theta) = \sum_{i=0}^{P} \mathbf{a}_i \Psi_i(\theta) \tag{9}$$

où $\{\Psi_i(\theta)\}$ sont des polynomes des variables aléatoires gaussiennes $\{\xi_i(\theta)\}$, lesquels forment une base complète dans l'espace de Hilbert des variables aléatoires du second ordre. Le nombre de polynomes P dépend de l'ordre p de la décomposition Chaos et du nombre L de paramètres stochastiques d'entrée. Supposons que les paramètres matériaux soient constants le long de l'interface. Sinon une décomposition de Karhunen-Loeve peut être utilisée pour représenter la dépendance spatiale et stochastique des caractéristiques d'interface.

Le paramètre stochastique d'interface $\alpha(\theta)$ est une variable aléatoire définie par :

$$\alpha(\theta) = \overline{\alpha}(1+\delta g(\xi(\theta))) \quad \text{avec} \quad g(x) = \frac{2\arcsin(\mathrm{Erf}(\frac{x}{\sqrt{2}}))}{\sqrt{-8+\pi^2}} \tag{10}$$

où $\overline{\alpha}$ est l'espérance mathématique de $\alpha(\theta)$, δ le coefficient de variation (écart-type divisé par la moyenne), $\xi(\theta)$ une variable normale centrée réduite $\xi(\theta) \sim N(0,1)$ et g une fonction non linéaire telle que la densité de probabilité de $\alpha(\theta)$ soit à support borné.

Le système (Eq. (8)) devient : $\sum_{j=0}^{P}\sum_{i=0}^{L} c_{ijk}\mathbf{K}_i\mathbf{a}_j = \delta_{0k}\mathbf{f} \quad k = 0,1,\ldots P$, où les coefficients c_{ijk} représentent $\left\langle g(\xi_i)\Psi_j(\theta)\Psi_k(\theta)\right\rangle$ et ne sont calculés qu'une seule fois. Les inconnues $\mathbf{a}_j$ sont obtenues par la résolution de ce système linéaire de taille $(P+1)\,n \times (P+1)\,n$ (n étant le nombre de degrés de liberté) [4].

3 Exemple : Ecran tactile

L'exemple proposé représente un écran tactile de nouvelle génération (www.sensitiveobject.fr). Il s'agit d'une dalle de verre rectangulaire reliée au bâti par des joints élastomères. Les joints utilisés étant de structure alvéolaire, leur comportement élastique varie beaucoup en fonction de leur taux de compression. Les raideurs et amortissement liés à leur comportement en translation verticale comme en rotation seront modélisés par des variables aléatoires.

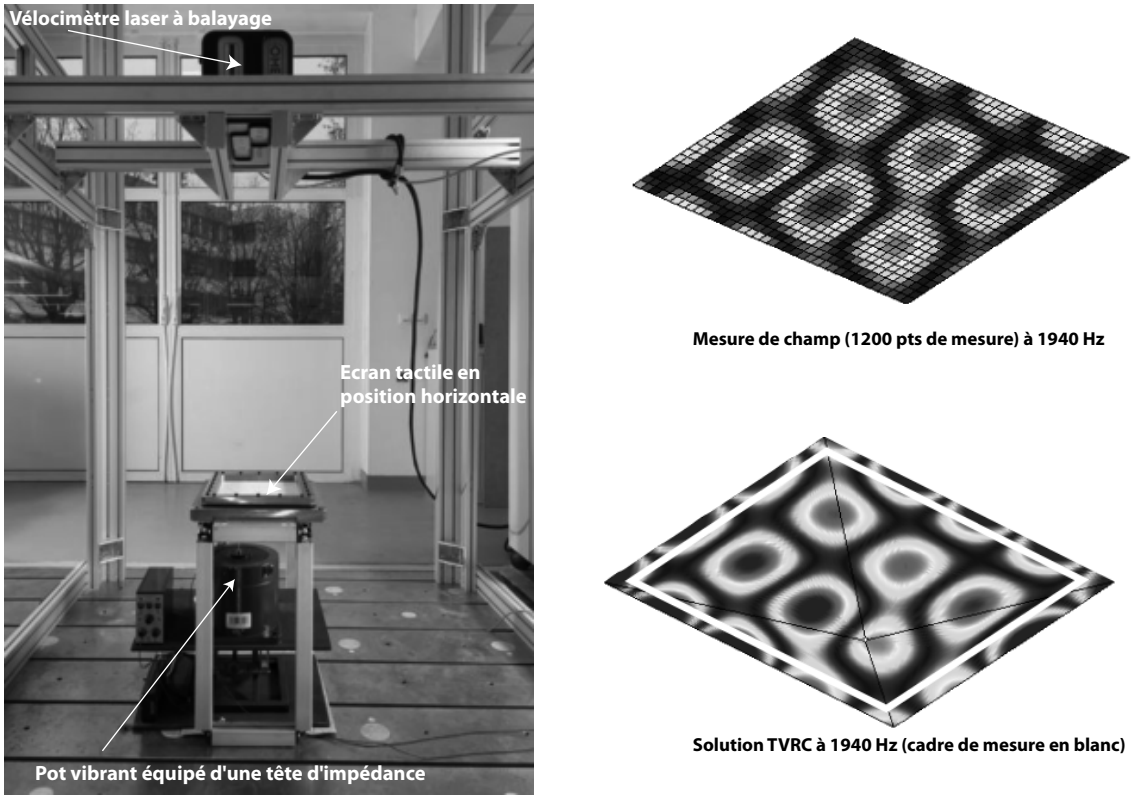

Figure 2 – Discrétisation angulaire des amplitudes

Pour cette application, on utilise une décomposition dans le Chaos Polynomial d'ordre 2 (n=2) avec 4 paramètres aléatoires d'entrée (L=4) qui conduit au calcul de 15 coefficients associés aux 15 polynomes d'Hermite. Les histogrammes du déplacement au centre de la plaque entre la solution « Chaos » et la solution issue d'un tirage de Monte Carlo (10 000 tirages) sont très proches et attestent de la bonne réprésentation de la solution par la méthode proposée. Il est alors possible de construire des fonctions de réponse en fréquence probabilistes permettant de matérialiser l'influence de la variabilité du comportement des joints sur une large gamme fréquentielle comprenant les moyennes fréquences. Une fois ces réponses construites, on revient dans le domaine temporel à

l'aide d'un transformée de Fourier inverse [5] ce qui permet de reconstruire la solution temporelle probabiliste à un impact sur l'écran.

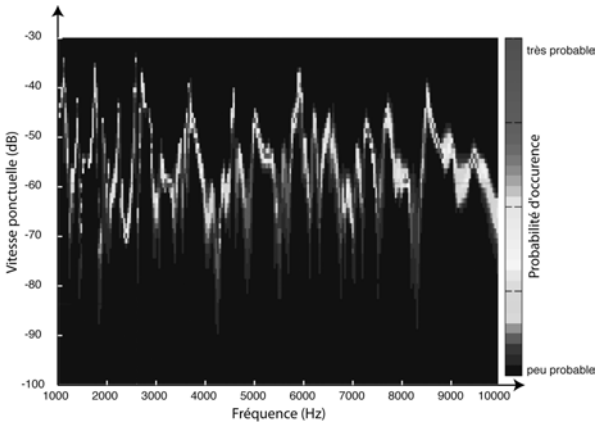

Figure 3 – Fonction de réponse en fréquence probabilistes

3.1 Conclusion

La TVRC est une approche générale de résolution de calcul de structures dans le domaine des vibrations moyennes fréquences qui conduit à la résolution d'un système linéaire de très petite taille. Son couplage avec des approches de type chaos polynomial se fait donc à coût numérique raisonnable ce qui permet d'envisager des simulations de réponses temporelles probabilistes prenant en compte le contenu moyenne fréquence du signal.

Références

[1] F. Ilhenburg and I. Babuška. Dispersion analysis and error estimation of Galerkin finite element methods for Helmholtz equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38 :3745–3774, 1995.

[2] R.H. Lyon and G. Maidanick. Power flow between linearly coupled oscillators. *JASA*, 34 (5) :623–639, 1967.

[3] P. Rouch and P. Ladevèze. The variational theory of complex rays : a predictive tool for medium-frequency vibrations. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 192 :3301–3315, 2003.

[4] R.G. Ghanem and P.D. Spanos. *Stochastic Finite Elements : A Spectral Approach*. Springer, Berlin, 1991.

[5] P. Ladevèze and M. Chevreuil. A new computational method for transient dynamics including the low- and the medium-frequency ranges. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 64 :503–527, 2005.

[6] P. Ladevèze, L. Arnaud, P. Rouch, and C. Blanzé. The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations. *Engineering Computations*, 18(1/2) :193–214, 2001.