HAL open science

Actionnement multiparamétrique de plaques bistables

Amancio Fernandes, Corrado Maurini, Stefano Vidoli

To cite this version:

Amancio Fernandes, Corrado Maurini, Stefano Vidoli. Actionnement multiparamétrique de plaques bistables. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01408461

HAL Id: hal-01408461

https://hal.science/hal-01408461v1

Submitted on 5 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Actionnement multiparamétrique de plaques bistables

A. Fernandes[1], **C. Maurini**[1], **S. Vidoli**[2]

[1] Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR 7190 (UPMC Univ Paris 06, CNRS)
F-75005 Paris, France
{amancio.fernandes, corrado.maurini}@upmc.fr

[2] Dip. di Ingegneria Strutturale e Geotecnica (Università di Roma La Sapienza)
via Eudossiana 18, 00184 Rome, Italie.
stefano.vidoli@uniroma1.it

Résumé — On se propose, à partir d'un modèle de plaques multicouches orthotropes sous l'hypothèse de courbure uniforme, d'étudier la conception d'un actionnement multiparamétrique efficace pour ces structures non linéaires. Ce modèle sera validé par des simulations numériques éléments finis.

Mots clés — Contrôle de forme, plaque composite, stabilité, piézoélectrique.

1 Introduction

Un grand changement de forme, et ce malgré l'application d'une force relativement modérée, peut être obtenu pour certaines structures bien adaptées en exploitant les non-linéarités géométriques ou les phénomènes d'instabilité. L'avantage des structures multistables est que par un faible actionnement on peut passer d'une configuration d'équilibre à une autre en engendrant de grands déplacements. L'étude de la multistabilité et des effets non linéaires géométriques dans les plaques composites ont donné lieu à un intérêt particulièrement croissant ces dernières années du fait des avancées significatives dans l'utilisation des matériaux intelligents (actionneurs piézoélectriques ou à mémoire de forme par exemple). Les applications industrielles sont très nombreuses allant des structures déployables pour l'aérospatiale aux micropompes. Plusieurs études numériques et expérimentales [1, 4, 5] se sont intéressées à la possibilité d'utiliser un actionneur piézoélectrique pour faire passer une plaque composite multicouche bistable d'une configuration d'équilibre à une autre. Par ailleurs, des travaux récents [3, 7] ont étudié l'influence de la géométrie et des propriétés matérielles sur la multistabilité des coques. On veut étudier la configuration d'équilibre de plaques multicouches orthotropes en fonction des effets induits par effet thermique ou électrique. Le but est donc de déterminer le nombre et la forme des configurations d'équilibre stable ainsi que d'étudier la conception d'un actionnement multiparamétrique efficace pour ces structures non linéaires.

2 Modélisation

A partir d'un modèle non-linéaire de plaques composites de von-Kármán, simplifié sous l'hypothèse de courbure uniforme dans l'espace [3, 6, 7], on peut écrire l'énergie potentielle totale adimensionnelle de la façon suivante :

$$U(K) = \frac{1}{2} D\,(K-H)\cdot(K-H) + \frac{1}{2}\,(\det K)^2\,, \tag{1}$$

avec $K = (K_x, K_y, 2K_{xy})^T$ et $H = (H_x, H_y, 2H_{xy})^T$ respectivement les représentations dans la notation de Voigt de la courbure et de la courbure dans la configuration relaxée (sans contrainte). L'hypothèse de courbure uniforme reste valable pour des plaques libres aux bords et dont les seuls types de chargement possibles H modélisent les effets des déformations inélastiques (thermiques, plastiques ou piézoélectriques induits par des matériaux actifs).

La matrice de rigidité en flexion sans dimension $D = \widetilde{D}/\widetilde{D}_{11}$ où $\widetilde{D} = \overline{D} - \overline{B}^T \bar{A}^{-1} \overline{B}$ s'écrit en fonction de $\bar{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{D}$ respectivement les matrices standards 3×3 de la théorie des plaques de rigidité en extension, en couplage extension-flexion et en flexion. Pour des plaques orthotropes D est de la forme :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \rho\left(1 - \dfrac{\nu^2}{\beta}\right) \end{bmatrix}, \tag{2}$$

avec $\beta = \widetilde{D}_{22}/\widetilde{D}_{11}$, $\nu = \widetilde{D}_{12}/\widetilde{D}_{11}$, $\rho = \widetilde{D}_{33}\widetilde{D}_{22}/(\widetilde{D}_{11}\widetilde{D}_{22} - \widetilde{D}_{12}^2)$.

Dans l'équation (1) le premier terme est l'énergie élastique en flexion et le second l'énergie en extension réécrite en terme de courbure en utilisant les équations de compatibilité de la plaque de von-Kármán.

3 Equilibres et stabilités

Les équilibres stables sont obtenus comme minima de $U(K)$. Par la suite, on se place dans le cas où $H_{xy} = 0$ (pas de courbure inélastique en torsion). En résolvant des équations polynomiales non linéaires, on est capable de déterminer tous les minima de $U(K)$ à H_x et H_y donnés. Leur stabilité est ensuite déterminée avec l'étude de la dérivée seconde de l'énergie.

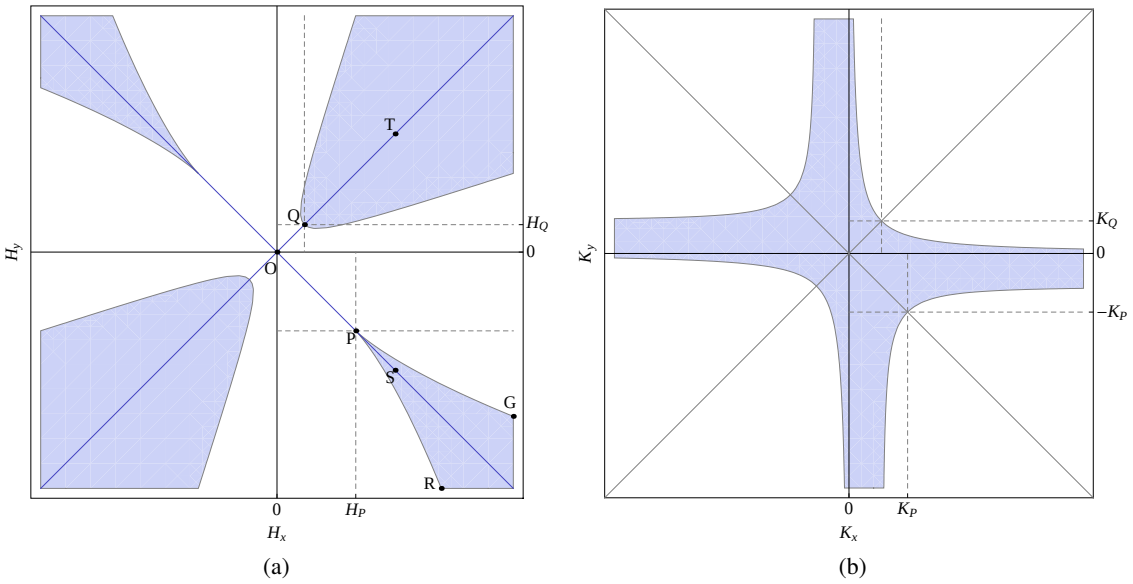


Figure 1 – Diagramme de stabilité dans le plan $H_x - H_y$ (a) et dans le plan $K_x - K_y$ (b).

La Figure 1(a) représente le nombre de configurations d'équilibre stable (blanc pour 1 et gris pour 2) en fonction de H_x et H_y pour une plaque composite formée par deux couches identiques orientées à [0°/90°] avec les propriétés matérielles du Tableau 1. Cette configuration étudiée expérimentalement par [5] correspond à $\beta = 1$, $\nu = 0.0417$, $\rho = 0.0402$. Dans la Figure 1(b), on divise

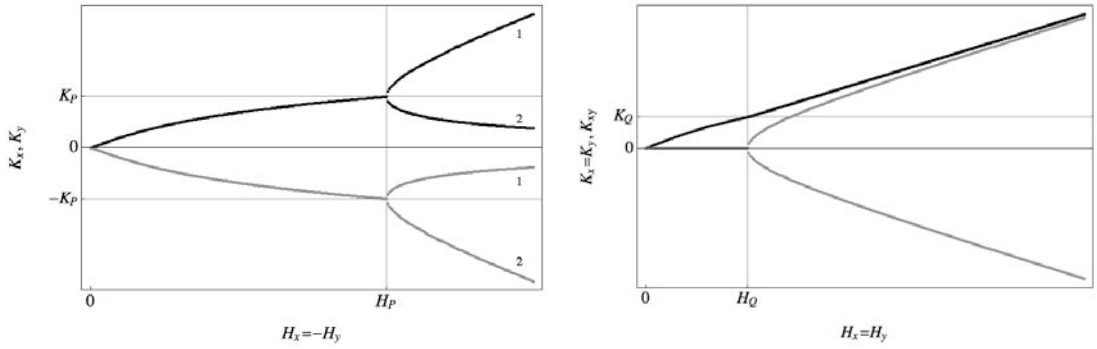
	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	α_1 (10^{-6}/°C)	α_2 (10^{-6}/°C)
AS4/3502 (0°)	135.	9.5	5.	0.3	0.02	30.

Tableau 1 – Données du matériau AS4/3502 orienté à 0°.

l'espace des configurations $K_x - K_y$ en régions où l'équilibre stable est possible (en gris) ou non (en blanc). On remarque que la division de l'espace est indépendante de H étant donné que H n'intervient pas dans la dérivée seconde de $U(K)$ par rapport à K.
Les Figures 2(a) et 2(b) sont respectivement les diagrammes de bifurcation lorsque H varie le long du segment OS ($H_x = -H_y$) et le long du segment OT ($H_x = H_y$) de la Figure 1(a). En Figure 2(a), pour $K_{xy} = 0$, la courbe noire correspond à K_x alors que la grise correspond à K_y. En Figure 2(b), $K_x = K_y$ est représentée en noir alors que la composante K_{xy} apparaît en gris.

On observe deux comportements différents en fonction du signe de la courbure de Gauss H_xH_y des déformations inélastiques :

- pour $H_xH_y < 0$ les configurations sans torsion ($K_{xy} = 0$) sont toujours stables ; le passage entre la zone monostable (blanc) et la zone bistable (grise) se réalise par une bifurcation dans le plan $K_x - K_y$ à $K_{xy} = 0$.
- pour $H_xH_y > 0$ le passage entre la zone monostable et la zone bistable peut avoir lieu pour une bifurcation en torsion. C'est le phénomène observé pour notre cas (voir Figure 2(b))



(a) (b)

Figure 2 – Diagrammes de bifurcation pour une variation de H : (a) le long de OS et (b) le long de OT de la Figure 1(a).

4 Actionnement multiparamétrique

On regarde plus en détail la zone entourant le point critique P de la Figure 1(a). On suppose que la plaque est soumise à des courbures inélastiques correspondant au point A de la Figure 3(a) qui peuvent être engendrées par des effets thermiques ou des déformations plastiques. La plaque possède alors deux configurations d'équilibre stable A_1 et A_2 représentées en Figure 3(b). On suppose par la suite que la configuration initiale est $K = A_1$.

Certains auteurs ont étudié l'utilisation de courbures induites par des actionneurs piézoélectriques pour contrôler le passage entre les configurations A_1 et A_2. Par l'intermédiaire d'un seul paramètre d'actionnement (H_x, H_y ou une combinaison linéaire des deux), on peut engendrer la perte de stabilité de la position d'équilibre de A_1. Le passage à la position d'équilibre A_2 se fait alors par un phénomène de claquage (cas de l'actionnement AEA).

On montre ici qu'avec deux paramètres d'actionnement on peut réaliser une transition quasistatique entre les deux configurations d'équilibre stable A_1 et A_2 sans phénomène d'instabilité. On l'obtient par exemple avec le parcours $ACDEA$ en Figure 3(a). La configuration actuelle passe alors par les équilibres stables $A_1, B_1, C_1, D_1, E_2, F_2$ et finalement A_2 de la Figure 3(b).

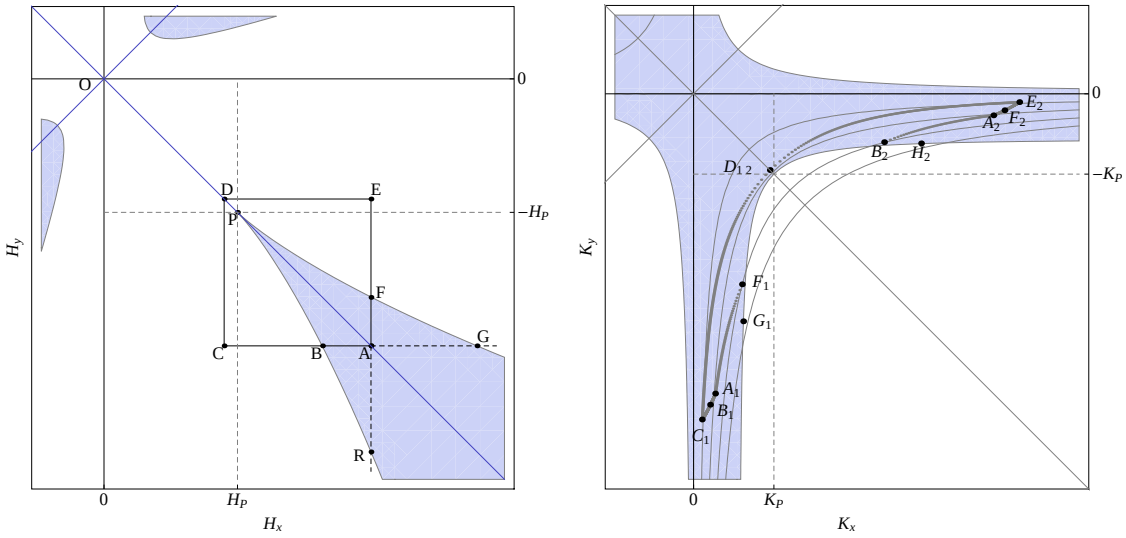


Figure 3 – Diagrammes de phase et chemin stable de passage $H - K$.

Les formes correspondant aux configurations d'équilibre de la plaque sont schématisées en Figure 4. On aurait pu prendre la configuration $K = A_2$ comme point de départ, inverser le chemin précédent pour H et atteindre de manière réversible la configuration A_1 par une transition stable.

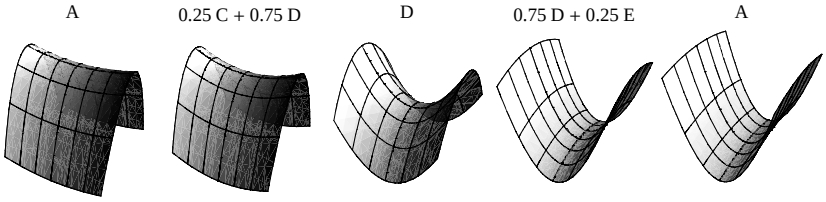


Figure 4 – Configurations d'équilibre de la plaque pour le passage quasistatique entre les 2 configurations stables en A.

5 Validation éléments finis

Pour finir des simulations numériques éléments finis, sans hypothèse de courbure uniforme, seront présentées afin de valider les résultats obtenus avec les modèles simplifiés et démontrer la faisabilité technologique de l'approche proposée.

On se propose de simuler avec des éléments finis l'effet d'un actionnement à deux paramètres induit par deux couches piézoélectriques collées sur une plaque élastique orthotrope [0°/90°]. On va pour cela considérer une plaque carrée de longueur L dont l'empilement des couches est décrit en Figure 5. Les couches centrales 1 élastiques (Tableau 1) sont assemblées à une température de $225°C$ puis refroidies à $25°C$ ($\Delta T_0 = -200°C$). On suppose que les couches piézoélectriques 2 (Tableau 2) sont collées à température ambiante de $25°C$ suivant la procédure expérimentale décrite

dans [1]. Dans le modèle éléments finis l'effet piézoélectrique est modélisé avec des coefficients d'expansion thermique équivalents β_1 et β_2.

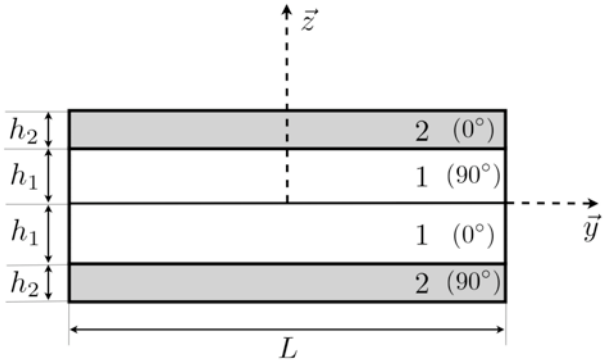


Figure 5 – Plaque composite ($L = 25$cm, $h_1 = 0.00036$m et $h_2 = 0.0003$m).

Les simulations éléments finis sont effectuées avec le code ABAQUS. Pour pouvoir contrôler de façon indépendante les variations de température des couches centrales et l'effet piézoélectrique des couches 2 (simulé par des ΔT équivalents), la plaque est modélisée par collage de trois parties : une couche centrale orthotrope, une couche piézoélectrique supérieure orientée à 0° et une couche piézoélectrique inférieure orientée à 90°. Pour mailler la plaque on utilise 768 éléments *S8R* coques quadratiques à intégration réduite. Afin d'empêcher les déplacements rigides de la plaque le noeud central est bloqué. De plus on introduit dans le système une imperfection en modifiant très légèrement le coefficient d'expansion thermique α_1 de la couche 1 (0°).

	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	β_1 (10^{-6}/V)	β_2 (10^{-6}/V)
Couche Piézo (0°)	30.34	15.86	5.52	0.31	0.75	0.

Tableau 2 – Données matérielles pour les couches piézoélectriques.

On réalise une simulation quasistatique éléments finis qui reproduit le parcours d'actionnement *ABCDEA* de la Figure 3(a). On utilise un algorithme incrémental du type Full Newton (sans contrôle de stabilité), prenant en compte les non-linéarités géométriques. La simulation se compose de plusieurs étapes correspondant à l'application de différentes courbures inélastiques de la Figure 3(a) :

OA : refroidissement de la plaque avec application de ΔT_0 dans les couches centrales
AC : application de $\Delta V = -580V$ sur la couche piézoélectrique supérieure
CD : application de $\Delta V = -580V$ sur la couche piézoélectrique inférieure
DE : application de $\Delta V = 580V$ sur la couche piézoélectrique supérieure
EA : application de $\Delta V = 580V$ sur la couche piézoélectrique inférieure

La Figure 6 compare les courbures moyennes de la plaque calculées le long du parcours d'actionnement avec la simulation éléments finis à celles fournies par le modèle analytique avec l'hypothèse de courbure uniforme. On peut constater une très bonne concordance des résultats. De surcroît, l'obtention de la convergence de la méthode de Newton à chaque étape du parcours d'actionnement prouve la stabilité des différentes positions d'équilibre sans l'hypothèse de courbure uniforme.

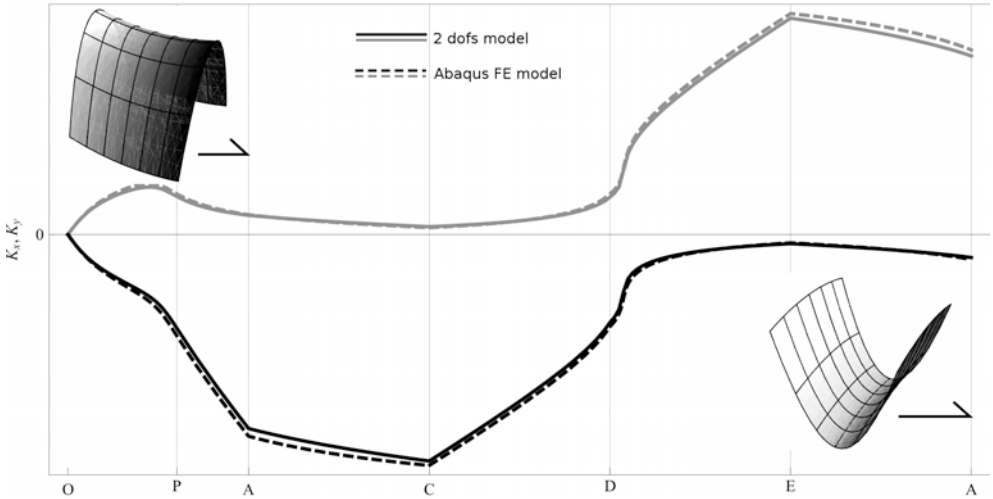


Figure 6 – Comparaison des courbures moyennes K_x (en gris) et K_y (en noir) le long du parcours *OACDEA*

Références

[1] C.R. Bowen et al.. Morphing and shape control using unsymmetrical composites. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **18**, 88–98, 2007.

[2] A. Fernandes, C. Maurini, S. Vidoli. Multiparameter actuation for shape control of bistable composite plates. *En préparation*.

[3] E.H. Mansfield. Bending, buckling and curling of a heated thin plate. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, **268**(1334), 316–327, 1962.

[4] P. Portela, P. Camanho, P. Weaver, I. Bond. Analysis of morphing, multi stable structures actuated by piezoelectric patches. *Computers & Structures*, **86**(3-5), 347–356, 2008.

[5] M.R. Schultz. Use of piezoelectric actuators to effect snap-through behavior of unsymmetric composite laminates. *PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg*, 2003.

[6] K.A. Seffen. Morphing bistable orthotropic elliptical shallow shells. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, **463**(2077), 67–83, 2007.

[7] S. Vidoli, C. Maurini. Tristability of thin orthotropic shells with uniform initial curvature. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, **464**(2099), 2949–2966, 2008.