



**HAL**  
open science

## Simulation numérique de soudage avec un maillage en tétraèdres P1/P1

Haifa Sallem, Eric Feulvarch, Bruno Souloumiac, Hussein Amin El Sayed,  
Jean-Michel Bergheau

► **To cite this version:**

Haifa Sallem, Eric Feulvarch, Bruno Souloumiac, Hussein Amin El Sayed, Jean-Michel Bergheau. Simulation numérique de soudage avec un maillage en tétraèdres P1/P1. 12 Colloque National en Calcul des Structures CSMA, May 2015, Presqu'île de Giens, France. hal-01404045

**HAL Id: hal-01404045**

**<https://hal.science/hal-01404045v1>**

Submitted on 28 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Simulation numérique de soudage avec un maillage en tétraèdres P1/P1

H.Sallem<sup>1</sup>, E.Feulvarch<sup>1</sup>, B.Souloumiac<sup>2</sup>, H.Amin El Sayed<sup>1</sup>, J-M.Bergheau<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LTDS, UMR 5513 CNRS, ENISE, Univ de Lyon

{haiifa.sallem, eric.feulvarch, hussein.amin-el-sayed, jean-michel.bergheau}@enise.fr

<sup>2</sup>ESI-Group, bruno.souloumiac@esi-group.com

**Résumé** — Le but de cet article est de montrer la pertinence de l'élément fini P1/P1 pour l'analyse mécanique des métaux solides présentant un comportement élasto-viscoplastique. Une simulation représentative d'un cas de soudage est traitée. Les résultats obtenus se comparent favorablement à ceux obtenus avec un maillage de référence utilisant des éléments hexaédriques du premier ordre à intégration sélective.

**Mots clés** — méthode des éléments finis, P1/P1, formulation mixte, soudage, loi de mélange

## 1. Difficultés liées au traitement numérique de l'incompressibilité

Dans certains cas, le comportement mécanique du matériau impose que la déformation se fasse à volume constant. Les matériaux possédant cette propriété sont qualifiés d'incompressibles. Dans l'hypothèse des petites perturbations, cela revient à dire que la trace du tenseur de déformation est nulle. Le tenseur des contraintes n'est alors pas totalement déterminé à partir du tenseur des déformations et la gestion de l'incompressibilité nécessite la mise en place de méthodes numériques particulières. Pour les matériaux métalliques présentant un comportement élasto-visco-plastique, les équations constitutives sont habituellement associées au critère de von Mises et la partie viscoplastique du tenseur des taux de déformation est déviatorique. Il est généralement admis qu'un tel comportement, qualifié de quasi-incompressible, nécessite un traitement numérique similaire à ceux mis en œuvre pour les matériaux incompressibles.

Dans la pratique, l'incompressibilité peut être traitée par des techniques numériques telles que l'intégration réduite ou sélective [1][2]. Le principe de ces méthodes consiste à utiliser une règle d'intégration plus faible avec un nombre de points d'intégration réduit pour l'intégration réduite ou de ne sous-intégrer que certains termes liés à la contrainte d'incompressibilité pour l'intégration sélective. Toutefois, ces techniques peuvent conduire à des phénomènes de type Hourglass et ne sont pas suffisantes pour éviter le phénomène de verrouillage. D'autre part, les techniques d'intégration sélective et réduite ne peuvent pas être appliquées aux éléments tétraédriques linéaires de type P1 alors que cet élément présente un grand intérêt du point de vue de l'ingénierie. En effet, les maillages tétraédriques peuvent être générés de façon automatique sur tout type de géométrie même complexe au moyen de la technique de Delaunay ou d'une méthode frontale par exemple. L'élément P2 quadratique peut être utilisé mais il conduit à une augmentation significative de la taille du problème à résoudre.

L'incompressibilité peut également être prise en compte au moyen de formulations mixtes, à l'aide d'un multiplicateur de Lagrange, en ajoutant d'autres inconnues physiques telles que la pression [3]. Un grand soin doit alors être apporté au choix de la discrétisation des champs pour satisfaire la condition LBB [4]. Du point de vue numérique, cette condition garantit la compatibilité des approximations par éléments finis du déplacement et de la pression. Dans la littérature, plusieurs éléments finis tétraédriques satisfont cette condition comme les éléments P2/P1 ou P1+/P1 [5]. Dans ce dernier cas, un nœud interne supplémentaire est introduit comparativement à l'élément fini P1/P1 qui ne respecte pas la condition LBB pour les matériaux incompressibles. L'élément P1+/P1 peut poser alors des problèmes de convergence (liés aux nœuds internes) dans les simulations fortement non linéaires comme en élasto-viscoplasticité.

L'objet du présent travail est de montrer que l'élément P1/P1 peut tout à fait être utilisé et donner de bons résultats pour la simulation numérique du soudage pour des matériaux présentant un comportement élasto-visco-plastique compressible.

## 2. Formulation mixte du problème

On considère une loi de comportement de type thermo-élasto-viscoplastique obéissant au critère de von Mises. Une formulation mixte en déplacement/pression est utilisée. Le problème se ramène donc à la résolution d'un système à deux équations à deux variables : le déplacement  $u$  et la pression  $p$ . La formulation faible de petites déformations est la suivante :

$$\begin{cases} \forall u^*, \int_{\Omega} s : \boldsymbol{\varepsilon}^* d\Omega + \int_{\Omega} p \nabla \cdot u^* d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{f}_d u^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_F} \mathbf{F}_d u^* d\Omega_F = 0 \\ \forall p^*, \int_{\Omega} p^* (\nabla \cdot u - \frac{p}{\alpha} - 3\boldsymbol{\varepsilon}^{th}) d\Omega = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Où  $u^*$ ,  $p^*$ ,  $s$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{th}$ ,  $\mathbf{f}_d$ ,  $\mathbf{F}_d$  et  $\alpha$  désignent respectivement le champ de déplacement virtuel, la pression virtuelle, le déviateur des contraintes, le tenseur des déformations, la déformation thermique, les forces de volume, les forces appliquées sur  $\partial\Omega$  et le module de compressibilité.

## 3. Discrétisation par éléments finis P1 /P1

On aborde ici l'écriture du problème discret dans le cadre d'une formulation mixte déplacement/pression. Soit,  $\mathbf{u}^i$  et  $\mathbf{p}^i$  les vecteurs des inconnues nodales élémentaires aux 4 nœuds sommets de l'élément fini tétraédrique P1/P1. Soient  $N^i$  les fonctions de forme associées à l'élément finis considéré. Les approximations des champs de déplacement et de pression sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x, t) &= N^i(\xi, \zeta, \eta) \mathbf{u}^i(t) \\ p(x, t) &= N^i(\xi, \zeta, \eta) p^i(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Afin de résoudre notre problème, on utilise une méthode itérative. Le système d'équations linéaires à résoudre à chaque itération  $k$  à l'instant  $t$  est de la forme :

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{up} \\ K_{pu} & K_{pp} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta p \end{Bmatrix}^{k+1} = \begin{Bmatrix} R_u \\ R_p \end{Bmatrix}^{k+1} \quad (3)$$

Notons que par rapport au cas d'un matériau incompressible, la matrice de rigidité fait apparaître un terme  $K_{pp}$  sur la diagonale.

## 4. Application

### 3.1. Description du modèle

Dans cette partie on se contente d'appliquer l'élément P1/P1 dans la simulation 3D d'un cas représentatif d'une opération de soudage laser. Le matériau pris en compte dans cette étude est l'alliage Inconel 600[6]. Le modèle considéré est une plaque carrée sur laquelle on applique au centre une source de chaleur circulaire volumique. Comme le modèle présente deux plans de symétrie (O x z) et (O y z), seulement un quart de la plaque est considéré. Le modèle maillé avec des éléments tétraédriques linéaires à 4 nœuds ainsi que les conditions aux limites sont présentés sur la Figure 1.

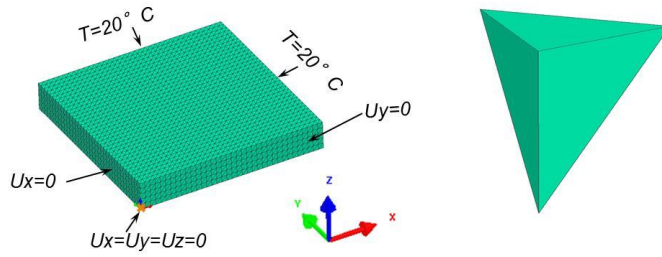


Figure 1 – Maillage et conditions aux limites

Pour assurer la transition continue de l'état solide à l'état liquide au cours de l'opération du soudage, une loi de mélange est utilisée [7][8]. Cette loi de comportement mixte suppose la coexistence des deux phases liquide et solide dans l'intervalle de température délimité par la température de solidus  $T_s$  et la température de liquidus  $T_L$ . Le comportement de la phase solide est de type élasto-viscoplastique à écrouissage mixte de Chaboche alors que le comportement de la phase liquide est celui d'un fluide newtonien. Dans l'intervalle de solidification, les fractions solide et liquide évoluent linéairement en fonction de la température.

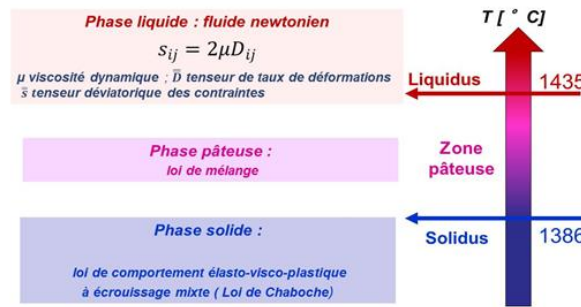


Figure 2– Comportement mécanique de l'alliage en fonction de la température

### 3.2. Résultats numériques

Le champ de température obtenu au cours du chauffage pour les deux types de maillage est présenté sur la figure 3.

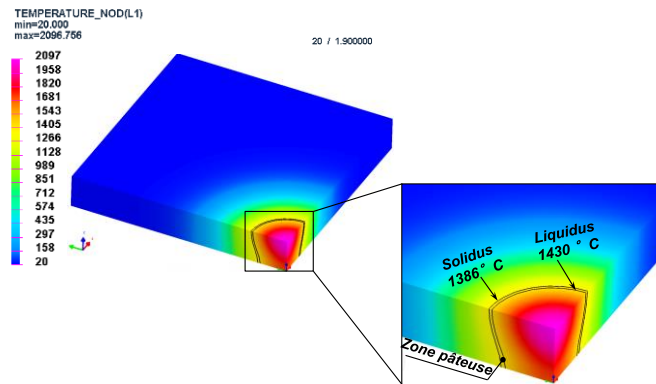


Figure 3– Champ de température au cours du chauffage

La zone pâteuse apparaît délimitée par le solidus et le liquidus. Un fort gradient de température résulte en allant du centre de la plaque vers son extrémité. Ce qui va induire l'apparition des contraintes résiduelles localisées au niveau de cordon de soudure.

La Figure 4 montre le champ des contraintes résiduelles de von Mises obtenu après refroidissement. Ces contraintes s'élèvent à plus de 500MPa dans la zone fondue ainsi que dans la zone pâteuse. Les résultats obtenus avec les éléments P1/P1 (figure 4.b) se comparent favorablement à ceux obtenus avec un maillage de référence utilisant des éléments hexaédriques du premier ordre à intégration sélective (figure 4.a).

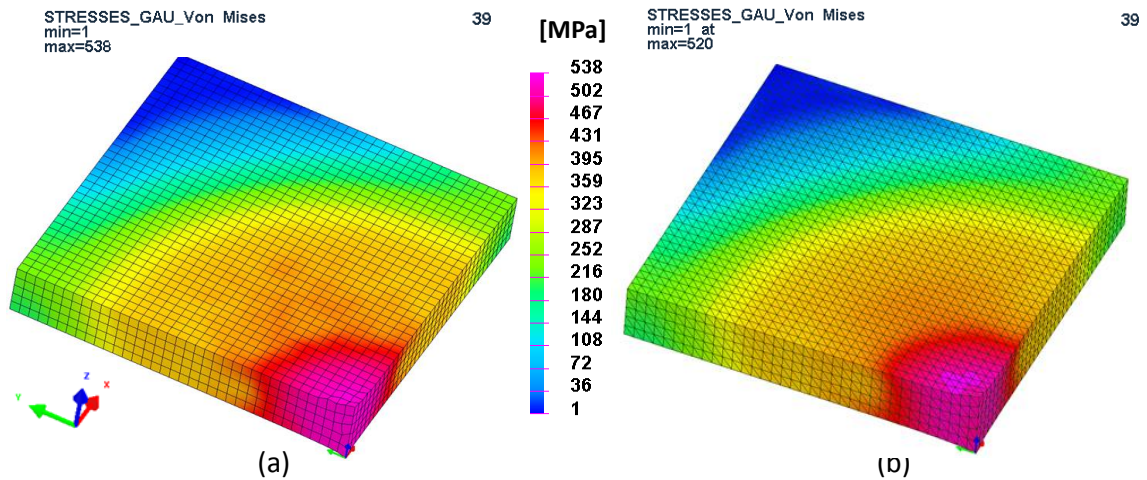


Figure 4– champs de contraintes résiduelles: (a) maillage de référence -éléments hexaédriques; (b) éléments tétraédriques P1/P1

## 4. Conclusion

L'objet de cet article était d'illustrer la pertinence de l'élément fini mixte tétraédrique de type P1/P1 pour simuler des problèmes élasto-viscoplastiques fortement non linéaires sur une très grande plage de température. Pour ce faire, une simulation numérique représentative d'un cas de soudage a été présentée. Les résultats obtenus se comparent favorablement à ceux résultant d'un maillage en hexaèdres du premier ordre à intégration réduite sélective traité dans une étude précédente.

### Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet FUI MUSICAS que les auteurs remercient pour le soutien financier.

### Références

- [1] J.N. Reddy, D.-K. Gartling, The finite element method in heat transfer and fluid Dynamics, CRC Press, CREC Press. , 2000.
- [2] Z.O. Zienkiewicz, R.. Taylor, La méthode des éléments finis, AFNOR Tech, 1990.
- [3] K.Bathe, Finite Element Procedure, Prentice Hall, 1996.
- [4] F. Brezzi, On the existence, uniqueness and approximation of saddle-point problems arising from Lagrangian multipliers, RAIRO Anal. Numer. (1974) 129–151.
- [5] D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin, Finite elements for the Stokes problem -Mixed Finite Elements, Compatibility Conditions, and Applications, Lect. Notes Math. 1939, 45–100, 2008.
- [6] L. Bouffier, Modélisation de la fissuration à chaud lors du soudage de l' alliage base nickel IN600, Université de Grenoble, 2013.
- [7] H. Amin-El-Sayed, E. Feulvarch, F. Boitout, J.M. Leblond, Jean Baptist Bergheau, A mechanical behavior law for the numerical simulation of the mushy zone in welding, in: XII Int. Conf. Comput. Plast. Fundam. Appl. COMPLAS XII, 164–171, 2013.
- [8] H. Amin-El-Sayed, Simulation numérique du soudage : Couplage des écoulements dans le bain fondu avec les déformations de la partie solide, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne- Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne, 2014.