



**HAL**  
open science

## La modulation en ondelettes: une modulation alternative à faible consommation d'énergie

Marwa Chaffi, Jacques Palicot, Rémi Gribonval

► **To cite this version:**

Marwa Chaffi, Jacques Palicot, Rémi Gribonval. La modulation en ondelettes: une modulation alternative à faible consommation d'énergie. URSI Énergie et radiosciences, Mar 2016, Rennes, France. hal-01401604

**HAL Id: hal-01401604**

**<https://hal.science/hal-01401604>**

Submitted on 27 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## La modulation en ondelettes: une modulation alternative à faible consommation d'énergie

---

Marwa Chafii\*, Jacques Palicot\*, Rémi Gribonval\*\*,

\*Centrale Supélec/ IETR, {marwa.chafii, jacques.palicot}@centralesupelec.fr

\*\* Inria {remi.gribonval}@inria.fr

---

Mots clés (*en français et en anglais*) : Facteur de crête, Modulation en ondelettes  
PAPR, Wavelet-OFDM

---

### Abstract

This paper presents the wavelet modulation, based on the discrete wavelet transform, as an alternative modulation with low energy consumption. The transmitted signal has low power variations which induces a good efficiency for the high power amplifier. Several variants of the wavelet modulation are analysed and compared with orthogonal frequency division modulation (OFDM) in terms of peak-to-average power ratio (PAPR) for different constellations. The performance in terms of bit error rate and power spectral density is also evaluated.

### Résumé

Dans ce papier, nous présentons la modulation en ondelettes, basée sur la transformée discrète en ondelettes, comme une modulation à faible consommation d'énergie. Le signal généré par cette modulation a en effet de faibles variations de puissance par construction. Nous présentons plusieurs variantes de la modulation en ondelettes et nous comparons ses performances en facteur de crête ou PAPR (peak-to-average power ratio) avec l'OFDM pour plusieurs constellations. Nous évaluons également les performances de la modulation en ondelettes basée sur l'ondelette de Meyer en termes de taux d'erreurs binaires et de densité spectrale de puissance.

### Introduction

Plusieurs standards de communications sans fil et filaire adoptent le système OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*) comme technique de modulation pour la transmission des données. L'OFDM a l'avantage d'être plus robuste aux canaux sélectifs en fréquence que la modulation monoporteuse. Cependant, le signal OFDM souffre d'une grande variation de puissance. Les fluctuations de son enveloppe engendrent des distorsions non linéaires quand on introduit le signal OFDM dans un amplificateur de puissance. Le PAPR (*peak-to-average power ratio*) est une variable aléatoire qui mesure ces variations de puissance. Pour s'éloigner de la zone non linéaire de l'amplificateur et amplifier le signal dans la zone linéaire, on effectue typiquement un recul en entrée ou *input back-off*. Or, plus le PAPR est grand, plus le *input back-off* nécessaire est grand, et donc plus le rendement énergétique est mauvais. Un PAPR élevé se traduit alors par une grande consommation d'énergie. L'amplificateur représente plus de 60% de la consommation énergétique de l'émetteur [1]. Réduire le PAPR, et donc améliorer le rendement de l'amplificateur, contribue à réduire la consommation énergétique au niveau des équipements mobiles (avec des batteries qui se déchargent moins vite) et au niveau des stations de bases (avec des économies d'énergie et baisse de facture d'électricité pour les opérateurs téléphoniques). Par conséquent, cela peut contribuer à la réduction des émissions de CO<sub>2</sub> ainsi que de la pollution environnementale.

Plusieurs études ont été menées pour réduire le PAPR et comprendre sa distribution de probabilité. Dans nos travaux précédents [2], nous avons étudié analytiquement la CCDF (*Complementary Cumulative Distribution Function*) du PAPR, et nous avons montré qu'elle dépend de la forme d'onde utilisée dans la modulation. Le problème de réduction du PAPR peut ainsi être formulé en un problème d'optimisation. Dans [3] nous avons prouvé une condition nécessaire pour construire des formes d'ondes à performance en PAPR meilleure que l'OFDM, qui dit que la forme d'onde utilisée par au moins une porteuse doit s'annuler sur un intervalle durant la période symbole. Puisque toute base d'ondelettes satisfait cette condition, nous nous sommes intéressés à étudier la modulation en ondelettes et sa consommation énergétique à l'émission à travers l'évaluation du PAPR.

Dans ce papier, nous présentons la modulation en ondelettes comme une modulation alternative à faible consommation énergétique. Nous étudions cette consommation d'énergie à travers l'évaluation de sa performance en PAPR et nous la

comparons avec l'OFDM. Nos simulations montrent que la modulation en ondelettes présente des gains considérables en termes de PAPR par rapport à l'OFDM au prix d'une complexité plus grande.

## 1. La modulation en ondelettes

Une base d'ondelettes peut être considérée comme une forme d'onde multi-porteuses de transmission des données [4] de la même façon que la base de Fourier est considérée dans le système OFDM. Le Wavelet-OFDM est le système multi-porteuses basé sur une base d'ondelettes. Les symboles d'entrée sont alors portés par des fonctions d'ondelettes et les fonctions d'échelle du premier niveau de décomposition considéré  $J_0$ . La Figure 1 montre les pavages temps-fréquence associés aux différentes variantes du Wavelet-OFDM définies pour différentes valeurs de  $J_0$  pour un nombre de porteuses  $M = 8$  et donc un nombre total d'échelles égal à  $J = 3$ .

## 2. Étude et comparaison des performances en PAPR

Les performances en PAPR d'un système sont souvent évaluées par la fonction de répartition complémentaire CCDF du PAPR, qui est définie par la probabilité que le PAPR dépasse une certaine valeur  $\gamma$ .

### 2.1. Comparaison du PAPR pour différentes ondelettes

Une comparaison en termes de CCDF du PAPR est présentée sur la Figure 2 pour un nombre de porteuses de  $M = 64$ ,  $J_0 = 0$  et une constellation 4-QAM. Différentes ondelettes sont considérées : l'ondelette de Haar, les ondelettes de Daubechies 3 et 20, ainsi que l'ondelette discrète de Meyer (Dmey). Les courbes de CCDF des différentes ondelettes sont décalées vers la gauche par rapport à celle de l'OFDM, et Haar donne les meilleures performances. La modulation en ondelettes a donc une meilleure performance en PAPR que l'OFDM. Ainsi nous pouvons conclure que les ondelettes consomment moins d'énergie que les fonctions de Fourier en tant que formes d'ondes multi-porteuses.

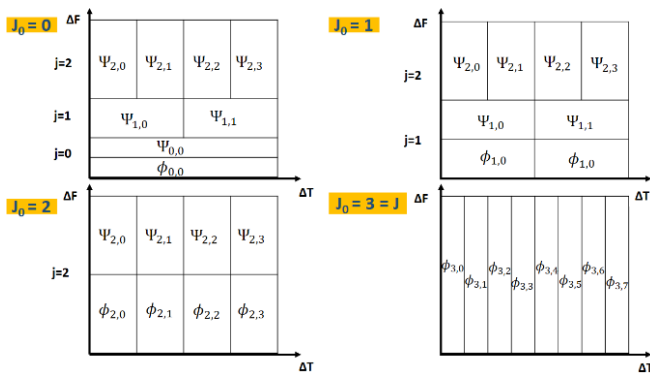


Figure 1. Variantes du Wavelet-OFDM.

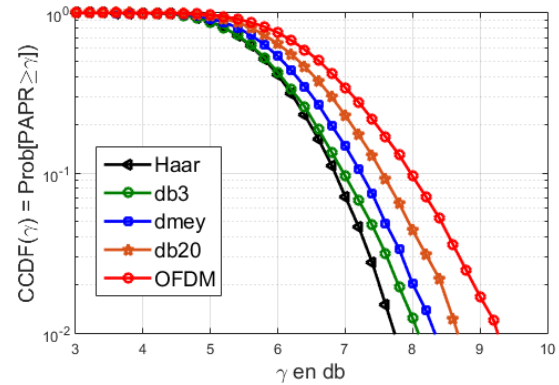


Figure 2. Comparaison des performances en PAPR entre l'OFDM et le Wavelet-OFDM pour différentes ondelettes

### 2.2. Comparaison de la DSP

Bien qu'elle soit performante en termes de réduction de PAPR, l'ondelette de Haar a une sérieuse limitation de densité spectrale de puissance (DSP). En effet, et comme simulé dans la Figure 3, le système Wavelet-OFDM basé sur l'ondelette de Haar a un large lobe principal et de larges lobes secondaires, ce qui se traduit par une mauvaise efficacité spectrale. Il est vrai qu'un filtrage peut être appliqué, mais les performances du système vont changer. Un compromis est donc envisageable entre efficacité énergétique et d'autres caractéristiques telles que l'efficacité spectrale ou encore la robustesse aux canaux sélectifs en fréquence. Parmi les ondelettes représentées dans la Figure 3, l'ondelette de Meyer a une efficacité spectrale comparable à celle de l'OFDM. Pour cela, nous choisissons d'étudier le Wavelet-OFDM basé sur l'ondelette de Meyer.

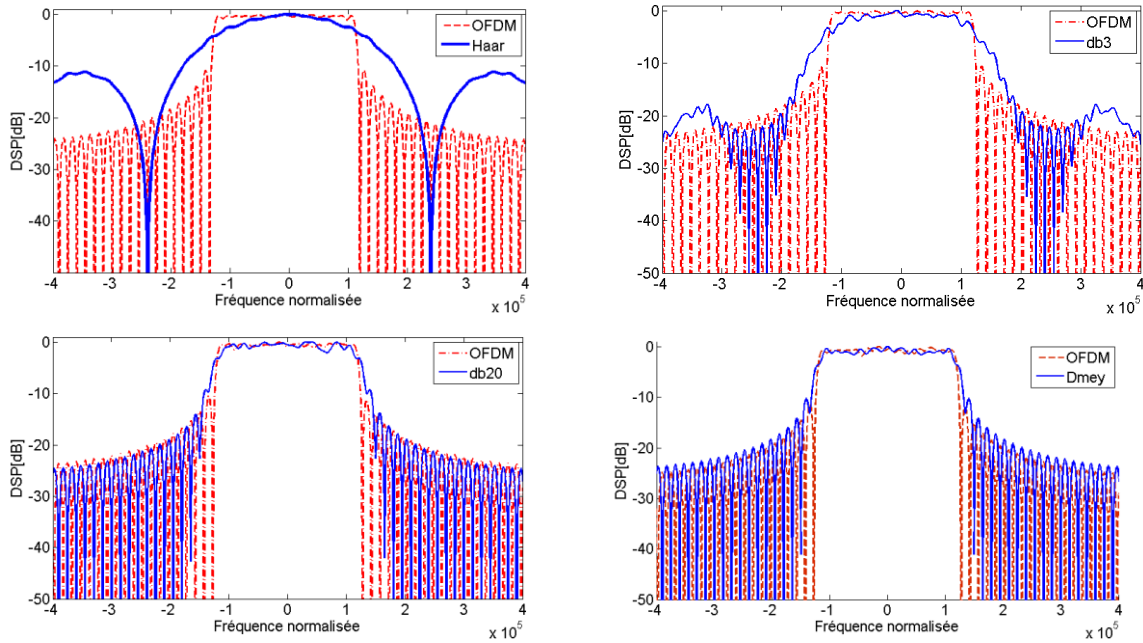


Figure 3. Comparaison de la DSP pour différentes ondelettes.

### 2.3. Évaluation du PAPR de Dmey pour différentes variantes et constellations

L'ondelette de Meyer est une ondelette à bande de fréquence limitée, elle a été proposée par Yves Meyer [6]. Dmey est une approximation discrète de l'ondelette de Meyer, qui permet de représenter celle-ci à base de filtre à réponse impulsionnelle finie. La Figure 4 évalue la performance en PAPR pour différentes variantes de Dmey pour  $M = 128$  porteuses et une constellation 16-QAM. En effet, plus  $J_0$  augmente, plus le système s'approche de la monoporteuse, meilleure est la performance en PAPR, au prix toutefois d'une perte de robustesse aux canaux sélectifs en fréquence.

La Figure 5 simule le PAPR de Dmey pour  $J_0 = 6$  pour différentes constellations et le compare avec l'OFDM. La CCDF du PAPR de l'OFDM ne change pas en changeant la constellation, contrairement à Dmey. Pour une CCDF de  $10^{-3}$ , la variante  $J_0 = 6$  de Dmey a un gain de 4.5 dB et 3 dB pour 4-QAM et 16-QAM respectivement.

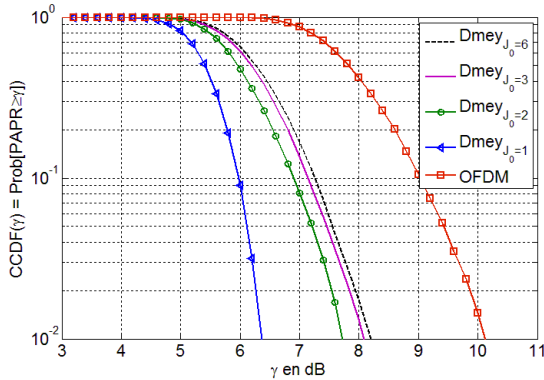


Figure 4. PAPR de Dmey pour différentes variantes pour 4-QAM.

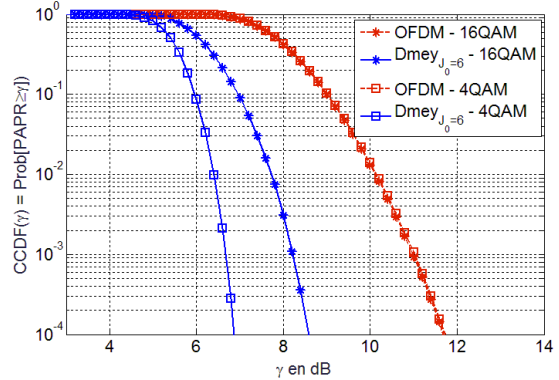


Figure 5. PAPR de Dmey et OFDM pour différentes constellations.

### 3. Performances en Taux d'Erreurs Binaires (TEB)

Les performances en TEB du Wavelet-OFDM et l'OFDM sont évaluées dans cette section en utilisant les paramètres donnés dans la Table 1. Les constellations 4-QAM et 16-QAM sont utilisées pour les simulations de cette partie.

### 3.1. Canal AWGN et Flat Fading

Dans cette partie, nous comparons le TEB de Dmey Wavelet-OFDM avec l'OFDM dans un canal à bruit additif gaussien (AWGN) et un canal à brouilleur à bande étroite ou *flat fading*. Puisque les formes d'ondes de ces systèmes sont orthogonales, on ne peut que s'attendre à ce que leurs performances en TEB soient les mêmes. Les simulations de la Figure 6 confirment que Dmey est aussi bon que l'OFDM dans les canaux AWGN et flat fading.

Paramètres	Définition	Valeurs
M	Nombre de porteuses	128
S	Nombre de trames	100
SNR	Rapport signal à bruit	0:5:25 ou 0:5:35
N	Nombre d'itérations	100000
$\Delta F$	Espacement entre porteuses	15 KHz
$J_0$	Premier niveau de décomposition	$J - 1 = 6$

Table 1. Paramètres de simulations.

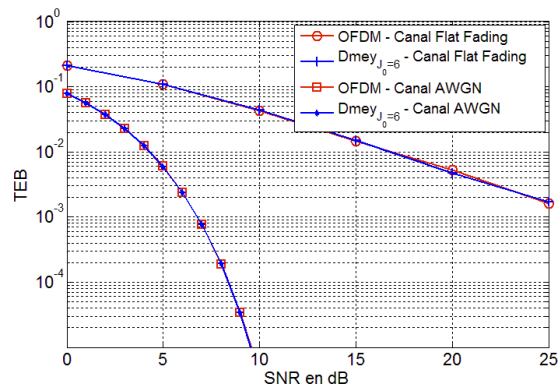


Figure 6. Performances en TEB dans un canal AWGN et un canal flat fading.

### 3.2. Canal sélectif en fréquence

Dans un canal sélectif en fréquence, un préfixe cyclique est ajouté en temps au signal Wavelet-OFDM émis, et une égalisation fréquentielle est effectuée à la réception. Une égalisation ZF (*zero forcing*) ou MMSE (*minimum mean-square error*) peut être utilisée comme présenté dans la Figure 7.

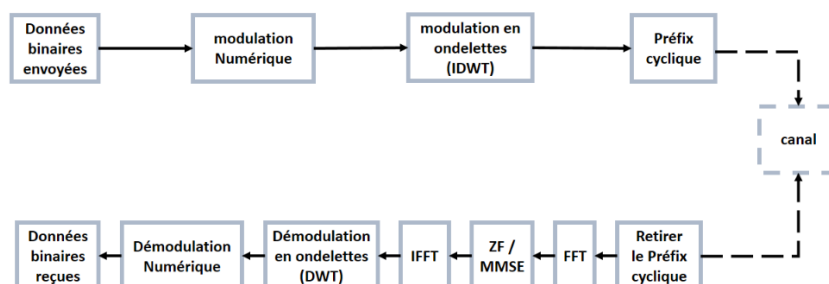


Figure 7. Chaîne de transmission de la modulation en ondelettes.

Le modèle ETU (*extended typical urban*) pour le standard du canal LTE multi-trajets [7], défini par les délais et les gains donnés dans la Table 2, est utilisé dans cette section.

Délais (ns)	0	50	20	200	230	500	1600	2300	5000
Gains moyens des trajets (dB)	-1.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	-3.0	-5.0	-7.0

Table 2. Délais et gains moyens d'un canal ETU du standard LTE.

Comme montré dans la Figure 8, l'OFDM atteint plus de gain que Dmey en termes de TEB sous les conditions d'un canal sélectif en fréquence lorsque l'égaliseur ZF est utilisé. Cependant, quand l'égaliseur MMSE est utilisé comme présenté dans la Figure 9, Dmey réalise un gain de 6.5 dB en termes de SNR pour un TEB de  $10^{-3}$ , et pour une constellation 4-QAM en comparaison avec l'OFDM. Pour des constellations supérieures, 16-QAM, la performance de l'OFDM est comparable avec celle de Dmey. À partir de SNR=25 dB, Dmey devient meilleure que l'OFDM. Notons que, contrairement au Wavelet-OFDM, le récepteur MMSE ne change pas la courbe TEB de l'OFDM par rapport à celle du ZF.

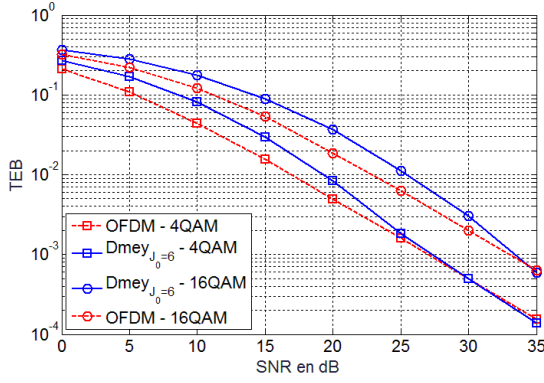


Figure 8. Performances en TEB pour un égaliseur ZF.

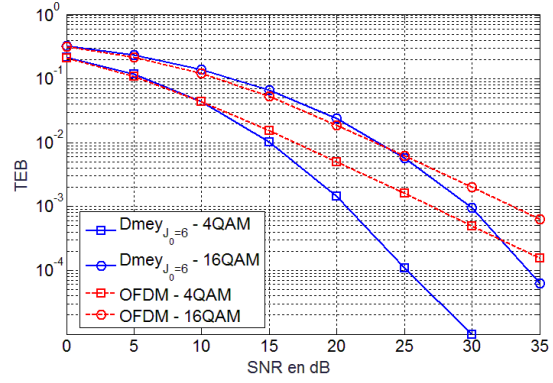


Figure 9. Performances en TEB pour un égaliseur MMSE.

Nous sommes conscients que lorsque les techniques de codage sont utilisées, le gain en termes de SNR sera vraisemblablement moins significatif et pourra aussi dépendre de l'efficacité de la technique de codage utilisée. Similairement, si on utilise une technique a posteriori de réduction de PAPR, les deux systèmes peuvent ne pas y réagir de la même façon. Nous avons décidé de ne pas utiliser de codage ni de technique a posteriori de réduction de PAPR pour évaluer uniquement l'effet de la structure de modulation sur les performances en TEB et en PAPR.

#### 4. Etude de la complexité

Dans un environnement caractérisé par la sélectivité en fréquence, la chaîne du Wavelet-OFDM a besoin de deux autres blocs (IDWT, DWT) en comparaison avec l'OFDM comme illustré dans la Figure 7, sa complexité est donc plus grande que celle de l'OFDM. Pour calculer la complexité de la modulation en ondelettes (IDWT) et la démodulation en ondelettes (DWT), on se réfère au théorème de Mallat [8]. Selon ce théorème, l'opération de IDWT consiste à sur-échantillonner par un facteur de deux et filtrer les coefficients d'approximation (coefficients d'échelle) et les coefficients de détails (coefficients d'ondelettes) par un filtre passe bas et un filtre passe haut respectivement. Soit  $K$  la longueur de ces filtres. Soit  $M=2^J$  le nombre de porteuses qui est égal au nombre des symboles d'entrée. Les coefficients de détails et d'approximation d'un niveau  $j$  se calculent à partir du coefficient de détail du niveau  $j + 1$  par  $2^j K$  additions et multiplications. La transformée en ondelettes rapide (démodulation en ondelettes) est calculée avec

$$\sum_{j=J_0+1}^J 2^j K \leq \sum_{j=1}^J 2^j K = 2 M K.$$

La modulation en ondelettes s'obtient également avec au plus  $2 M K$  additions et multiplications. Dans le cas de la variante  $J_0 = J - 1$  proposée de l'ondelette Dmey, la complexité de la modulation ou démodulation est égal à  $M K$  avec  $K = 47$ . Sachant que la complexité de la FFT ou la IFFT est égale à  $\frac{M}{2} \log_2 M + M(M - 1)$ , l'augmentation de la complexité dans notre cas est égale à

$$\frac{2 M K}{2 \frac{M}{2} \log_2 M + M(M - 1)} \approx 36\%.$$

Notons que Dmey a un long filtre par rapport aux autres ondelettes (par exemple dans le cas de Haar, on a  $K=2$ ), en utilisant des ondelettes plus courtes nous pouvons diminuer la complexité mais il faut maintenir un bon compromis avec les performances globales du système.

#### Conclusion

Dans ce papier, nous avons évalué les performances de la modulation en ondelettes et nous les avons comparées avec l'OFDM. Nous avons montré à travers des simulations que la modulation en ondelettes basée sur l'ondelette de Dmey atteint jusqu'à 4.5 dB de gain en termes de PAPR par rapport à l'OFDM pour une CCDF de  $10^{-3}$  sans technique a posteriori de réduction de PAPR. Dans un canal sélectif en fréquence, la structure en ondelettes étudiée réalise jusqu'à 6.5 dB de gain en SNR par rapport à l'OFDM pour un TEB de  $10^{-3}$  sans techniques de codage. La performance de Dmey en TEB dans un canal AWGN ou Flat Fading ainsi que les caractéristiques de sa DSP restent comparables à celles de l'OFDM. L'augmentation de la complexité est estimée à 36%. La modulation en ondelettes présente ainsi une alternative prometteuse à l'OFDM.

## Références bibliographiques

1. H. Bogucka and A. Conti, "Degrees of Freedom for Energy Savings in Practical Adaptive Wireless Systems," *Communications Magazine, IEEE*, vol. 49, no. 6, pp. 38–45, 2011.
2. M. Chafii, J. Palicot, and R. Gribonval, "Closed-form Approximations of the Peak-to-Average Power Ratio Distribution for Multi-Carrier Modulation and their Applications," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2014, no. 1, pp. 1–13, 2014.
3. ———, "L'optimalité de l'OFDM en termes de performance en PAPR," in *25ème Colloque Gretsisi 2015*, 2015.
4. M. K. Lakshmanan and H. Nikookar, "A Review of Wavelets for Digital Wireless Communication," *Wireless Personal Communications*, vol. 37, no. 3-4, pp. 387–420, 2006.
5. M. Chafii, J. Palicot, R. Gribonval, and A. G. Burr, "Power Spectral Density Limitations of the Wavelet-OFDM System," *Soumis*.
6. Yves Meyer, "Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algèbres d'opérateurs," *Séminaire Bourbaki*, vol. 28, pp. 209–223, 1985.
7. TS ETSI, "136 101 V8. 23.0 (3GPP TS 36.101 V8. 23.0 Release 8)".
8. Stéphane Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic press, 1999.