



**HAL**  
open science

# Stratégie de calcul multiéchelle pour la multirésolution en dynamique transitoire

David Odièvre, Pierre-Alain Boucard, Fabrice Gatuingt

► **To cite this version:**

David Odièvre, Pierre-Alain Boucard, Fabrice Gatuingt. Stratégie de calcul multiéchelle pour la multirésolution en dynamique transitoire. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, LMT, May 2009, Giens, France. hal-01401530

**HAL Id: hal-01401530**

**<https://hal.science/hal-01401530>**

Submitted on 23 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Stratégie de calcul multiéchelle pour la multirésolution en dynamique transitoire

D. Odièvre<sup>1</sup>, P.-A. Boucard<sup>1</sup>, F. Gatuingt<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6/PRES UniverSud Paris)  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France  
{odievre,boucard,gatuingt}@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — L’objectif de ce travail est de construire une méthode spécialisée pour traiter des études paramétriques en dynamique transitoire en présence de multiples zones de contact. L’approche est basée sur la méthode LATIN multiéchelle avec décomposition de domaine. Nous utilisons ici la possibilité de la méthode LATIN à être initialisée par la solution d’un problème donné pour résoudre d’autres problèmes similaires. Déjà appliquée avec succès à une variété de problèmes en statique, ce travail propose l’extension de cette approche à la dynamique.

**Mots clés** — stratégie de calcul multiéchelle, dynamique transitoire, multirésolution, décomposition de domaine, méthode LATIN, contact et frottement.

---

## 1 Introduction

La modélisation/simulation occupe une place de plus en plus importante dans les bureaux d’étude. Les besoins y sont multiples, notamment pour la modélisation d’assemblages en dynamique. Une des difficultés majeure reste la prise en compte des liaisons entre les pièces et avec l’environnement extérieur. Ces liaisons sont le lieu de phénomènes locaux fortement non linéaires : contact, frottement. Ces phénomènes sont mis en exergues dans les problèmes de dynamique rapide et nécessitent des maillages très fins pour être correctement représentés [1] [2].

De plus, contrairement aux informations géométriques et matérielles associées aux structures, les grandeurs physiques associées à ces liaisons (valeurs de coefficient de frottement, précision sur le serrage) sont entachées d’une grande méconnaissance. On peut légitimement se demander quelle influence a la variation d’un paramètre physique de la liaison sur la réponse d’un assemblage. Un nombre de calculs important est alors nécessaire. Ce genre d’étude est à ce jour impossible en des temps raisonnables avec les codes de calcul industriels.

De nombreux travaux proposent des stratégies pour traiter des problèmes de tailles importantes. Ces travaux se basent le plus souvent sur des méthodes de décomposition de domaine. Parmi ces méthodes, on peut citer par exemple la méthode FETI (souvent qualifiée de méthode Schur duale) qui se base sur un raccord en inter-efforts sur l’interface. Cette méthode a été appliquée au cas de la dynamique dans [3]. L’objectif de ce travail est de construire une méthode spécialisée pour répondre aux problèmes posés ci-dessus en tirant parti du fait que les non-linéarités sont localisées dans les liaisons. On utilise ainsi une représentation unifiée de ces zones de liaison sous forme d’interfaces en introduisant une décomposition de l’assemblage. L’algorithme de résolution utilisé est basé sur la méthode LATIN développée au LMT Cachan appliquée au cas de la dynamique dans [4] (version monoéchelle), c’est une méthode mixte qui traite à la fois les vitesses et les inter-efforts sur les interfaces. Dans ce travail nous introduisons dans cet algorithme

la vision à deux échelles présentée dans [5] pour le cas de la statique. La stratégie de calcul que l'on présente ici est ensuite utilisée au sein de la stratégie de calcul multirésolution initialement proposée pour des calculs statique ou quasi statique dans [6]. Cette technique de multirésolution permet de mener à moindre coût des études paramétriques.

## 2 La méthode LATIN multiéchelle en dynamique

Le premier point de la stratégie que l'on propose ici consiste à utiliser la méthode LATIN multiéchelle avec décomposition de domaine. Cette méthode est composée de 3 ingrédients : une décomposition du milieu lui-même, une séparation des échelles et un algorithme de résolution.

### 2.1 Le problème sous-structuré à deux échelles

■ **Découpage en sous-structures et interfaces :** Nous nous plaçons dans le cadre des problèmes d'évolutions en petites perturbations, dynamiques et isothermes. Le problème sous-structuré est obtenu par fractionnement du milieu lui-même. La structure est décomposée en deux entités mécaniques : les sous-structures ( $\Omega_E$  et  $\Omega_{E'}$ ) et les interfaces  $\Gamma_{EE'}$  (Figure 1). Les sous-

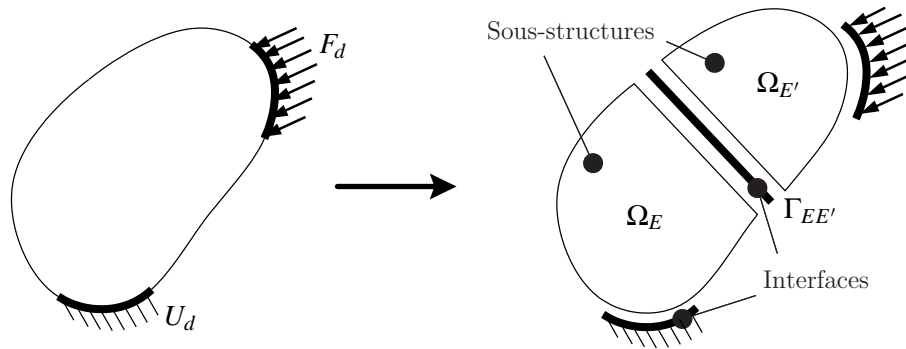


Figure 1 – Décomposition d'une structure

structures et interfaces possèdent leurs propres variables et équations (admissibilité, équilibre et relation de comportement). Une interface  $\Gamma_{EE'}$  réalise le lien entre les sous-structures  $\Omega_E$  et  $\Omega_{E'}$  et est une entité mécanique à part entière, deux champs d'efforts  $F_E$  et  $F_{E'}$  y sont définis ainsi que deux champs de vitesses  $W_E$  et  $W_{E'}$ . Associées à un comportement, les interfaces contiennent toutes les informations du comportement non-linéaire de la structure (contact, frottement, ...).

■ **Séparation des échelles :** Pour assurer l'extensibilité théorique de la méthode, nous introduisons une vision à deux échelles du problème : une échelle fine appelée échelle micro et une échelle macroscopique. La séparation entre les échelles micro et macro est effectuée uniquement sur les quantités d'interfaces. Sur une interface, les vitesses macro et efforts macro sont choisis dans des espaces de dimension finie. La séparation des deux échelles est obtenue au moyen d'un opérateur de projection  $\Pi_{\Gamma_{EE'}} : W_E^M = \Pi_{\Gamma_{EE'}} W_E$ . Le choix du projecteur macroscopique  $\Pi_{\Gamma_{EE'}}$  influence l'efficacité de la méthode [5].

Un point capital de la stratégie de calcul multiéchelle consiste à définir les conditions d'admissibilité à imposer aux quantités macro. Ici nous imposons la continuité des vitesses macroscopiques et l'équilibre des efforts macroscopiques pour chaque interface parfaite.

$$W_E^M = W_{E'}^M \quad \text{et} \quad F_E^M + F_{E'}^M = 0$$

## 2.2 Stratégie de calcul : algorithme de résolution

La méthode LATIN (LArge Time INcrement method, [7]) est une approche itérative non incrémentale initialement proposée pour résoudre les problèmes non linéaire d'évolution. Elle a été depuis employée avec succès pour traiter des problèmes de dynamiques, de décomposition de domaines, etc.

■ **Séparations des difficultés** : On note  $s$  l'ensemble des inconnues du problème. On sépare les équations en deux groupes. Un premier groupe  $A_d$  contenant les solutions des équations linéaires et éventuellement globales. Un deuxième groupe  $\Gamma$  contenant les solutions des équations locales éventuellement non linéaires. La solution  $s_{ref}$  du problème de référence est donc  $s_{ref} = A_d \cap \Gamma$ . Dans le cas d'un comportement linéaire des sous-structures, les ensembles  $A_d$  et  $\Gamma$  sont donc définis par :

$$A_d \left\| \begin{array}{l} - \text{L'admissibilité cinématique} \\ - \text{L'équilibre dynamique} \\ - \text{Le comportement des sous-structures} \\ - \text{L'admissibilité de } F^M \text{ et } W^M \end{array} \right.$$

$$\Gamma \left\| \begin{array}{l} - \text{Le comportement des interfaces} \\ - \text{Les conditions aux limites} \end{array} \right.$$

■ **Algorithme itératif à deux étapes** : Le deuxième point de la méthode réside dans un algorithme de résolution itératif à deux étapes. L'algorithme détermine des approximations de la solution en recherchant successivement des éléments de  $\Gamma$  et  $A_d$ , guidés par deux directions de recherche différentes  $E^+$  et  $E^-$  suivant que l'on vérifie l'un ou l'autre des groupes d'équations.

A l'itération  $n + 1$  de la méthode, il s'agit de calculer  $s_{n+1}$  à partir de  $s_n$ . Pour cela deux étapes sont nécessaire (Figure 2) :

- l'étape locale : des problèmes locaux éventuellement non-linéaires sur les interfaces sont à résoudre.

$$\text{trouver } \widehat{s}_{n+1/2} \text{ connaissant } s_n \text{ vérifiant : } \left\| \begin{array}{l} \widehat{s}_{n+1/2} \in \Gamma \\ \widehat{s}_{n+1/2} - s_n \in E^+ \end{array} \right.$$

- l'étape linéaire : des problèmes éléments finis classiques sur les sous-structures et un problème macroscopique à l'échelle de la structure est à résoudre.

$$\text{trouver } s_{n+1} \text{ connaissant } \widehat{s}_{n+1/2} \text{ vérifiant : } \left\| \begin{array}{l} s_{n+1} \in A_d \\ s_{n+1} - \widehat{s}_{n+1/2} \in E^- \end{array} \right.$$

La stratégie est hautement parallélisable. Que ce soit à l'étape linéaire ou à l'étape locale, les problèmes sur les sous-structures ou les interfaces sont indépendants les uns des autres et peuvent être résolus sur différents processeurs.

Les directions de recherche relient les inconnues appartenant à  $\Gamma$  notées  $\widehat{\cdot}$ , aux quantités appartenant à  $A_d$ . Pour une sous-structure  $\Omega_E$ , les directions de recherche sont définis tel que :

$$\widehat{s}_{n+1/2} - s_n \in E^+ \iff \widehat{F}_E - F_E = k_0(\widehat{W}_E - W_E)$$

$$s_{n+1} - \widehat{s}_{n+1/2} \in E^- \iff F_E - \widehat{F}_E = -k_0(W_E - \widehat{W}_E)$$

où  $k_0$  est un paramètre scalaire dans notre cas. Il a été montré que les directions de recherche optimales en dynamique étaient  $k_0 = \sqrt{\rho E}$  dans le cas 1D. Cette valeur correspond à l'impédance d'une barre/matériau qui, dans le cas d'un choc élastique, relie le saut de contrainte au saut de vitesse au niveau de l'interface. Un indicateur d'erreur  $\eta$  (Figure 2) permet de contrôler la convergence de l'algorithme itératif, il mesure la distance entre deux solutions  $s_{n+1}$  et  $\widehat{s}_{n+1/2}$ .

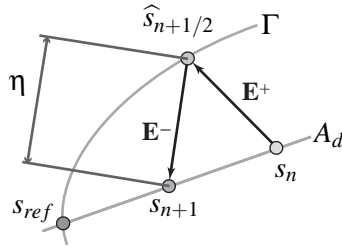


Figure 2 – Une itération de la méthode LATIN

### 3 Multirésolution

Le second point de ce travail concerne la stratégie de calcul multirésolution de la méthode LATIN. Cette stratégie de calcul utilise le fait que la méthode LATIN peut être initialisée par n'importe quelle solution qui vérifie les conditions d'admissibilité. L'idée est alors de réutiliser la solution d'un problème pour résoudre un autre problème. Si la solution du problème "initial" et du problème "perturbé" sont assez proche, cette technique permet d'obtenir la solution du problème "perturbé" à moindre coût. En effet dans les meilleurs cas, seules quelques itérations de la méthode LATIN sont nécessaires pour obtenir la solution du problème "perturbé". Cette stratégie a déjà été appliquée avec succès à de multiples problèmes statiques et quasi-statiques [6].

Avec cette technique, il est ainsi possible de réaliser des études paramétriques à moindre coût. Ici nous reprenons ce principe, nous l'appliquons au cas de la dynamique avec non linéarité de contact. La stratégie de calcul multirésolution est résumée dans l'algorithme 1 :

---

**Algorithm 1** Etude paramétrique avec la méthode LATIN

---

Initialisation :

**pour toutes** les interfaces  $\Gamma_{EE'}$  **faire**

$$\widehat{W}_E = \widehat{W}_{E'} = W_E = W_{E'} = 0$$

$$\widehat{F}_E = \widehat{F}_{E'} = F_E = F_{E'} = 0$$

**fin pour**

Calcul des  $N$  problèmes :

**pour**  $k = 1$  à  $N$  **faire**

Initialisation à partir du  $(k - 1)$ ème problème.

**tant que** l'erreur  $> \varepsilon$  **faire**

Etape linéaire

Etape locale

Calcul de l'erreur

**fin tant que**

Sauvegarder la solution du  $k$ ème paramètre

**fin pour**

---

### 4 Exemples

■ **Matériaux hétérogènes** : L'exemple présenté est celui d'un matériau granulaire fortement hétérogène : des grains sont noyés dans une matrice. Cet exemple permet de montrer les capacités de la stratégie de calcul en terme de taille de problème et de nombre de surface de contact à traiter. Pour cet exemple, nous simulons un choc sur un volume élémentaire représentatif contenant 50

grains. Les grains sont des polyèdres de forme quelconque. Du contact unilatéral avec frottement est pris en compte pour les interfaces entre les grains et la matrice. La figure 3 montre le maillage des grains utilisé ainsi que la matrice en transparence. Un champ de vitesse est imposé sur la face supérieur du VER tandis que la face inférieure est encastrée.

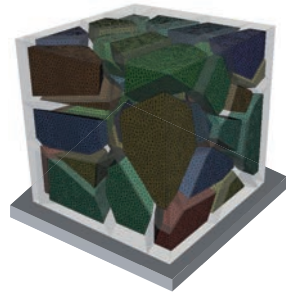


Figure 3 – Matériau hétérogène.

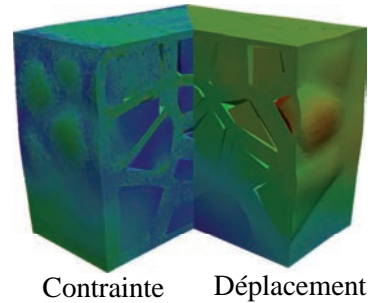


Figure 4 – Resultat de calcul.

Pour cette simulation, la matrice a été découpée en tronc de prisme. Cet exemple contient 620 sous-structures et 2253 interfaces dont 570 interfaces de contact pour un maillage complet de 1.000.000 ddls. Cette étude compte 100 pas de temps de  $5\mu s$  chacun, la durée de l'étude permet un aller et retour de l'onde dans la structure. 100 itérations par pas de temps ont été réalisées et 20 processeurs ont été utilisés pendant environ 6 heures pour ce calcul. La figure 4 montre sur un coupe partielle du VER le champ de contrainte de Von Mises (à gauche) et le champ de déplacement (à droite) au piquet de temps 40.

■ **Etude paramétrique :** Pour illustrer l'efficacité de la méthode à mener des études paramétriques en multirésolution, nous considérons la propagation d'une onde de compression dans deux lopins 3D de matériaux différents (Figure 5). Le choc est généré en imposant une vitesse sur un des deux lopins. Nous considérons une interface de type contact unilatéral avec frottement entre les deux lopins. L'influence de la valeur du coefficient de frottement est étudié dans ce cas. Nous allons réaliser cette étude pour 11 valeurs du coefficient de frottement  $f$  allant de 0. à 0.5 par pas de 0.05. Le temps de l'étude correspond à un aller et retour de l'onde.

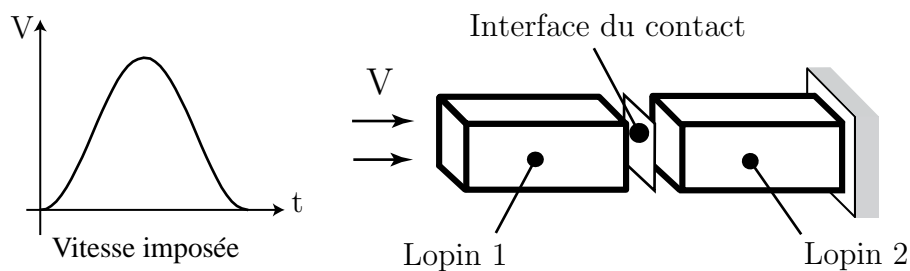


Figure 5 – Deux lopins en contact.

Pour cette étude paramétrique, le critère d'arrêt pour chaque calcul a été fixé à  $10^{-3}$ . La figure 6 montre l'évolution de l'indicateur d'erreur LATIN pendant l'étude paramétrique. On peut constater que chaque changement de  $f$  implique une augmentation de l'erreur. Cependant le nombre d'itération nécessaire pour chaque calcul diminue. Pour réaliser cette étude paramétrique, 565 itérations ont été nécessaire. Une approche direct aurait nécessité plus de 4300 itérations ( $11 * 395$  itérations). L'approche multirésolution a permis pour cet exemple un gain en temps de calcul de

8. La figure 7 montre le champ de vitesse dans les deux lopins pour une valeur de  $f$  de 0.15 à l'instant où l'onde se transmet d'un lopin à l'autre.

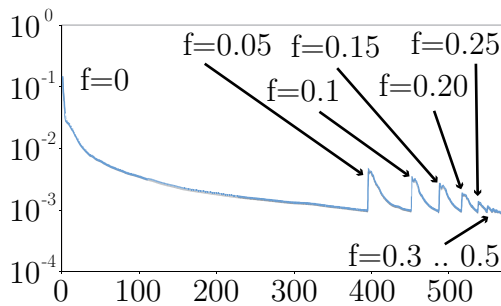


Figure 6 – Erreur en fonction des itérations.

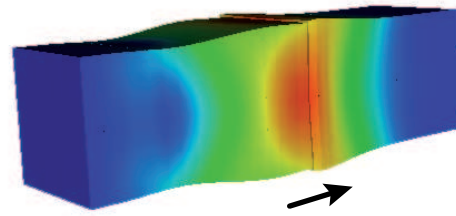


Figure 7 – Champ de vitesse pour  $f = 0.15$ .

## 5 Conclusion

Nous avons présenté une méthode spécialisée pour l'étude paramétrique d'assemblages incluant de multiples zones de contact frottant. Cette méthode tire parti du fait que les non-linéarités et/ou les incertitudes sont localisées dans les liaisons. Plutôt que de réaliser un calcul complet pour chaque jeu de paramètres, nous utilisons la capacité de l'algorithme de résolution à réutiliser simplement la solution d'un problème donné (associé à un jeu de paramètres) pour en résoudre d'autres. Les exemples présentés ici montrent d'une part la capacité de la stratégie de calcul multi-échelle à mener efficacement des calculs de dynamique transitoire comportant de multiples zones de contact et d'autre part l'intérêt de l'approche multirésolution en terme de réduction de coûts de calcul pour des études paramétriques portant sur les propriétés d'interface de contact.

## Références

- [1] J.O. Hallquist, G.L. Goudreau et D.J. Benson. *Sliding interfaces with contact-impact in large-scale lagrangien computations*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 51, 107-137, 1985.
- [2] A. Rama Mohan Rao. *MPI-based parallel finite element approaches for implicit nonlinear dynamic analysis employing sparse PCG solvers*. Advances in Engineering Software, 36 (3), 181-198, 2005.
- [3] C. Farhat, P.S. Chen et J. Mandel. A scalable Lagrange multiplier based domain decomposition method for time-dependent problems. *Int Jal for Numerical Methods in Engineering*, 38, 3831-53, 1995.
- [4] P.A. Boucard, P. Ladevèze et H. Lemoussu. A modular approach to 3D impact computation with frictional contact. *Computer & Structures*, 78, 45-52, 2000.
- [5] P. Ladevèze, A. Nouy et O. Loiseau. A multiscale computational approach for contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Software*, 191, 4869-91, 2002.
- [6] L. Champaney, P.A. Boucard et S. Guinard. Adaptive multi-analysis strategy for contact problems with friction. Application to aerospace bolted joints. *Computational Mechanics*, 42 (2), 305-316, 2008.
- [7] P. Ladevèze. Sur une famille d'algorithmes en mécanique des structures. *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 2, 41-44, 1985.