



**HAL**  
open science

# Dissipation due à l'endommagement anisotrope : application au calcul de structures en béton armé sous impact

Marion Chambart, Rodrigue Desmorat, Fabrice Gatuingt, Daniel Guilbaud

## ► To cite this version:

Marion Chambart, Rodrigue Desmorat, Fabrice Gatuingt, Daniel Guilbaud. Dissipation due à l'endommagement anisotrope: application au calcul de structures en béton armé sous impact. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, LMT, May 2009, Giens, France. hal-01401522

**HAL Id: hal-01401522**

**<https://hal.science/hal-01401522v1>**

Submitted on 23 Nov 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

# Dissipation due à l'endommagement anisotrope : application au calcul de structures en béton armé sous impact

M. Chambart<sup>1,2</sup>, R. Desmorat<sup>1</sup>, F. Gatuingt<sup>1</sup>, D. Guilbaud<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LMT Cachan(ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6/UniverSud Paris)  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN CEDEX , France  
{chambart,desmorat,gatuingt}@lmt.ens-cachan.fr

<sup>2</sup> CEA,DEN,DM2S,SEMT, Laboratoire d'Etudes Dynamiques  
F-91191 Gif-Sur-Yvette, France  
daniel.guilbaud@cea.fr

---

**Résumé** — Le modèle d'endommagement anisotrope présenté ici permet de décrire la fissuration et la ruine des matériaux quasi-fragiles tels que le béton . Ce modèle est écrit dans le cadre de la thermodynamique, ce qui permet d'assurer la positivité de la dissipation intrinsèque et de la calculer. Les exemples traités ici sont des cas de sollicitations dynamiques (impact, chute gravitaire) sur des structures en béton armé. Une loi de viscosité est introduite pour reproduire l'effet de vitesse en traction, celui en compression étant représenté par les effets inertiels. L'impact sur la dissipation est présenté.

**Mots clés** — endommagement, anisotropie induite, dissipation intrinsèque, impact.

---

## 1 Introduction

La connaissance de la dissipation intrinsèque due à l'endommagement est une donnée supplémentaire dans la compréhension et l'analyse de résultats numériques de calculs de structures [1]. Le modèle d'endommagement présenté permet de reproduire l'anisotropie induite par le chargement. Il est écrit dans le cadre de la thermodynamique, ce qui permet d'assurer la positivité de la dissipation [2] et de la calculer. Initialement écrit pour les chargements quasi-statiques ou faiblement dynamiques [3], ce modèle a été étendu à la dynamique plus rapide en prenant en compte l'effet de la vitesse de sollicitation observé expérimentalement pour le béton. On a introduit pour cela un effet retard (visco-endommagement) [4], [5] dans la loi d'évolution de l'endommagement, ce qui permet en outre de rendre la solution indépendante du maillage pour une certaine gamme de vitesses de sollicitation.

Plusieurs méthodes et plusieurs algorithmes sont étudiés pour le calcul de la dissipation. La comparaison des différentes méthodes permet de s'assurer de la justesse du calcul. Les résultats des différents algorithmes seront comparés de manière à choisir la formulation la plus stable et efficace en terme de temps de calcul.

La dissipation est calculée à chacun des points de Gauss des éléments de la structure, ce qui permet de tracer des cartes de dissipation intrinsèque. En intégrant la dissipation sur l'ensemble de la structure, on connaît alors la dissipation totale due à l'endommagement que l'on peut alors rapporter à l'énergie injectée au système. On a également accès à l'augmentation -faible- de tempéra-

ture. Enfin, il est possible d'évaluer la part de dissipation supplémentaire apportée par la viscosité en comparant deux calculs identiques avec et sans viscosité.

## 2 Modèle d'endommagement à effet retard pour le béton

La dissymétrie du comportement du béton entre traction et compression s'explique par la différences des phénomènes mis en jeu dans ces deux cas [6], [7]. La fissuration apparait parallèlement au chargement en traction et perpendiculairement en compression. On parle alors d'anisotropie induite par le chargement. Celle-ci est reproduite simplement par une unique variable tensorielle d'endommagement  $\mathbb{D}$  (tenseur d'ordre 2), dont l'évolution est pilotée par les déformations positives. Pour reproduire l'effet de la vitesse de sollicitation (la résistance du béton augmente quand  $\dot{\varepsilon}$  augmente) on introduit un effet retard (viscosité) dans l'évolution de l'endommagement. La loi de viscosité proposée est écrite de manière à n'agir que sur le comportement en traction grâce au terme en Heaviside  $\mathcal{H}(tr\varepsilon)$  qui est égal à 1 si  $tr\varepsilon > 0$  et nul sinon.

$$\mathcal{H}(tr\varepsilon)tr\dot{\mathbb{D}} = \dot{D}_\infty [1 - \exp(-b(g(\hat{\varepsilon}) - D))] \quad (1)$$

Le paramètre  $\dot{D}_\infty$  borne la vitesse d'évolution de l'endommagement, ce qui permet de régulariser la solution et de s'affranchir des difficultés de dépendances pathologiques au maillage rencontrées avec les modèles adoucissants[5][8]. Cette régularisation n'est efficace que pour des vitesses de sollicitations suffisamment élevées. Pour les chargement plus lents une régularisation de type non-local intégral est utilisée [9].

En compression, les effets structurels expliquent l'effet de vitesse et aucun effet matériau supplémentaire n'est nécessaire pour reproduire les résultats expérimentaux. Les équations du modèle, son implantation numérique, ainsi que des exemples de régularisation pour différentes vitesses de sollicitation sont présentées dans [10].

## 3 Calcul de la dissipation intrinsèque

### 3.1 Deux expressions de la dissipation intrinsèque

Le potentiel thermodynamique a l'expression suivante :

$$\rho\psi^* = \frac{1+\nu}{2E} tr[\mathbb{H}\sigma^D\mathbb{H}\sigma^D] + \frac{(1-2\nu)}{6E} (g(D_H)\langle tr\sigma \rangle^2 + \langle -tr\sigma \rangle^2) \quad (2)$$

( $(\cdot)^D$  signifie "partie déviatorique",  $g(D_H)$  est une fonction croissante, par exemple  $g(D_H) = \frac{1}{1-D_H}$  avec  $D_H = \frac{1}{3}tr\mathbb{D}$  et  $\mathbb{H} = (1 - \mathbb{D})^{-\frac{1}{2}}$ )

On obtient par dérivation :

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\psi^*}{dt} &= \frac{1+\nu}{E} [\mathbb{H}\sigma^D\mathbb{H}]^D : \dot{\sigma} + \frac{1+2\nu}{3E} [g(D_H)(\langle tr\sigma \rangle + \langle -tr\sigma \rangle)] : \dot{\sigma} \\ &+ \frac{1+\nu}{E} (\sigma^D\mathbb{H}\sigma^D) : \dot{\mathbb{H}} + \frac{(1-2\nu)}{6E} \langle tr\sigma \rangle^2 : \frac{d}{dt}[g(D_H)] \end{aligned} \quad (3)$$

où l'on peut regrouper les différents termes de manière à faire apparaître la dissipation intrinsèque  $\mathbb{Y} : \dot{\mathbb{D}}$  ( $\mathbb{Y}$  est la force thermodynamique associée à l'endommagement) :

$$\rho\dot{\psi}^* = \varepsilon : \dot{\sigma} + \mathbb{Y} : \dot{\mathbb{D}} \quad (4)$$

La dissipation peut ainsi être calculée par deux méthodes :

- Soit directement :  $\mathcal{D} = \mathbb{Y} : \dot{\mathbb{D}} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma^D\mathbb{H}\sigma^D) : \dot{\mathbb{H}} + \frac{(1-2\nu)}{6E} \langle tr\sigma \rangle^2 : \frac{d}{dt}[g(D_H)]$

- Soit indirectement  $\mathcal{D} = \rho\psi^* - \varepsilon : \sigma$  que l'on réécrit  $\mathcal{D} = \sigma : \varepsilon - \rho\psi$  avec

$$\rho\psi = G \left( \text{tr}(\mathbb{H}^{-1}\varepsilon\mathbb{H}^{-1}\varepsilon) - \frac{((\mathbb{I} - \mathbb{D}) : \varepsilon)^2}{3 - \text{tr}\mathbb{D}} \right) + \frac{K}{2} ((g(D_H)\langle \text{tr}\varepsilon \rangle^2 + \langle -\text{tr}\varepsilon \rangle^2) \quad (5)$$

avec  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  le module de cisaillement et  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$  le module de compressibilité.

### 3.2 Choix de la discrétisation

On se propose d'étudier les résultats obtenus par deux schémas temporels de discrétisation : celui des rectangles à droite et celui des trapèzes. D'autre part on se propose d'étudier pour la méthode directe l'opportunité de remplacer les différences  $\Delta\mathbb{H}$  et  $\Delta g(D_H)$  qui apparaissent lors de la discrétisation temporelle par des développements limités (calcul approché).

Le tableau 1 récapitule les différentes méthodes ainsi que leur désignation :

Les résultats présentés sont obtenus sur un élément cubique sollicité en traction simple.

Méthode		Rectangles	Trapèzes
	Exacte	DRE	DTE
Directe	Approchée	DRA	DTA
Indirecte		IR	IT

Tableau 1 – Récapitulatif des différentes méthodes étudiées

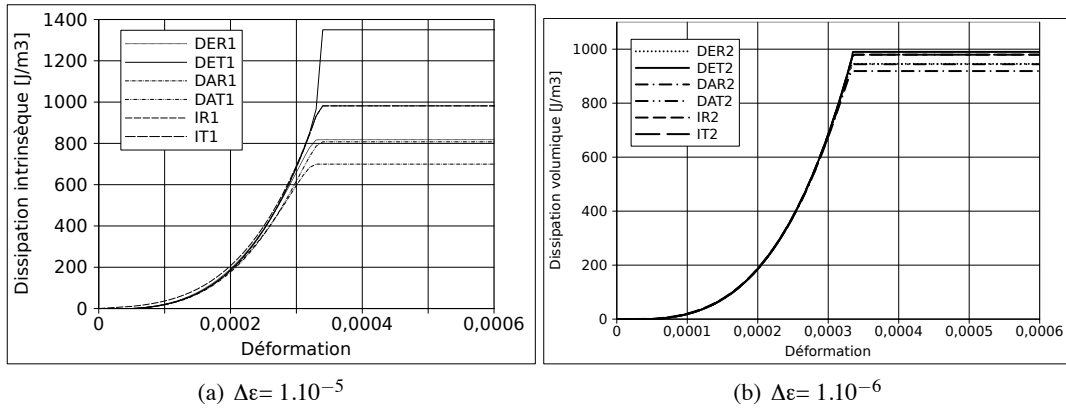


Figure 1 – Evolution de la dissipation sur un point de Gauss en traction avec les notations du tableau 1

La figure 1 montre tout d'abord que les deux méthodes (directe et indirecte) convergent vers le même résultat. D'autre part, les algorithmes convergent lorsque que l'on diminue l'incrément de déformation.

## 4 Application sur structure

### 4.1 Essai de traction dynamique par écaillage

Le premier exemple traité est celui d'une éprouvette en béton non armé impactée à une de ses extrémités par un dispositif de type barre de Hopkinson, l'autre extrémité étant libre. L'onde de

compression en atteignant le bord libre se réfléchit en onde de traction, et du fait de la dissymétrie du comportement provoque la rupture de l'éprouvette. Ce type d'expérience est utilisé pour connaître la résistance dynamique du béton en traction (figure 2 [11]).

L'éprouvette est cylindrique et a un diamètre de 2 cm et une hauteur de 12cm. Trois maillages de différente finesse, constitués d'éléments prismatiques, sont utilisés pour étudier la régularisation.

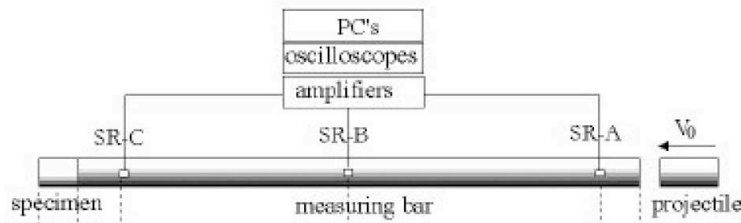


Figure 2 – Dispositif de l'essai de traction dynamique

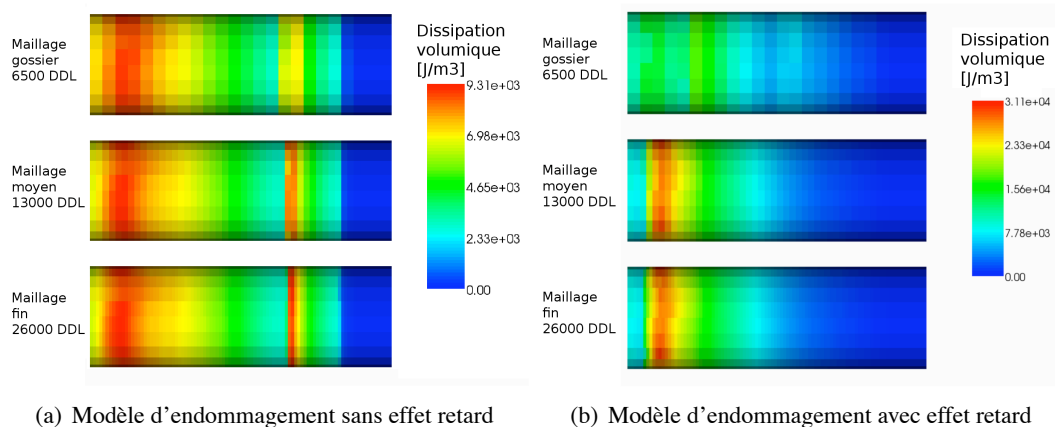


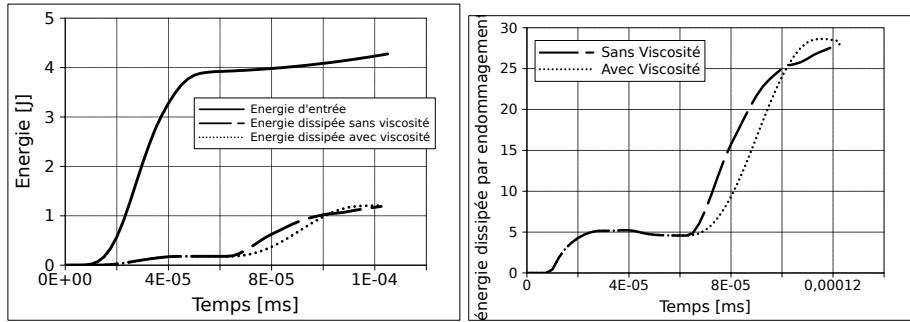
Figure 3 – Cartes de dissipation volumique

On constate que les cartes de dissipations volumiques obtenues sont très différentes avec ou sans effet retard (figure 3). L'effet retard, qui introduit une dépendance entre la résistance en traction et la vitesse de sollicitation est nécessaire pour une modélisation réaliste en dynamique. D'autre part, on constate également que pour les maillages moyen et fin, l'effet retard régularise la solution (pas de dépendance au maillage).

La dissipation totale due à l'endommagement est de l'ordre de 25 % de l'énergie injectée, l'effet retard ne fait pas augmenter cette proportion, mais ralentit très légèrement son évolution (c.f. figure4).

## 4.2 Impact sur une poutre en béton armé

Le deuxième exemple est celui d'une poutre en béton armé sous impact. L'impacteur a une masse de 100kg et atteint une vitesse au moment du contact de  $8,3 \text{ m.s}^{-1}$ . Pour le béton le maillage est constitué de 7500 éléments cubiques, les armatures sont représentées par des éléments de barre connectés aux noeuds du maillage béton. Les armatures ont un comportement élasto-plastique parfait et l'impacteur a un comportement élastique linéaire.



(a) Evolution de la dissipation intrinsèque to- (b) Evolution du pourcentage d'énergie dissi-  
 tale pée par endommagement

Figure 4 – Comparaison de l'évolution de la dissipation totale avec et sans effet retard

La figure 5 présente la carte des isolvaleurs d'endommagement ( 1<sup>re</sup> valeur propre du teneur d'endommagement  $\mathbb{D}$ ) et celle des isovalues de dissipation volumique.

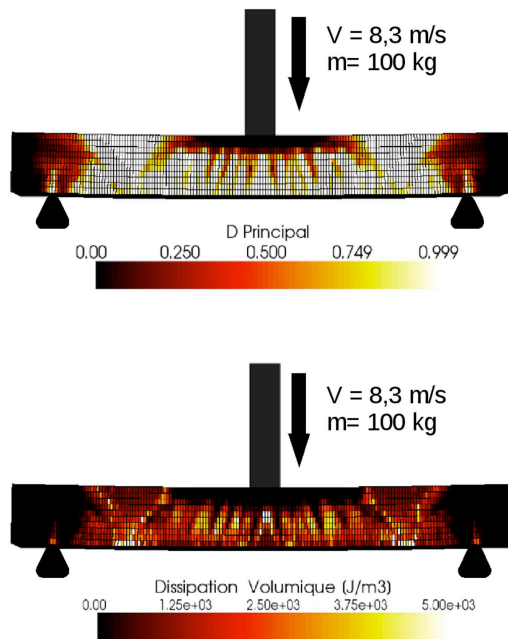


Figure 5 – Carte d'endommagement et de dissipation pour une poutre soumise à un impact

En faisant l'hypothèse d'une transformation adiabatique, on peut écrire la relation suivante entre l'évolution de la température et de la dissipation :

$$\rho c \dot{T} = \mathbb{Y} : \mathbb{D} \tag{6}$$

et ainsi estimer l'élévation de température. La carte de température de la figure 6 montre une élévation très faible, de l'ordre du centième de degré.

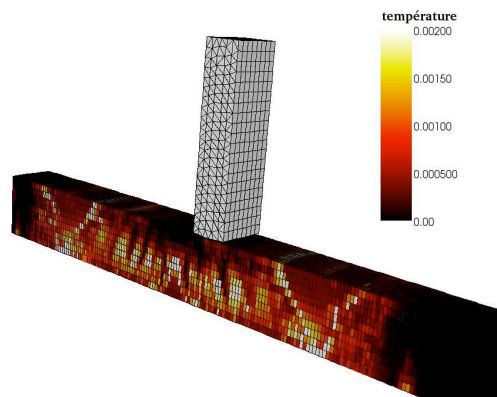


Figure 6 – Carte d'élevation de la température

## 5 Conclusion

On a pu montrer que l'on était capable de calculer la dissipation intrinsèque pour le modèle d'endommagement anisotrope 3D présenté et que ce calcul était juste. A partir de là il nous est possible de tracer des cartes de dissipation volumique, de localiser sur une structure les zones les plus dissipantes, et de visualiser la non-dépendance au maillage. Les courbes dévolution nous donnent des informations supplémentaires sur la part de l'énergie injectée qui est dissipée, et nous permettent de montrer que la loi de viscosité introduite ne provoque quasiment pas d'augmentation de la dissipation totale. Enfin, l'élévation de température calculée est négligeable, ce qui est conforme à nos attentes.

## Références

- [1] P. Grassl, M. Jirasek. Meso-Mechanically Motivated Nonlocal Models for Modelling of the Fracture Process Zone in Quasi-Brittle Materials. *WCCM8/ECCOMAS 2008* Venise, Italie
- [2] R. Desmorat. Positivité de la dissipation intrinsèque d'une classe de modèles d'endommagement anisotropes non standards. *Comptes-Rendus Mécanique*, Vol 334. Num 10. Pages 587-592. 2006
- [3] R. Desmorat, F. Gatuingt, F. Ragueneau. Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol 74. Num 10. Pages 1539-1560. 2007
- [4] J.-F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, C. Laborderie. A rate dependant damage model for concrete in dynamics
- [5] O. Allix, J.F. Deü Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions*, Vol 45. Pages 29-46. 1997
- [6] J. Mazars. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure *Doctorat d'état de l'université de Paris VI* 1984
- [7] J. Mazars, Y. Berthaud, S. Ramtani. The unilateral behavior of damage concrete *Engineering Fracture Mechanics* Vol 35. Pages 629-635. 1990.
- [8] R. Peerlings. Enhanced damage modelling for fracture and fatigue. *PhD thesis*, TU Eindhoven - The Netherlands, 1999. *Journal of engineering Mechanics ASCE* vol 112, Pages 939-942. 1996
- [9] G. Pijaudier-Cabot, Z.P. Bazant Nonlocal Damage Theory *Journal of Engineering Mechanics*, 1987
- [10] F. Gatuingt, R. Desmorat, M. Chambart, D. Combescure, D. Guilbaud Anisotropic 3D delay-damage model to simulate concrete structures. *Revue Européenne de mécanique numérique* Vol 17. Pages 740-760. 2008
- [11] A. Brara J. Klepasczko Experimental characterization of concrete in dynamic tension. *Mechanics of Materials*, Vol 38 Issue 3, Pages 253-267. March 2006