



**HAL**  
open science

## Modélisation dynamique du contact pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de roulement

Z Bazari, Philippe Klein, Joël Lelong, Alain Le Bot

► **To cite this version:**

Z Bazari, Philippe Klein, Joël Lelong, Alain Le Bot. Modélisation dynamique du contact pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de roulement. Congrès Français d'Acoustique 2016, Apr 2016, LE MANS, France. 8 p. hal-01393578v1

**HAL Id: hal-01393578**

**<https://hal.science/hal-01393578v1>**

Submitted on 7 Nov 2016 (v1), last revised 22 Jun 2017 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## CFA/VISHNO 2016

**Modélisation dynamique du contact  
pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de  
roulement**Z. Bazari<sup>a</sup>, P. Klein<sup>b</sup>, J. Lelong<sup>b</sup> et A. Le Bot<sup>a</sup><sup>a</sup>LTDS Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, 36, avenue Guy de  
Collongue, 69134 Ecully, France<sup>b</sup>IFSTTAR, AME, LAE, Université de Lyon/CeLyA, 25, avenue F. Mitterrand, Case 24,  
Cité des Mobilités, F-69675 Bron, France  
zakia.bazari@doctorant.ec-lyon.fr

LE MANS

Cet article traite du contact pneumatique/chaussée et du bruit de roulement. Le bruit naît de l'interaction entre les aspérités de la chaussée et les pains de gomme de la bande de roulement. Des impacts à l'interface de contact engendrent des vibrations suivies du rayonnement acoustique de la surface du pneumatique. Des outils numériques sont développés pour étudier ce phénomène. Le but de cette étude est de prédire les forces de contact, les vitesses vibratoires induites et d'obtenir des informations précises sur les chocs transitoires et les propriétés statistiques de ces chocs. Dans le cas présent, on se place dans le cas d'un pneumatique lisse roulant sur un revêtement rugueux.

## 1 Introduction

Le bruit de contact pneumatique/chaussée ou bruit de roulement est la principale source de bruit d'un trafic routier au-delà d'une vitesse de 50 km/h. C'est un bruit large bande concerne principalement les fréquences comprises entre 0 Hz et 5000 Hz, avec un pic du niveau en dB(A) compris entre 700 Hz et 1500 Hz. Le bruit de roulement est généré par un ensemble de mécanismes excitateurs parmi lesquels on distingue [1] : la mise en vibration de l'enveloppe du pneumatique par la rugosité de la route combinée aux pains de gomme du pneumatique, les phénomènes de pompage d'air [2] et des effets d'instabilité de type stick-slip [3]. A ces mécanismes s'ajoutent des phénomènes d'amplification affectant de manière plus ou moins sélective la gamme fréquentielle. Citons, à titre d'exemple, les modes propres du pneumatique, le réseau de cavité des sculptures, les modes propres acoustiques et l'effet dièdre [4].

## 2 Description de la chaussée

La texture d'un revêtement routier a une influence sur le bruit de roulement. Un système de mesure de texture 3D in situ permet d'obtenir des relevés en trois dimensions de 1,5 m de longueur. La mesure de quatre relevés consécutifs avec une zone de recouvrement de 10 cm permet de reconstruire des relevés d'une longueur approximative de 6 m sur différentes planches d'essai avec une résolution de 500  $\mu\text{m}$ . Pour cette étude, cinq textures sont considérées. La figure 1 représente une vue anamorphosée des cinq textures.

La texture A est un revêtement de type béton bitumineux drainant à macrotexture forte. La revêtement Ap est un enduit superficiel. La texture M2 est un béton bitumineux très mince. Le revêtement E2 est un béton bitumineux semi-grenu à macrotexture modérée. La texture ISO est lisse. La figure 2 représente la densité de probabilité des altitudes des cinq revêtements. Le tableau 1 comporte les caractéristiques  $R_q$ ,  $R_{sk}$  et  $R_{ku}$  des cinq textures ISO, A, M2, E2 et Ap.

	$R_q$ (mm)	$R_{sk}$	$R_{ku}$
<b>ISO</b>	0.32	-2.18	9.5
<b>A</b>	0.95	-1.13	4.05
<b>M2</b>	1	-1.14	4.04
<b>E2</b>	0.73	-1.12	6.23
<b>Ap</b>	1.75	0.41	2.42

TABLEAU 1 – Caractéristiques  $R_q$ ,  $R_{sk}$  et  $R_{ku}$  des textures ISO, A, M2, E2 et Ap

Le coefficient  $R_q$  est la valeur moyenne quadratique des altitudes de la texture. La texture ISO a la valeur la plus faible de  $R_q$ . Le coefficient de dissymétrie  $R_{sk}$ , appelé skewness, mesure la symétrie du profil par rapport à la ligne moyenne. D'après le tableau 1 le  $R_{sk}$  est négatif

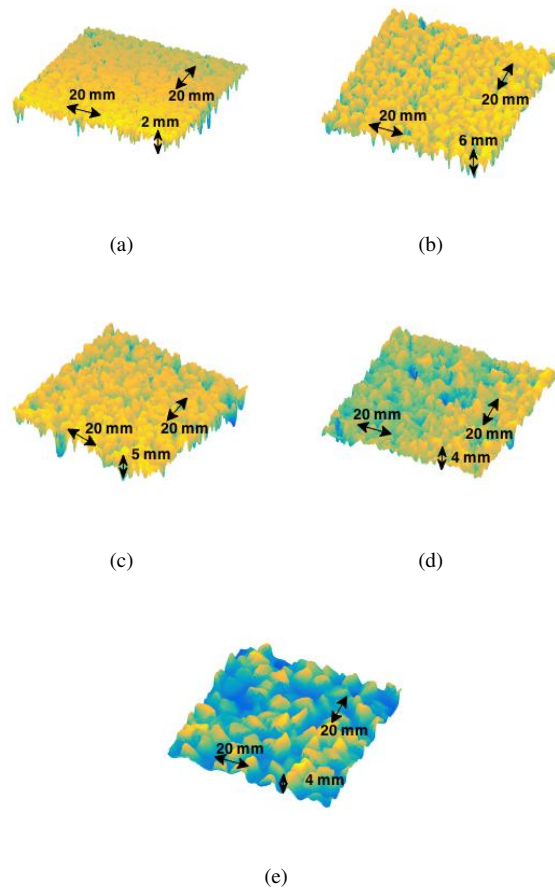


FIGURE 1 – Textures utilisées dans les simulations numériques. Vue anamorphosée des cinq revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-ISO ; patch de texture de 20 cm x 20 cm

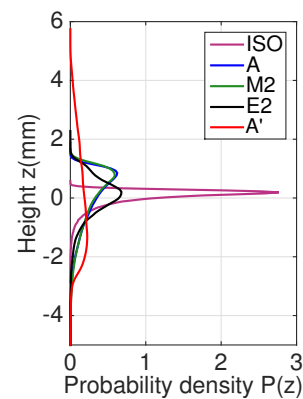


FIGURE 2 – Densité de probabilité des altitudes des cinq revêtements ISO, A, M2, E2 et Ap

pour les quatre revêtements ISO, A, M2 et E2 donc la distribution est asymétrique en haut. Par ailleurs, nous

observons cette dissymétrie des revêtements sur la courbe de la densité de probabilité des altitudes. Elle est plus au moins importante suivant les valeurs du skewness. La texture E2 est légèrement négative. Tandis que les trois textures ISO, A, M2 sont négatives. En revanche, la texture Ap est une texture positive. Son coefficient skewness est positif. Le coefficient d'aplatissement Rku ou kurtosis mesure l'aplatissement de la distribution. Le kurtosis de la texture Ap est inférieur à 3, cela correspond à une distribution aplatie que l'on observe sur la figure 2.

### 3 Modèle du pneumatique

Le pneumatique est modélisé par une plaque mince orthotrope précontrainte basée sur une fondation élastique. La plaque orthotrope a une tension résultant de la pression de gonflage du pneumatique. On considère la déformée transverse de la plaque correspondant au mouvement radial du pneu, notée  $u(x,y,t)$ . Le pneu est soumis à un champ de force extérieur  $f(x,y,t)$  incluant les forces de contact. Les paramètres de la gomme sont son module de Young ( $E = 4$  MPa) et son coefficient de Poisson ( $\mu = 0.5$ ). Le mouvement dynamique de la plaque est écrit selon l'hypothèse de Kirchhoff de plaques minces [5],

$$\begin{aligned} &(-T \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + B_x \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \sqrt{B_x B_y} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \\ &+ B_y \frac{\partial^4}{\partial y^4} + s + c \frac{\partial}{\partial t} + M \frac{\partial^2}{\partial t^2}) u(x, y, t) = f(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

où  $T$  est la tension de précontrainte produite par la pression de l'air,  $B_x$  et  $B_y$  sont respectivement les raideurs en flexion de la plaque dans les directions longitudinale et latérale,  $s$  la raideur de l'air interne sous pression (fondation de Winkler),  $c$  une force visqueuse,  $M$  la masse par unité de surface.

### 4 Modèles numériques

Le problème mécanique à résoudre se compose d'une roue en contact avec un revêtement rugueux. Deux codes sont utilisés pour modéliser le contact pneumatique/chaussée : le code Ra3D et le code DySiRoN [6] (Dynamic Simulation of Rolling Noise).

Dans le code ra3D la roue se déplace, sans roulement dans la version implémentée ici, à une vitesse constante  $V$ . La route est fixe et appuyée à ses extrémités. Le pneumatique est suspendu à un ressort de raideur  $k$ . Les forces de dissipation sont prises en compte par l'amortissement visqueux  $c(c = 2\zeta m\omega)$ .  $\zeta$  est le taux d'amortissement,  $m$  est la masse du pneu et  $\omega$  la pulsation la propre. Des forces compressives de contact naissent de l'interaction entre les aspérités de la chaussée et les pains de la bande de roulement du pneumatique. Ces forces de contact provoquent la vibration de la carcasse du pneumatique. Ces vibrations rayonnent du bruit. En revanche, le calcul de bruit ne sera pas pris en compte dans ce code. Les hypothèses ci-dessous sont appliquées :

1. Modèle 3D (deux plaques en contact),
2. Modèle de plaque orthotrope,
3. Vibration en flexion seulement (pas de déformation dans le plan de la plaque),
4. Chaussée indéformable,
5. Méthode de pénalité appliquée.

Le modèle ra3D se base sur une décomposition modale de la réponse dynamique du pneumatique en contact avec la chaussée. Le déplacement vertical  $u(x,y,t)$  peut être décrit par la somme de ses contributions modales. L'équation générale du mouvement de la plaque orthotrope est alors réduite à un système d'équations différentielles ordinaires de premier ordre que l'on peut réécrire sous la forme d'un problème de valeur initiale où la seule variable est le temps. Ce problème peut être résolu à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle basé sur les différences finies centrées. Ensuite, nous utilisons la méthode de pénalité [10] pour résoudre le problème de contact. Cette méthode consiste à autoriser une pénétration entre les deux surfaces en contact. Les forces de contact sont alors obtenues par le produit de la pénétration et du coefficient de pénalité. La valeur de ce dernier est fixée par l'élasticité de la gomme (rapport du module d'Young sur l'épaisseur du pneumatique).

Dans le code DySiRoN, la méthode des fonctions de Green est utilisée. La réponse est calculée par un produit de convolution entre la fonction de Green temporelle et les forces de contact. Le calcul est réalisé en deux phases : une phase de chargement progressif jusqu'à ce que les forces de contact équilibrent le chargement, l'altitude du moyeu est alors fixée ; une phase de roulement les composantes de texture de longueur d'onde supérieure à 50 cm sont supprimées pour compenser le calcul à moyeu fixe. Des ressorts découplés à raideur constante sont utilisés pour modéliser l'élasticité de la gomme. Une force de contact apparaît lorsque le ressort est comprimé par le contact avec la surface de la route. Nous utilisons les hypothèses suivantes :

1. Modèle de roulement dynamique 3D,
2. Modèle de plaque orthotrope sous tension,
3. Vibration en flexion seulement (pas de déformation dans le plan de la plaque),
4. Chaussée indéformable,
5. Altitude fixée au moyeu.
6. Méthode de pénalité est appliquée.

### 5 Résultats

Nous étudions le système composé d'une roue lisse en contact avec un revêtement rugueux. Les paramètres choisis pour la simulation numérique du code ra3D sont : la vitesse  $V = 90$  km/h, le pas spatial  $\chi = 500 \mu m$ , le nombre de mode pris en compte est 1115, le pas de temps est  $\tau = 10^{-6} s$ . La durée de la simulation est 0,2 s, la raideur de suspension vaut  $10000 N.m^{-1}$ , la visquance est  $3100 N.m^{-1} s^{-1}$ . Le coefficient de pénalité, rapport du module d'Young sur l'épaisseur, est de  $3,33.10^8$ . Dans le code DySiRoN, on considère les

paramètres suivants : le pas spatial selon l'axe x :  $\chi_x = 3 \text{ mm}$ , le pas spatial selon l'axe y  $\chi_y = 5 \text{ mm}$  et le pas de temps  $\tau = \frac{V}{\chi}$ .

Pour étudier l'influence de la vitesse de roulement sur la force de contact et la vitesse vibratoire induite, nous considérons cinq vitesses : 50 km/h, 80 km/h, 90 km/h, 100 km/h et 110 km/h.

## 5.1 Force totale de contact

Sur les figures 3 et 4 sont illustrées l'évolution de la force totale de contact en fonction du temps obtenue par les deux codes ra3D et DySiRoN. On constate que la force totale obtenue correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2451 N (1/4 masse du véhicule) et le poids du pneumatique de 69 N. De plus, on observe que les fluctuations de la force totale de contact sont plus au moins importantes selon le revêtement considéré. Les résultats du code ra3D sont en accord avec ceux de DySiRoN.

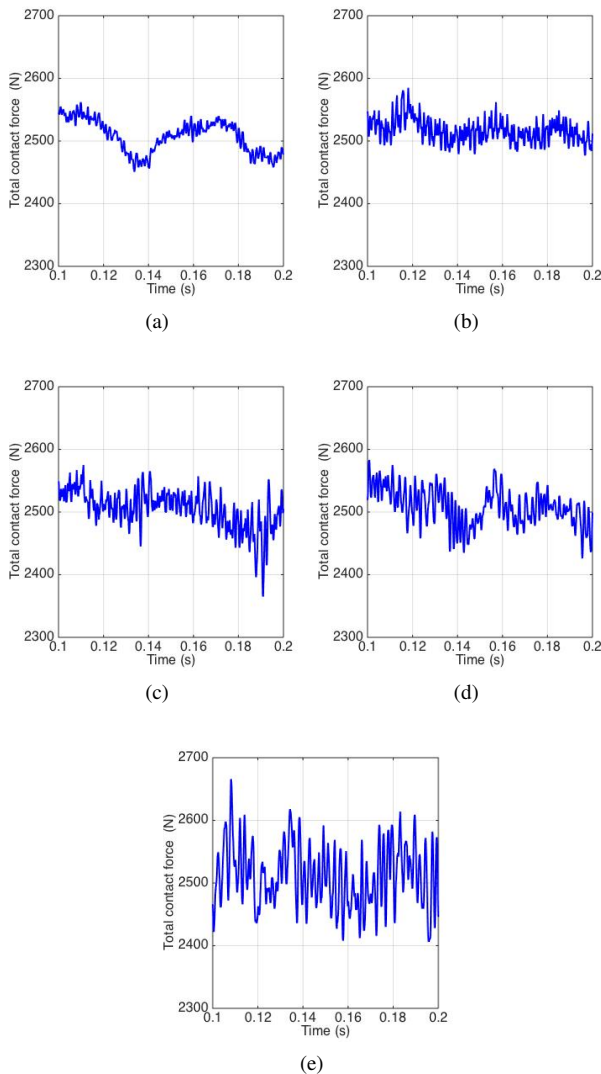


FIGURE 3 – Evolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap ; simulation ra3D

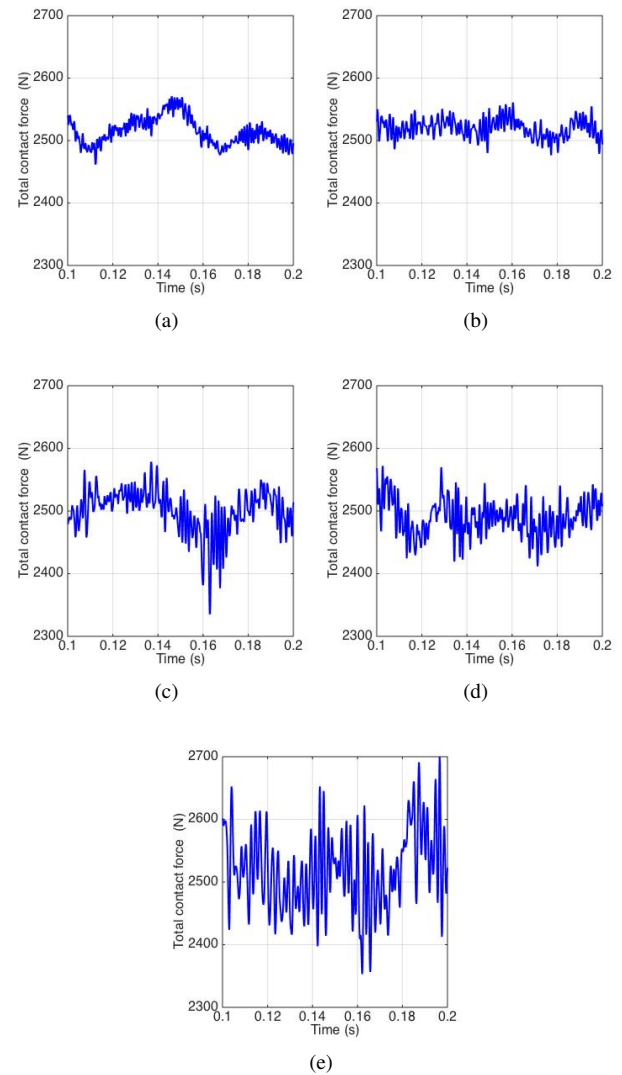


FIGURE 4 – Evolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap ; simulation DySiRoN

## 5.2 Niveau en tiers d'octave de la force totale de contact

L'évolution du niveau en tiers d'octave de la force totale en fonction de la fréquence est tracé sur les figures 5 et 6. Grâce à ce résultat, nous constatons que le niveau de la force totale de contact croît avec la fréquence jusqu'à 800 Hz suivie d'une atténuation du niveau dans la bande de fréquences 800 - 2000 Hz. Par ailleurs, on peut observer que le niveau de la force augmente avec la vitesse de roulement. En revanche, la forme du spectre ne dépend pas de la vitesse de roulement. Nous constatons que les deux modèles donnent des résultats similaires.

## 5.3 Niveau en tiers d'octave de la force au centre de contact

La force locale considérée est la force au centre de la zone de contact. La zone de contact fait 15 cm x 15 cm. Le point au centre est situé à  $x=7.5 \text{ cm}$  et  $y=7.5 \text{ cm}$ .

On remarque bien que pour une variation croissante de la vitesse de roulement (figures 7 et 8), les spectres se décalent vers la droite. A titre d'exemple, si on observe le spectre en

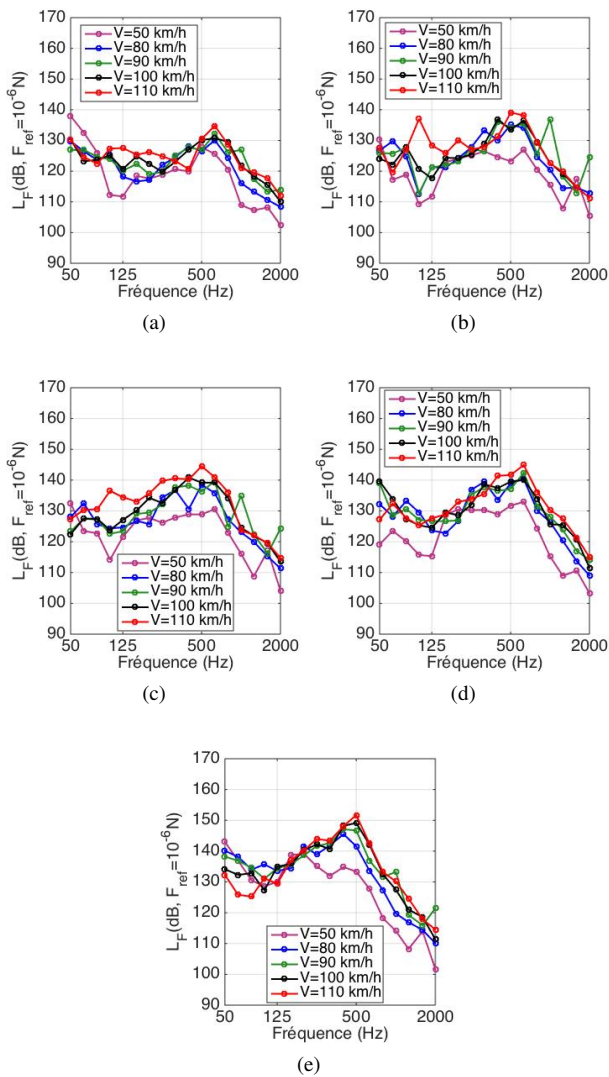


FIGURE 5 – Spectre du niveau en tiers d'octave de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap ; simulation ra3D

tiers d'octave de la force au centre de la texture ISO à 50 km/h, on a un pic à 200 Hz. A 80 km/h, le pic se situe à 240 Hz et à 110 km/h, on a le pic à 270 Hz. En plus, nous constatons que le niveau de la force au centre croît avec la fréquence. Par ailleurs, on peut observer que le niveau de la force diminue avec la vitesse de roulement. Les résultats obtenus par les deux modèles sont très proches.

#### 5.4 Niveau vibratoire en fonction de la vitesse

Dans la littérature, plusieurs expériences et simulations numériques ont été réalisées pour caractériser le bruit de roulement. Plusieurs études rendent compte de l'influence de la vitesse sur le bruit de roulement [1]. Dubois [7, 8] a effectué des mesures de bruit pneumatique/chaussée pour différentes vitesses. Il a constaté une relation statistique entre le niveau de bruit et la vitesse de roulement sous la forme :

$$L_p(dB) = 20 \log_{10} \left( \frac{V}{V_{ref}} \right)^n + L_p(V_{ref}) \quad (2)$$

où  $L_p$  est le niveau de bruit,  $V$  la vitesse de roulement,  $V_{ref}$  la vitesse de référence. La valeur de l'exposant  $n$  vaut 1,7 dans

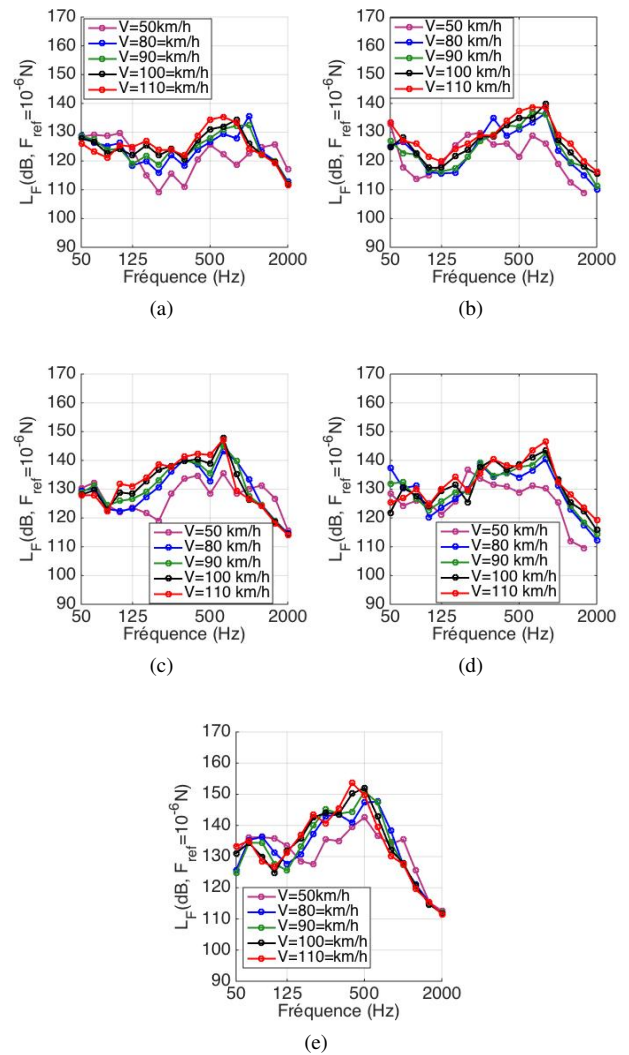


FIGURE 6 – Spectre du niveau en tiers d'octave de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap ; simulation DySiRoN

ce cas.

En 2013, Dang [9] a observé grâce à une simulation numérique 2D du contact glissant pur acier/acier, une corrélation entre le niveau de vibration et la vitesse décrite dans la formule (2). La valeur de l'exposant est égale à 0,8 (figure 10). La différence entre les deux exposants peut être expliquée par le fait qu'il s'agit de deux phénomènes très différents, glissement pur acier/acier et roulement d'un pneumatique sur chaussée. Dans le premier cas, c'est la rugosité des deux profils en contact qui génère le bruit. Quant au deuxième phénomène plusieurs mécanismes peuvent être mis en jeu, rugosité de la route, géométrie du pneu ainsi que les mécanismes de pompage d'air. Sur la figure 10 est tracée la régression linéaire entre le niveau de bruit pour un pneumatique donné roulant sur un revêtement donné et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence, ici égale à 90 km/h (Dubois 2012). La figure 10 montre l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse dans le cas d'un contact glissant acier/acier (Dang 2013).

Sur la figure 11 est tracé la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence de 90 km/h pour les cinq revêtements.

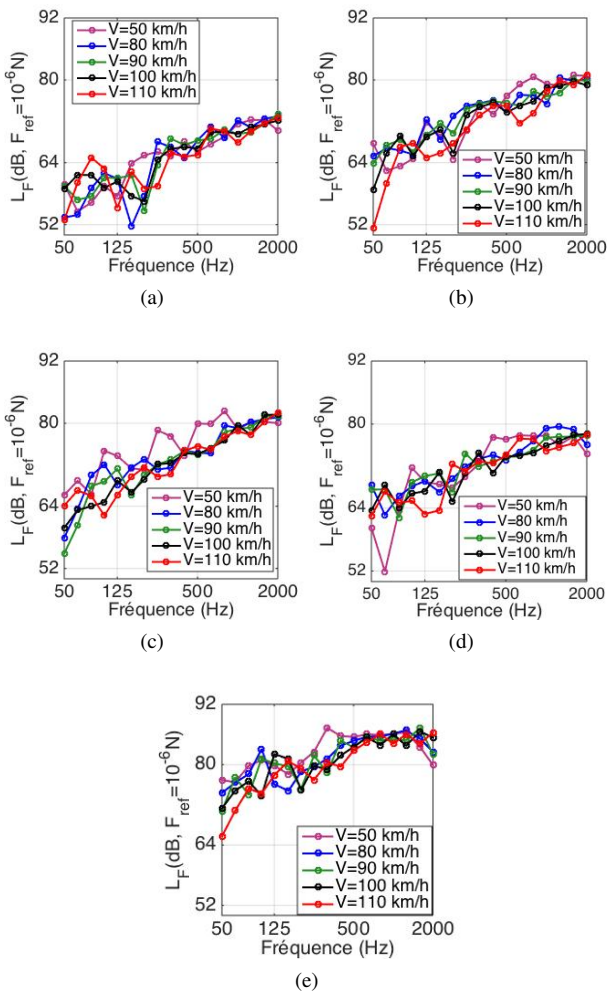


FIGURE 7 – Spectre du niveau en tiers d’octave de la force au centre de la zone de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap; simulation ra3D

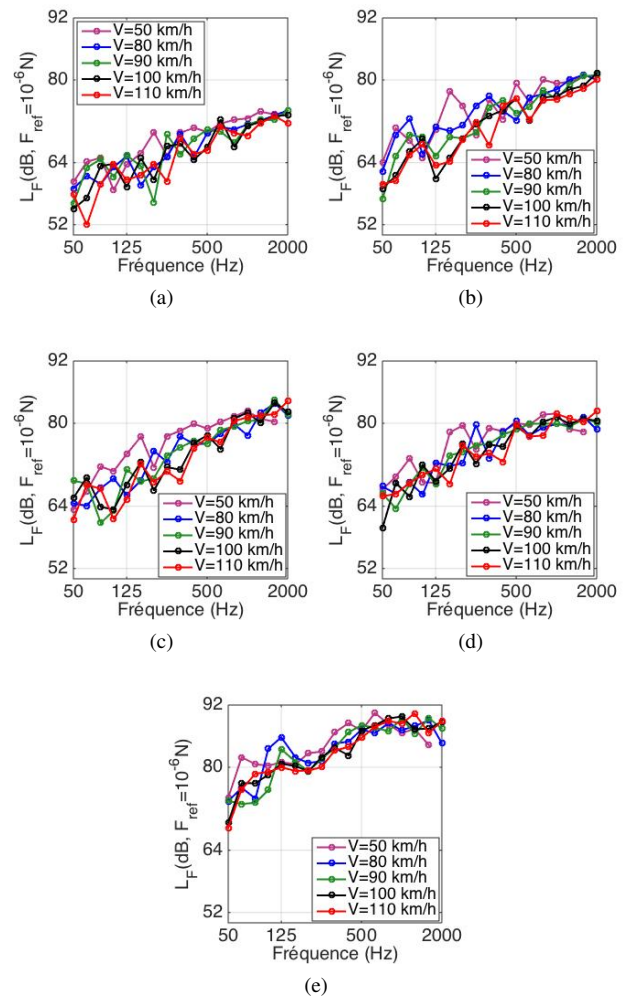


FIGURE 8 – Spectre du niveau en tiers d’octave de la force au centre de la zone de contact pour les cinq revêtements : (a)-ISO, (b)-A, (c)-M2, (d)-E2 et (e)-Ap; simulation DySiRoN

On note la croissance du niveau de la vibration par rapport la vitesse. La valeur de l’exposant  $n$  obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1 et 1.4. Les niveaux vibratoires sont plus élevés sur la texture A’, suivi de E2 car la partie superficielle de la surface plus rugueuse (plus de pics) que celles des autres textures. Le niveau vibratoires de la texture ISO est le plus faible (revêtement lisse). Ces résultats sont en accord avec les valeurs de  $R_q$ ,  $R_{sk}$  et  $R_{ku}$  calculés précédemment. En comparant les résultats des deux codes, nous constatons que les valeurs de l’exposant sont légèrement différentes. Par ailleurs, il y a un écart d’environ 2 dB entre les niveaux vibratoires. Cela peut être dû au fait que l’amortissement n’est pas le même dans les deux codes. De plus, dans le code DySiRoN, on a le roulement de la roue tandis que dans la version actuelle du code ra3D, la roue glisse sur le revêtement.

### 5.5 Etude statistique des chocs

L’un des objectif de cette étude est d’analyser les chocs. Les caractéristiques d’un choc sont : la force maximale, la durée et l’énergie transférée. La figure 12 présente un extrait de l’évolution temporelle de la force de contact en un noeud [10]. A partir de cette évolution, les valeurs maximales de la force de contact de choc et la durée sont déterminées.

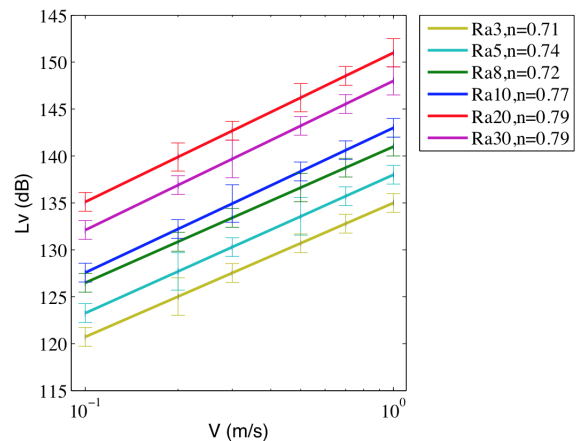


FIGURE 9 – Evolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse, simulation numérique 2D glissement pur acier-acier -Dang 2013 [10]

La figure 13 présente l’histogramme de la force maximale de choc pour deux vitesses : 50 km/h et 90 km/h en haut. La partie du bas concerne la fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc (CDF). L’histogramme indique le nombre de choc ayant une valeur

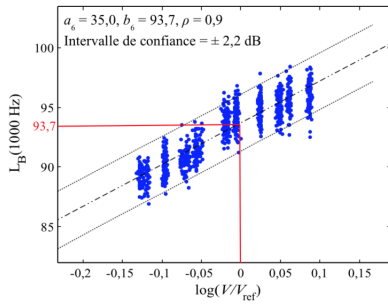


FIGURE 10 – Régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence (90 km/h) pour la surface E2 avec un pneu standard, résultats expérimentaux (mesure de bruit)-Dubois 2012.

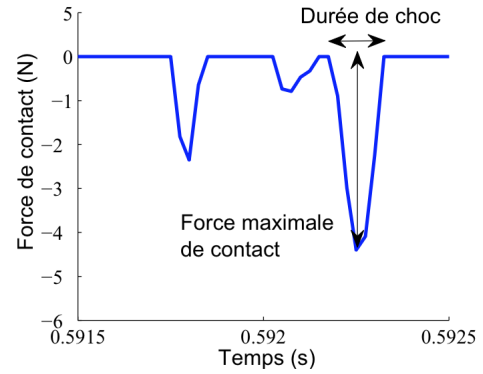


FIGURE 12 – Evolution de la force de contact au noeud x=0.0012 m. Dang 2013.

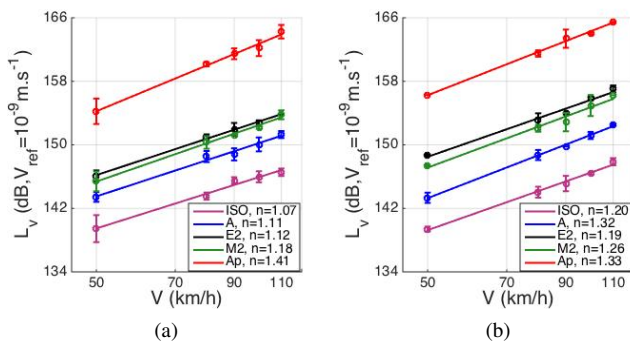


FIGURE 11 – Régression linéaire entre le niveau de vibration et le logarithme de base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence, simulation ra3D (gauche), simulation DySiRoN (droite)

N° choc	Durée (s)	f <sub>max</sub> (N)
1	2.10 <sup>-3</sup>	0.22
2	3.10 <sup>-4</sup>	0.1
3	2.10 <sup>-4</sup>	0.01
4	4.10 <sup>-4</sup>	0.14
5	9.10 <sup>-4</sup>	0.19

TABLEAU 2 – Extrait des 5 premiers chocs, texture Ap, V=90 km/h

de force maximale égale à une valeur donnée. Grâce au CDF, on peut estimer la répartition de la force maximale. D’après l’histogramme de la force maximale de choc, on constate une atténuation du nombre de chocs lorsque la valeur de la force maximale augmente. En comparant les résultats des deux vitesses, on constate que les chocs deviennent plus importants quand la vitesse augmente. Sur la figure 14 est tracée l’histogramme et la fonction cumulative des probabilités de la durée de choc. Nous observons que la durée de choc diminue en augmentant la vitesse. La durée de choc est de l’ordre de 10<sup>-4</sup>s.

## 6 Conclusion

Cette étude concerne le simulation numérique du contact d’une roue avec une surface rugueuse. Pour résoudre ce problème, deux modèles sont utilisés. L’un est basé sur une

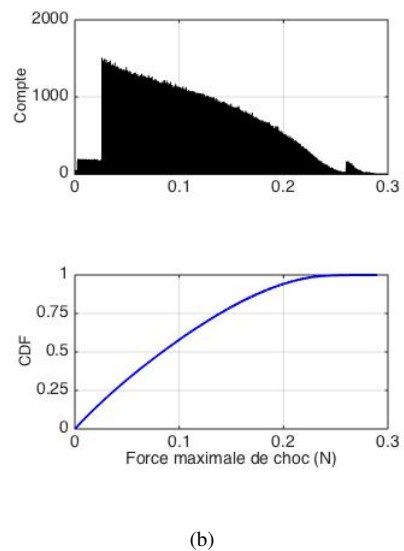
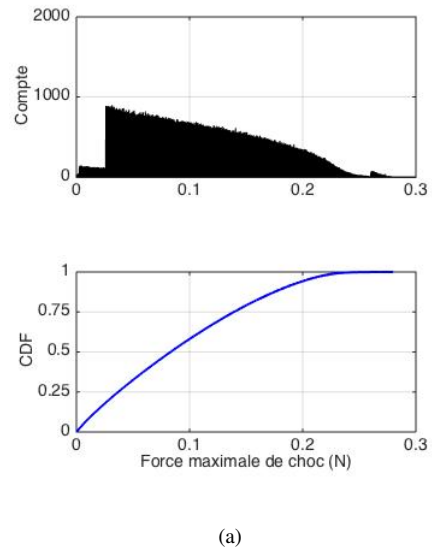
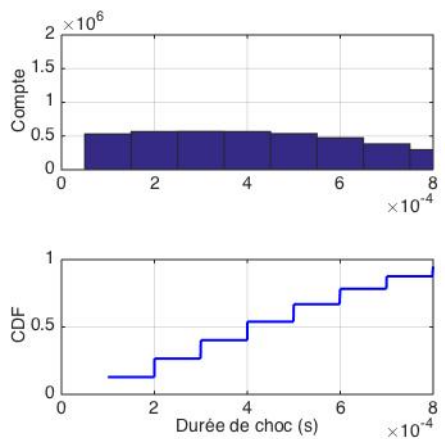


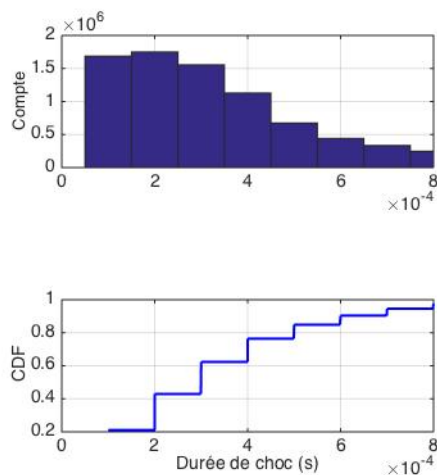
FIGURE 13 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc, simulation ra3D, texture Ap, a)-V=50 km/h, (b)-V=90 km/h,

décomposition modale de la réponse dynamique de la roue. L’autre utilise la méthode des fonctions de Green. Grâce à ces modèles, on peut tirer les conclusions suivantes : La croissance du niveau de la force totale de contact avec la





(a)



(b)

FIGURE 14 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la durée de choc, simulation ra3D, texture Ap, a)-V=50 km/h, (b)-V=90 km/h,

vitesse de roulement. En revanche, la forme du spectre dépend peu de la vitesse de roulement. Le niveau vibratoire augmente avec la vitesse de roulement. La valeur de l'exposant  $n$  obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1 et 1.4. La rugosité du revêtement a une influence directe sur la génération du bruit. Grâce à l'étude statistique des chocs, on est capable de déterminer la force maximale du choc et sa durée. Les chocs deviennent plus violents quand la vitesse augmente. La durée de choc décroît en augmentant la vitesse.

## Remerciements

Ce travail a été financé par le Labex CeLyA de l'Université de Lyon dans le cadre de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LabX-0060 / ANR-11-IDEX-0007).

## Références

- [1] U. Sandberg et J. A. Ejsmont, *Tyre/road noise reference book*, INFORMEX, Harg, SE-59040 Kisa, Sweden, 97-

101-115 (2002).

- [2] F. Conte, *Modélisation CFD du phénomène acoustique de pompage d'air dans un contact pneumatique/chaussée*, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2, 9, 21, (2008).
- [3] F. Anfosso-Lédée et J. Cesbron, Le bruit de roulement automobile : influence du revêtement de chaussée, *Techniques de l'ingénieur*, vii, 8,9,10 (2013).
- [4] F. Anfosso-Lédée, P. Klein, A. FADAVI et al, Tire/road noise : comparison of 2D and 3D models for horn effect , *InterNoise 2000*, 205-209. (2000).
- [5] J.F. Hamet, Tire/road : time domain Green's function for the orthotropic plate model, *Acta Acustica united with Acustica*, PP 87, 470-474, (2001).
- [6] P. KLEIN, Influence of the road texture anisotropy on the noise radiated by a slick tyre, *Société Française d'Acoustique Acoustics*, pp.4123-4128 (2012).
- [7] G. Dubois, J. CESBRON, H.P. YIN et F. ANFOSSO-LÉDÉE, Macro-scale approach for rough frictionless multi-indentation on a viscoelastic half-space., *Wear*, 272 : 69-78. ISSN 0043-1648. 93 (2011).
- [8] G. Dubois, *Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement*, Thèse de doctorat, Nantes - Université de Nantes, (2012).
- [9] H. Dang, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet et J. Scheibert, Direct numerical simulation of dynamics of sliding rough surfaces, *Computational Mechanics*, Volume 52, Issue 5, pp 1169-1183. (2013).
- [10] H. Dang, *Dynamique des interfaces multicontact*, Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, (2013).