



HAL
open science

Modélisation et simulation de l'effet Mullins dans les pièces elastomères du secteur automobile

Grégory Chagnon, Erwan Verron, Laurent Gornet, Gilles Marckmann, Pierre Charrier

► **To cite this version:**

Grégory Chagnon, Erwan Verron, Laurent Gornet, Gilles Marckmann, Pierre Charrier. Modélisation et simulation de l'effet Mullins dans les pièces elastomères du secteur automobile. XVe Congrès Français de Mécanique, Sep 2001, Nancy, France. hal-01391109

HAL Id: hal-01391109

<https://hal.science/hal-01391109>

Submitted on 5 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MODELISATION ET SIMULATION DE L'EFFET MULLINS DANS LES PIECES ELASTOMERES DU SECTEUR AUTOMOBILE

Grégory CHAGNON¹, Erwan VERRON¹, Laurent GORNET¹,

Gilles MARCKMANN¹ et Pierre CHARRIER²

¹ Laboratoire de Mécanique et Matériaux – Division Calcul des Structures
Ecole Centrale de Nantes
BP 92101, 44072 Nantes cedex 03

² Groupe Trelleborg, Société Modyn, Service Recherche et Innovations
Zone Industrielle Nantes Carquefou, BP 419, 44474 Carquefou cedex

Résumé :

L'effet Mullins dans les élastomères se caractérise physiquement par une perte de rigidité après un premier cycle de chargement lors d'un essai de fatigue. Il est classiquement considéré comme un phénomène d'endommagement ne dépendant que de l'élongation maximale. Le but de ces travaux est de l'identifier. Nous négligeons les effets viscoélastiques et adoptons le modèle hyperélastique d'Ogden. La fonction d'endommagement est déterminée expérimentalement à partir d'essais cycliques d'amplitude variable. Une évolution exponentielle décroissante est identifiée, confirmant expérimentalement le modèle proposé par Miehe.

Abstract :

Elastomers exhibit a reduction of stiffness after a first loading cycle during fatigue tests. This phenomenon so-called the Mullins' effect is considered as a damage phenomenon which only depends on the maximum stretch. The aim of our work is to identify this damage experimentally. Viscous effects are neglected and the Ogden's strain energy function is adopted. The damage evolution is measured with cyclic experiments of various amplitudes and identified as a decreasing exponential function of the maximum stretch. Finally experimental data verify the Miehe's model.

Mots clés :

Elastomère, hyperélasticité, endommagement, effet Mullins, essais mécaniques

1 Introduction

Il est bien connu que les élastomères présentent une perte de rigidité lors du premier cycle de sollicitation d'un essai de fatigue. Ce phénomène physique a été étudié en détails par Mullins (1969), qui lui a d'ailleurs laissé son nom : l'effet Mullins. Plusieurs approches ont été utilisées pour modéliser ce phénomène. Citons par exemple Bueche (1962), Simo (1987) ou Miehe (1995). Ce dernier a décomposé l'endommagement en deux parties, l'une discontinue qui dépend du maximum de déformation atteint dans l'histoire du matériau, l'autre continue qui dépend de la longueur du trajet parcouru sur la courbe de charge, ce qui représente le cumul de déformation. Il apparaît que la partie discontinue est prépondérante

dans le comportement du matériau puisque 80% de l'endommagement dû à l'effet Mullins se réalise lors de la première charge. Le présent article a pour but de déterminer expérimentalement la forme de l'endommagement discontinu dans un caoutchouc naturel.

Une modélisation isotrope du comportement du matériau est mise en œuvre en associant une fonction d'endommagement au modèle hyperélastique d'Ogden à trois termes. La fonction énergie de déformation de ce modèle est donnée par (Ogden (1972)) :

$$W = \sum_{n=1}^3 \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (1)$$

où les λ_i sont les élongations principales et $(\mu_n, \alpha_n)_{n=1,3}$ sont les paramètres du modèle.

Les aspects viscoélastiques du comportement sont négligés, l'étude est faite uniquement sur les montées en chargement. On suppose alors que la charge et la décharge se font par le même chemin.

2 Description des essais

Le matériau testé est un caoutchouc naturel chargé en noir de carbone. Des essais de traction cyclique sont réalisés sur des éprouvettes lanières. Les essais sont effectués à déplacement imposé pour des niveaux de déformation allant de 25% à 250%. Dans ce travail, seuls les deux premiers cycles correspondant à chaque niveau de déformation sont étudiés puisque seule la partie discontinue de l'endommagement (passage de la première à la deuxième charge) est considérée.

Les résultats expérimentaux sont traités. D'une part, seules les deux premières montées en charge sont conservées pour chaque niveau de déformation. D'autre part, les effets viscoélastiques sont supprimés en « décalant » les deuxièmes charges à l'origine pour éliminer le phénomène de fluage (élimination artificielle de l'allongement résiduel de l'éprouvette). Dans toute la suite, le terme « résultats expérimentaux » représente les résultats traités.

3 Elaboration du modèle de comportement

3.1 Modélisation

L'effet Mullins est fréquemment modélisé par une fonction d'endommagement qui vient corriger la fonction énergie de déformation choisie pour représenter le comportement global du matériau (Miehe (1995)) :

$$W(\lambda, M) = (1 - M) \cdot W_0(\lambda) = K \cdot W_0(\lambda) \quad (2)$$

où M est le paramètre d'endommagement et W_0 représente la fonction énergie de déformation d'un matériau idéal (sans endommagement).

Les contraintes principales de Piola-Kirchhoff I sont alors données par :

$$\pi_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad i = 1,3 \quad (3)$$

Ainsi :

$$\pi_i = \frac{\partial(1 - M)W_0(\lambda)}{\partial \lambda_i} = (1 - M) \frac{\partial W_0}{\partial \lambda_i} \quad (4)$$

et ce, car M et λ sont des grandeurs thermodynamiques indépendantes (Lemaître et Chaboche (1988)).

Finalement, la contrainte de Piola-Kirchhoff I sur une courbe de deuxième charge est proportionnelle à la contrainte de Piola-Kirchhoff I du matériau idéal défini précédemment :

$$\pi = K \pi_0 \quad (5)$$

Il convient de remarquer que K est une fonction du seul paramètre λ_{\max} . La fonction K évolue différemment suivant la courbe de charge considérée :

- sur la courbe de première charge λ_{\max} est égal à λ courant donc K varie ;
- sur les courbes de deuxièmes charges, λ_{\max} est constant donc K l'est aussi.

3-2 Dépouillement des essais

Une fois les résultats expérimentaux traités de façon à éliminer la partie viscoélastique du chargement (voir paragraphe 2), le comportement du matériau se réduit à une suite de montées en charge à différentes élongations. Ce comportement est présenté sur la figure 1.

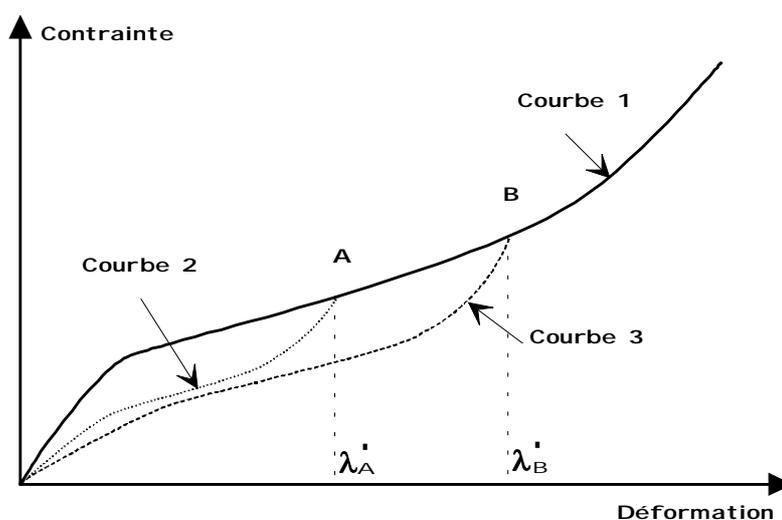


FIG. 1 : Traitement des résultats expérimentaux.

Comme mentionné précédemment, l'évolution de K diffère suivant la courbe de charge considérée :

- sur la courbe 1 : K évolue au fur et à mesure du chargement puisque λ_{\max} croît.
- sur la courbe 2 : K est constant, $K = K(\lambda_{\max}) = K(\lambda_A)$ car $\lambda_{\max} = \lambda_A$
- sur la courbe 3 : K est constant, $K = K(\lambda_{\max}) = K(\lambda_B)$ car $\lambda_{\max} = \lambda_B$

Notons π_1 , π_2 , π_3 les contraintes, respectivement sur les courbes 1, 2 et 3. On a alors les relations suivantes :

$$\pi_1(\lambda) = K(\lambda) \pi_0(\lambda) \quad (6)$$

$$\pi_2(\lambda) = K(\lambda_A) \pi_0(\lambda) = K_2 \pi_0(\lambda) \quad (7)$$

$$\pi_3(\lambda) = K(\lambda_B) \pi_0(\lambda) = K_3 \pi_0(\lambda) \quad (8)$$

Sur les courbes de deuxièmes charges le coefficient K_i est constant. Ainsi, toutes les courbes de deuxièmes charges à $x\%$ sont simplement liées par une constante multiplicative. Pour la suite de l'étude, les notations de la figure 2 vont être utilisées.

Connaissant le comportement du matériau sur les courbes de deuxième charge et non pas son comportement idéal non endommagé, nous allons relier les coefficients K_i entre eux en faisant leur rapport :

$$\frac{K_i}{K_j} = \frac{\pi_i / \pi_0}{\pi_j / \pi_0} = \frac{\pi_i}{\pi_j} \quad (9)$$

Ce rapport se réduit donc au rapport des contraintes correspondantes. Afin de vérifier la validité des hypothèses du modèle, on mesure l'évolution des rapports K_{i+1}/K_i pour toutes les courbes de deuxième charge, une illustration de ces observations est donnée par la figure 3 avec le rapport K_7/K_6 .

La courbe présente deux comportements distincts : pour les faibles déformations, le rapport est constant tandis que pour les grandes déformations, il y a une chute du rapport. Ceci est significatif du phénomène de raidissement qui se produit dans le matériau au moment du retour sur la courbe de première charge. Ces observations sont identiques quels que soient les coefficients K_i et K_{i+1} considérés. Il est ainsi possible d'identifier le coefficient K_{i+1}/K_i sur la première partie de la courbe en précisant qu'un modèle d'endommagement ne dépendant que de l'élongation maximale ne pourra traduire correctement les courbes de deuxième charges dans leur globalité. Le raidissement au moment du retour sur la courbe de première charge ne pourra être obtenu avec un modèle tel que celui-ci.

Finalement, il est possible de rapporter tous les coefficients K_i à un même coefficient. La figure 4 présente l'évolution du rapport K_i/K_2 en fonction de l'élongation à laquelle il se rapporte.

Courbes de deuxième charge à (i-1)*25% i variant de 2 à 11	Coefficient K K_i
--	------------------------

FIG. 2 : Dénomination des courbes de deuxième charge.

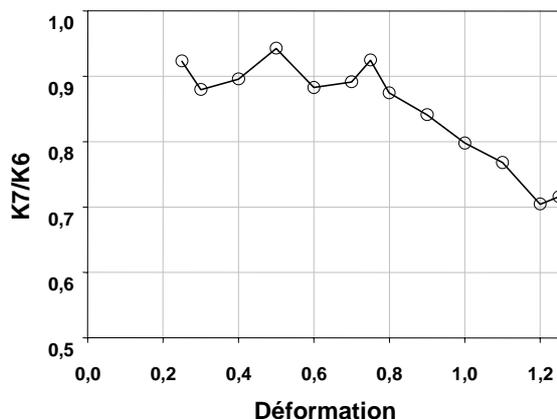


FIG. 3 : Evolution du rapport K_7/K_6 en fonction de la déformation.

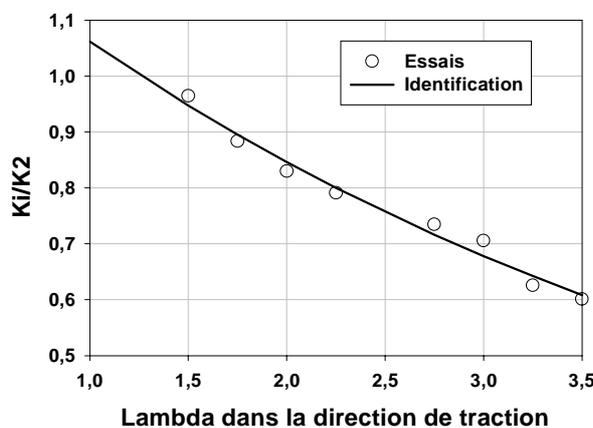


FIG. 4 : Evolution de K_i/K_2 en fonction de l'élongation.

La courbe obtenue peut être identifiée à une fonction exponentielle décroissante :

$$\frac{K}{K_2} = A + B \left[e^{-\alpha(\lambda_{\max}-1)} - 1 \right] \quad (10)$$

Lorsque $\lambda_{\max} \rightarrow 0$, nous n'avons pas encore sollicité l'éprouvette, celle-ci n'est donc pas endommagée. Nous nous situons alors sur la courbe de chargement idéal du matériau, on en déduit :

$$A = 1/K_2 \quad (11)$$

L'équation (10) se met alors sous la forme :

$$K = 1 + B' \left[e^{-\alpha(\lambda_{\max}-1)} - 1 \right] \quad \text{avec} \quad B' = B.K_2 \quad (12)$$

En posant $B' = M_\infty$, on retrouve le modèle d'endommagement discontinu proposé par Miehe :

$$M = M_\infty \left(1 - e^{-\alpha(\lambda_{\max}-1)} \right) \quad (13)$$

Remarque sur la limite du modèle : connaissant tous les coefficients qui relient les courbes de deuxième charge entre elles, il est possible de les superposer en les ramenant toutes à une seule et même courbe. La figure 5 montre la superposition de toutes les courbes de deuxième charge sur la courbe de deuxième charge à 250%. Il est à noter que toutes les courbes ne sont pas confondues puisque les raidissements au moment du retour sur la courbe de première charge apparaissent distinctement, ceci illustre les limites du modèle qui ont déjà été mentionnées lors de l'identification des rapports K_{i+1}/K_i .

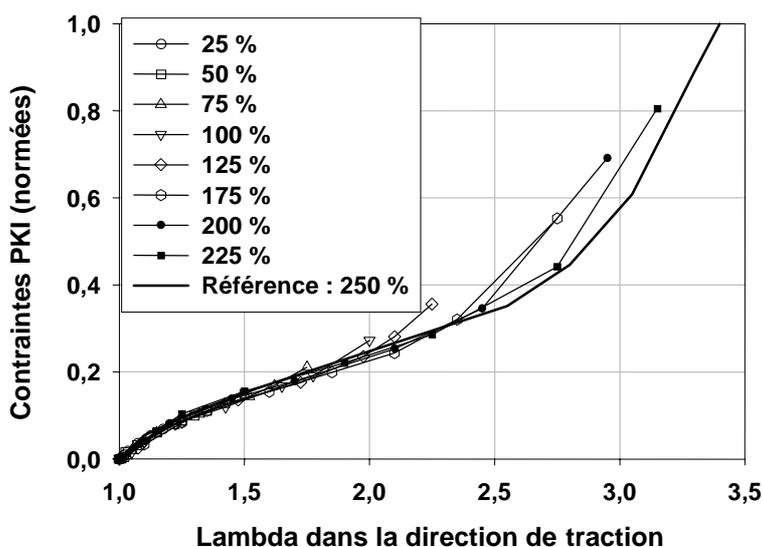


FIG. 5 : Superposition des courbes de deuxièmes charges après les avoir ramenées à la courbe de deuxième charge à 250% grâce aux coefficients de proportionnalité K_i .

3-3 Identification des paramètres du modèle

Le modèle décrit précédemment est identifié sur les essais. La simulation des essais est réalisée et comparée aux mesures expérimentales sur la figure 6. Les résultats sont satisfaisants pour les hypothèses qui ont été effectuées. Le raidissement ne pouvant être pris en compte une identification globale du modèle permet de moyenniser les écarts mais en perdant quelques informations au voisinage des « petites » déformations.

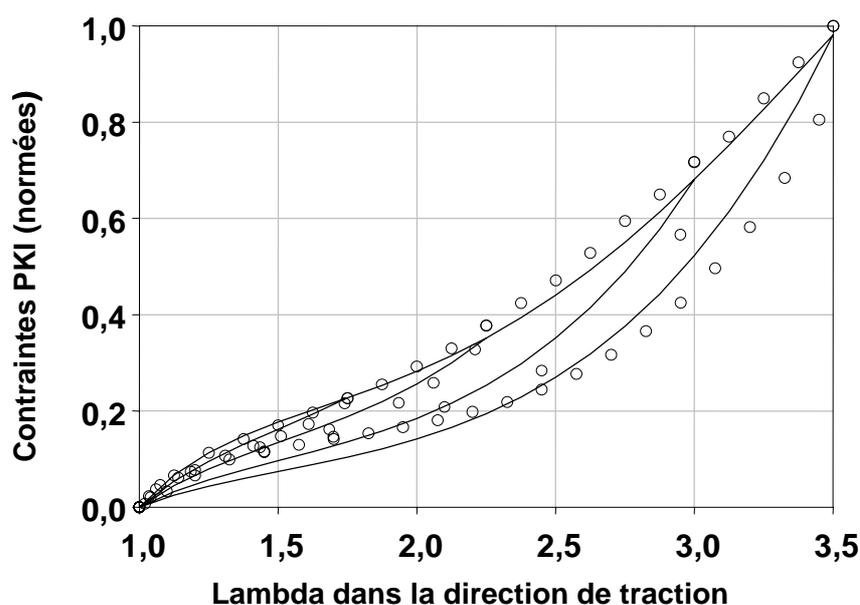


FIG. 6 : Comparaison du modèle d'Ogden avec endommagement «—» aux résultats traités des essais « o ».

4 Conclusion

Ce travail, a permis de construire expérimentalement un modèle d'endommagement discontinu similaire à celui proposé empiriquement par Miehe (1995) par une approche isotrope du comportement du matériau.

Notre approche montre que les courbes de deuxième charge sont proportionnelles entre elles tant que l'on ne rentre pas dans la zone de raidissement qui accompagne le retour sur la courbe de première charge. Bien évidemment, le fait de les considérer proportionnelles entre elles ne permet pas de simuler les forts changements de pente. Un travail complémentaire est en cours afin de prendre en compte ce phénomène de raidissement dans la loi d'endommagement.

Références

- Bueche, F. 1960 Molecular Basis of the Mullins Effect, *J. Appl. Polym. Sci.*, **IV**, pp. 107-114.
 Lemaître, J. et Chaboche, J.L. 1988 *Mécanique des matériaux solides*, Editions Dunod.
 Miehe, C. 1995 Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type large-strain elastic materials, *Eur. J.Mech. A/Solids*, **14**, pp. 697-720.
 Mullins, L. 1969 Softening of Rubber by Deformation, *Rubber Chem. Technol.*, **42**, pp. 339-362.
 Ogden, R.W. 1972 Large deformation isotropic elasticity – on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids, *Proc. R. Soc, Lond.*, **A326**, pp. 565-584.
 Simo, J.C. 1987 On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model : formulation and computational aspects, *Comp. Meth. Appl. Mech Engng*, **60**, pp.153-173.