



HAL
open science

Study for design and identification of a bolted joint model

Mathieu Cloirec, Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney, Stéphane Guinard, Jyant Sen Gupta

► **To cite this version:**

Mathieu Cloirec, Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney, Stéphane Guinard, Jyant Sen Gupta. Study for design and identification of a bolted joint model. 2007. hal-01389753

HAL Id: hal-01389753

<https://hal.science/hal-01389753>

Preprint submitted on 29 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Study for design and identification of a bolted joint model

M. Cloirec*, P.A. Boucard*, L. Champaney*, S. Guinard⁺, J. Sen Gupta⁺

**Laboratoire de Mécanique et Technologie*

(ENS Cachan/CNRS /Université Paris 6)

61 Avenue Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)

⁺ Centre de Recherche EADS

18, rue Marius Terce - BP 13050 - 31025 Toulouse Cedex 03 (France)

Abstract

The study deals with the behavior of bolted joints between the wings and the fuselage of an airplane. To study this complex structure, we use a classical finite element code with a simplified model (called macromodel) to avoid a large number of degrees of freedom implied by a fine discretization of the local geometry and non-linearities (contact, friction). During previous studies, the macromodel was constructed by simple springs. The use of this type of macromodel in assembly simulations enables to define the most loaded bolt. However, these simple springs do not allow to take into account non-linearities such as contact with friction. To face this problem, a new macromodel is considered.

Key words: bolted joint, macromodel, contact, friction

1 Introduction

The aim of this work is to solve mechanical problems including frictional contact in bolted joint using a macromodel. This macromodel should be implemented in an usual finite element code and used for each bolted joint in a complete structure simulation. The 2-nodes macromodel element can be characterized via parameters (a gap, a tangential stiffness, an axial stiffness, a friction ratio, and a pretension for example). Once the nature of the macromodel is established, an identification of the parameters is proceed. To this purpose, simulations on a 3D structure defined as a mesomodel can be used. This structure is composed of two aluminium plates, one composite plate and a bolt. To carry out the simulations, we use a dedicated software [CHA 95] based on the LATIN method [LAD 99], which enables us to handle frictional

contact between the different parts of the assembly (see figure 2). In the next sections, mesomodel and macromodel are described. Finally, some results are presented.

2 Used strategy

The study deals with links between the wings and the fuselage of an airplane. To study this complex structure, a classical finite element code is used with a simplified model, called macromodel, to avoid a large number of degrees of freedom implied by a fine discretization of the local geometry and non-linearities (contact, friction).

During previous studies, the macromodel was constructed by simple springs. The use of this type of macromodel in assembly simulations enables to define the most loaded bolt. These simple springs do not allow to take into account non-linearities such as contact with friction. To face this problem, a new macromodel is considered. an example of this type of macromodel is shown figure (1).

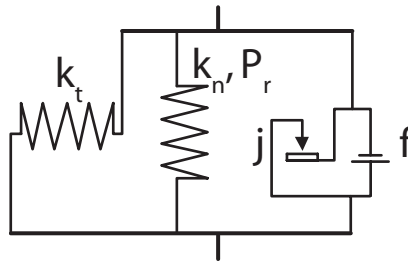


Fig. 1. macromodel sample

The parameters of this macromodel could be identified by the way of 3D numerical simulations of a bolted shell, called mesomodel (cf. figure 2). The

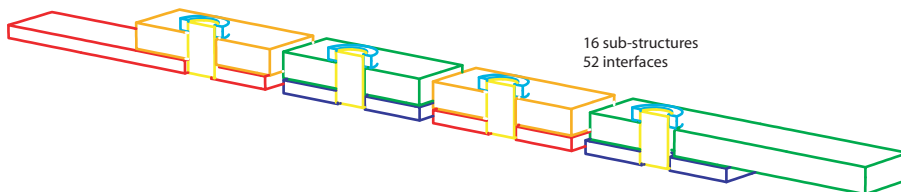


Fig. 2. mesomodel sample

next figure (3) sum up, in a globally manner, our approach. At first, the mesomodel is set up using geometry, material properties already defined and a set of parameters (like a gap between the bolt and the holes of the plates, a friction ratio between the different parts, a pretension of the bolt, ...etc).

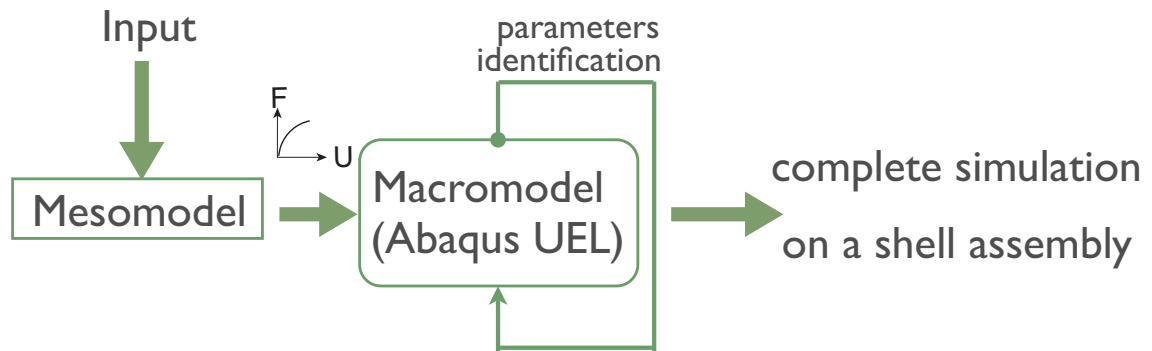


Fig. 3. used method

Then, from the mesomodel's results, an evolution of the jump in displacement, between the two plates, function of the load is obtained. Those evolutions are used to realize the identification of the macromodel's parameters (stiffnesses in particular). Once the macromodel's parameters are defined, we can use it in a complete simulation of a shell assembly.

3 Mesomodel employed

The aim of the mesomodel is to enable us to define the value of the macromodel's parameters using an identification process. In fact, the mesomodel's results define the reference solution for the identification of the macromodel's parameters.

3.1 A one-bolt mesomodel

The mesomodel is based on a test assembly which is composed of two aluminium plates, a composite plate, a screw (cf. figure 4) and a nut (cf. figure 5) made of titane.

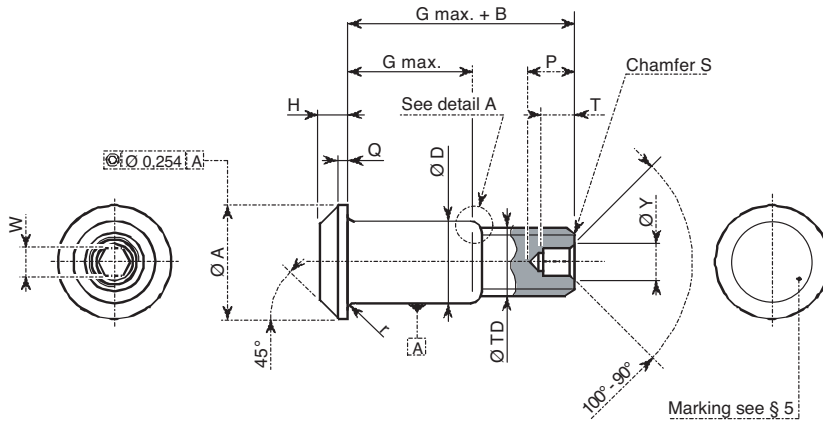


Fig. 4. screw definition

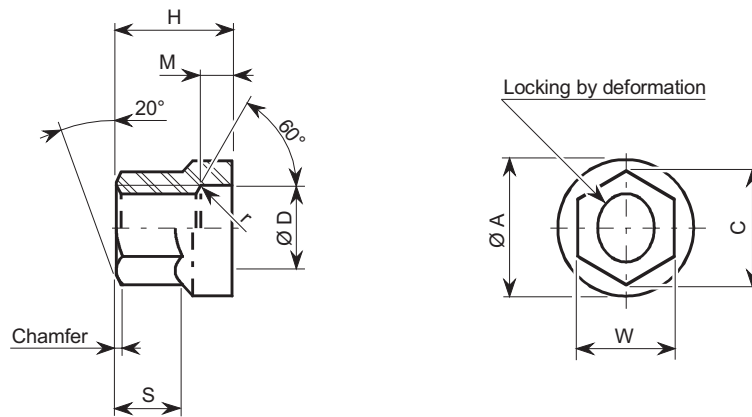


Fig. 5. nut definition

The joint is shown figure 6.

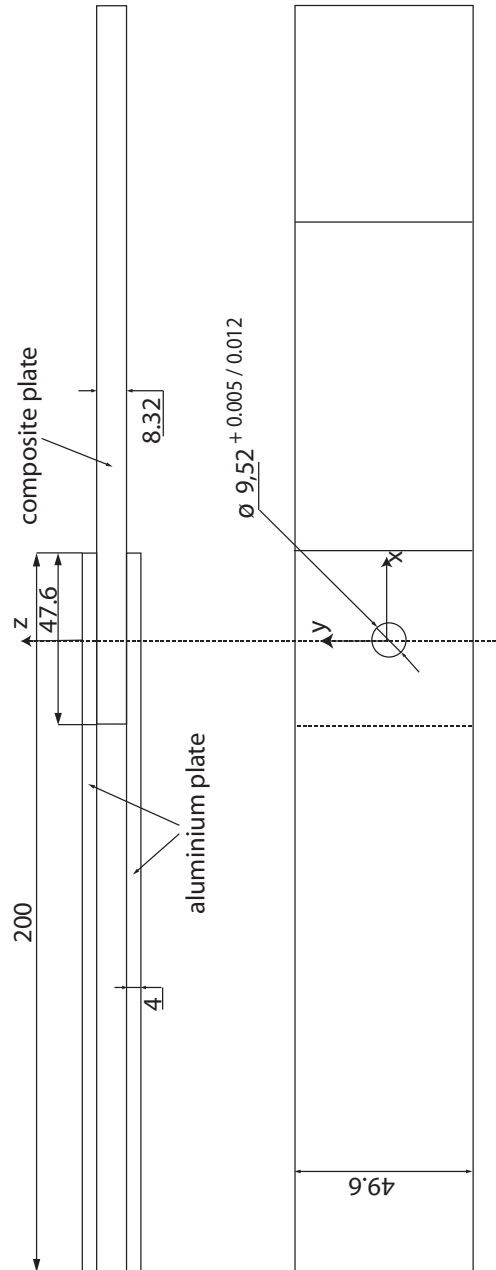


Fig. 6. definition of the joint geometry

The symmetries implied by the geometry are used to define the model shown figure 7. The outer diameter of the nut and the shaft as well as the thicknesses are equal deducing medium values from initial dimensions. Besides, the length of the screw is equal to the total thickness of the joint.

The mesh contains 47 892 6-nodes prismatic elements and 29 930 nodes. The mesh of the frictional contact zone, between the plates, is fined for a better description of fricitonal contact phenomena.

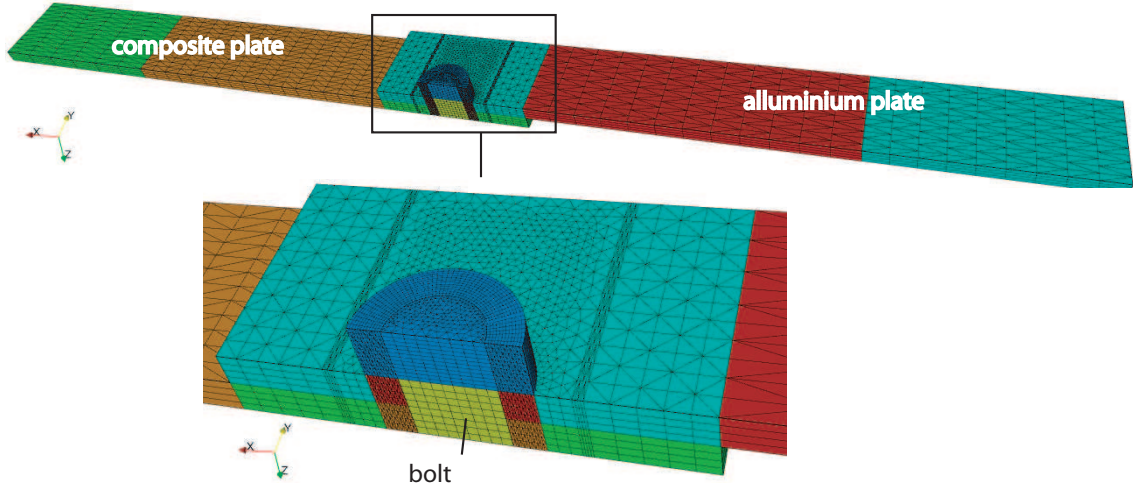


Fig. 7. used mesh

The material law used are linear elastic law and an orthotrope behavior is associated to the composite plate. The table 1 sum up the material properties employed.

E (MPa)	Young modulus E	poisson ratio ν
aluminium	70 000	0.3
screw and nut	110 000	0.3

E, G (MPa)	E1	E2	E3	G12	G13	G23	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
composite	90 740	37 700	37 700	18 190	18 190	13 860	0.35	0.35	0.35

Table 1

Material properties

3.2 Conditions limites

As it is shown figure 8, the geometry used is the quarter of the joint, and symmetry conditions (in white) are applied following the planes (\mathbf{x}, \mathbf{z}) and (\mathbf{x}, \mathbf{y}) on the different parts of the joint. On one of the tips of the composite plate (in black), a zero-displacement condition is imposed for the \mathbf{x} -direction. The quarter of the total load F is imposed on a face of the aluminium plate (in purple).

Finally, a pretension is imposed to the screw to ensure the clamping of the joint. This pretension is defined by the way of a negative gap between the shaft and the screw (in blue). The definition of the pretension is described, more in details, in the next section 3.3.

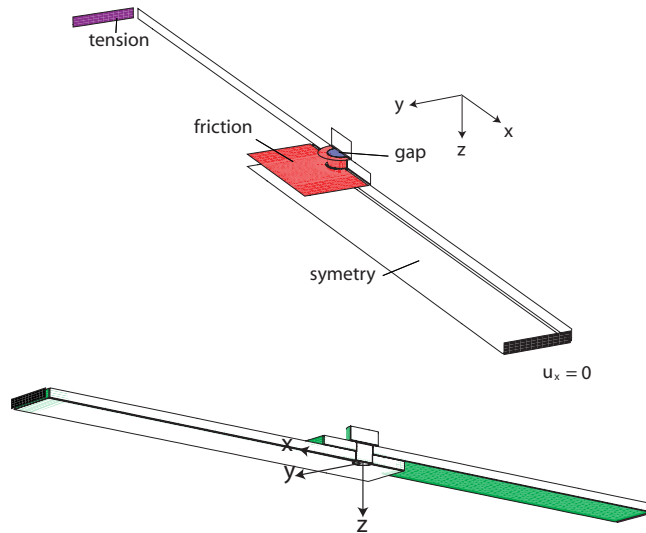


Fig. 8. Interface and boundary conditions

3.3 Conditions aux interfaces

During the use of *Cofast*, parameters concerning the gaps, the pretension and the frictional contact zone are defined creating interfaces between the different parts of the joint. As shown figure 8, frictional contact interfaces are identified in red, gap interface in blue and symmetries in white.

the pretension value is monitored getting back the effort at the interface between the shaft and the screw. First of all, the shaft is subjected to an elongation by the way of a negative gap between the shaft face and its respective screw face. This gap is linearly applied function of a time interval until a maximum gap. Then an evolution of the force function of the gap is obtained (cf. figure 9) and, for instance, the necessary gap to obtain a pretension of 21 kN is about -0.05 mm.

3.4 Numerical experiments

The Les résultats obtenus avec le méso-modèle sont présentés dans cette section. Ils ont été obtenus avec une charge de 40 kN, un jeu au diamètre de 0,04 mm entre le boulon et l'alésage des plaques, une précharge imposée par un jeu relatif entre la vis et le boulon de 0,05 mm (soit une valeur de précharge d'environ 21 kN et pour une valeur de coefficient de frottement de 0,3.

Les figures (10) et (11) présentent les déformées des deux plaques où on peut observer l'influence de la précharge sur les plaques engendrant une légère flex-

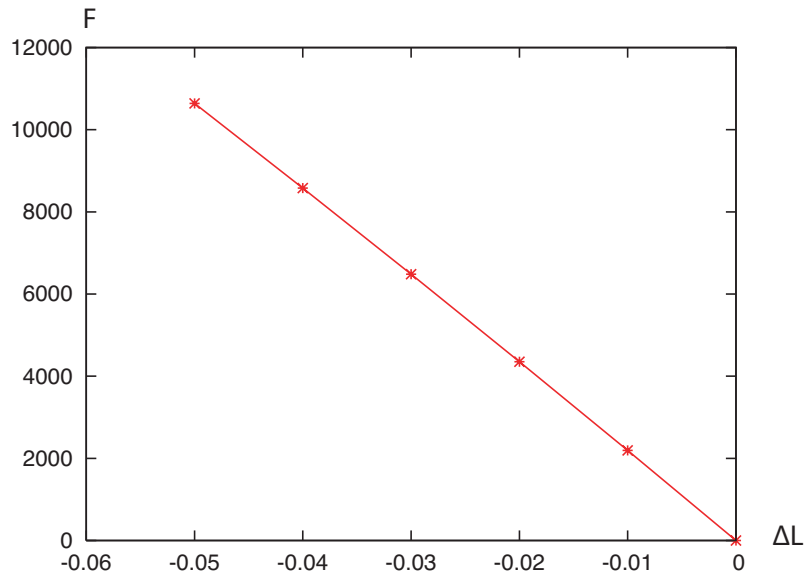


Fig. 9. Pretension evolution

ion (cf. figure 12).

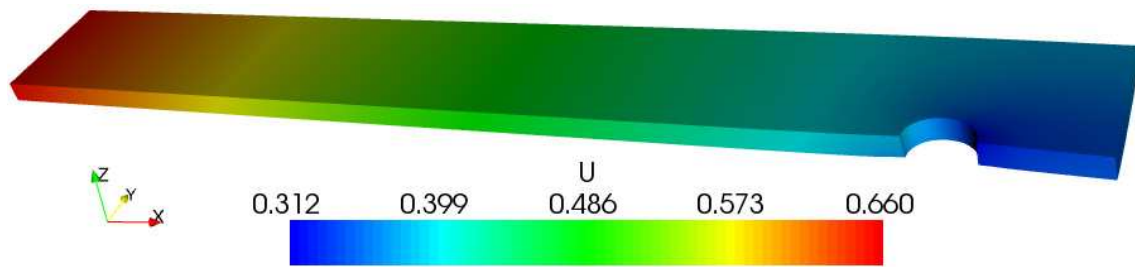


Fig. 10. Warp (x20) aluminium plate

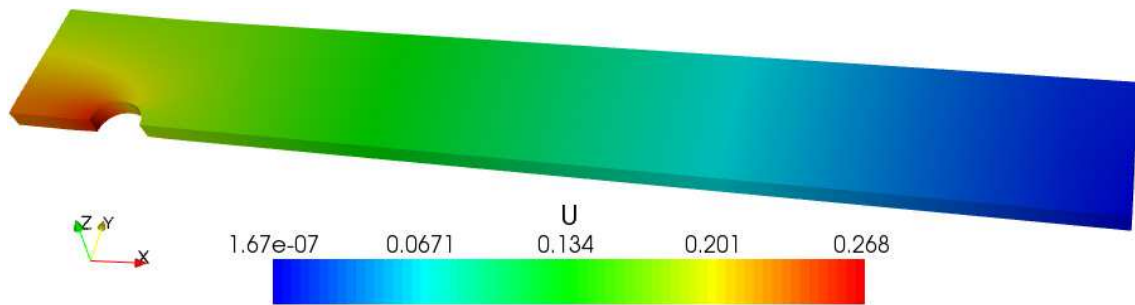


Fig. 11. Warp (x20) composite plate

Les figures (13), (14), (15), (16) suivantes présentent les contraintes au niveau des deux plaques dans deux directions (x et y).

Les figures (17) présentent les efforts à l'interface entre les plaques. Celles-ci permettent de visualiser l'effet local de la précharge en fonction de l'effort normal (F_z) et de mesurer les efforts qui peuvent être transmis par frottement

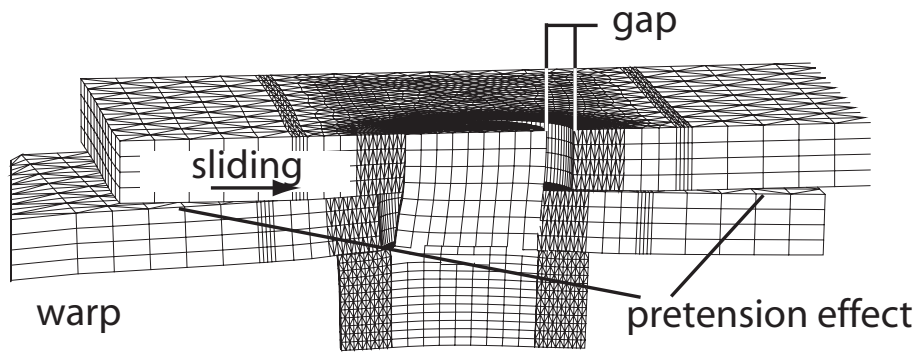


Fig. 12. COFAST mesomodel

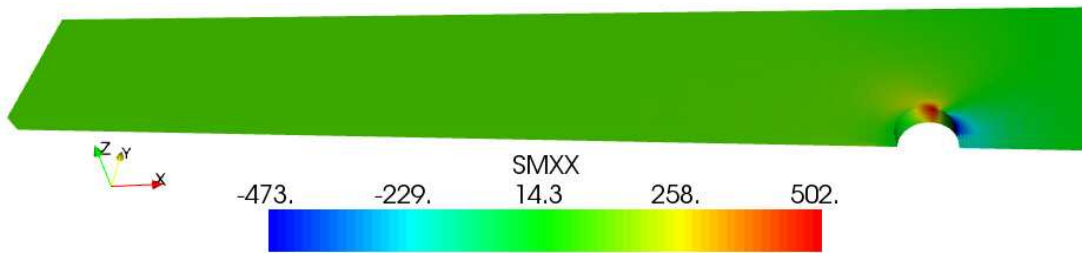


Fig. 13. σ_{xx} - Aluminium plate

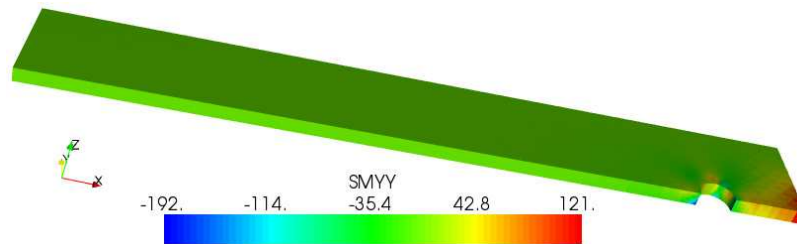


Fig. 14. σ_{yy} - Aluminium plate

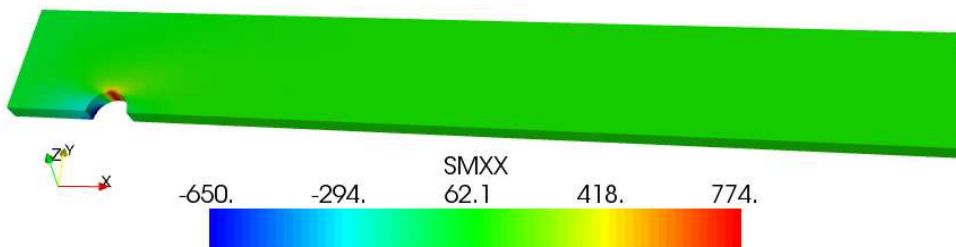


Fig. 15. σ_{xx} - Composite plate

(pour F_x et F_y : efforts dans le plan tangent).

La figure (18) présente l'évolution du saut de déplacement en fonction de la charge. Le saut de déplacement δU est défini par la valeur absolue de la différence entre un déplacement moyenné sur une zone (proche du boulon) dans l'épaisseur de la plaque composite et un déplacement moyenné sur une zone (proche du boulon) dans l'épaisseur de la plaque aluminium (cf. 19) tel

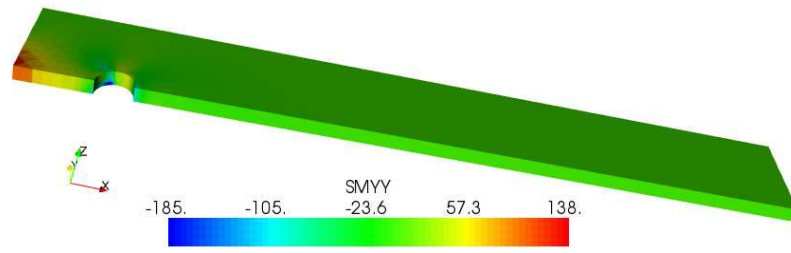
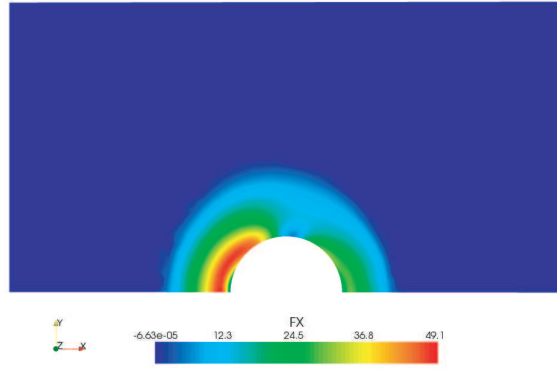


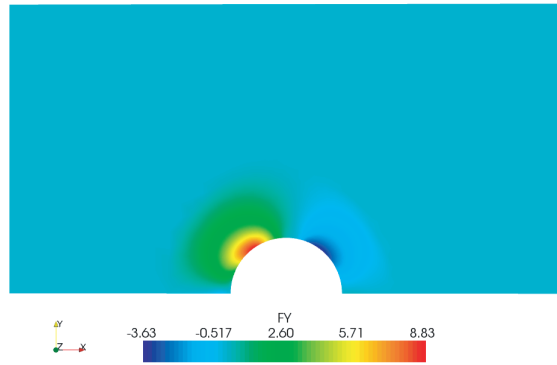
Fig. 16. σ_{yy} - Composite plate

que :

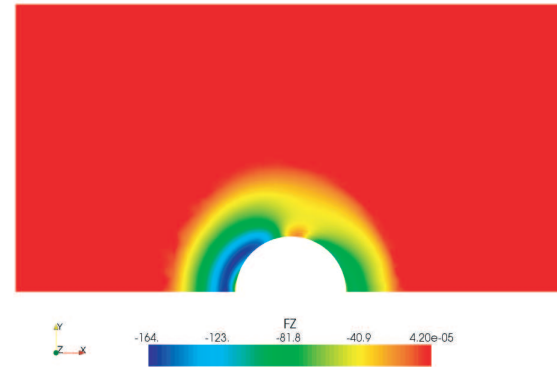
$$\delta U = |U_{plc} - U_{pla}| \quad (1)$$



(a) F_x



(b) F_y



(c) F_z

Fig. 17. Interface forces between the plates

4 Definition of the macromodel

Le macromodèle doit prendre en compte de façon simplifiée les phénomènes de contact avec frottement lors de la simulation d'un assemblage de plaques. Les plaques sont liées par des ensembles vis-écrou définissant les liaisons

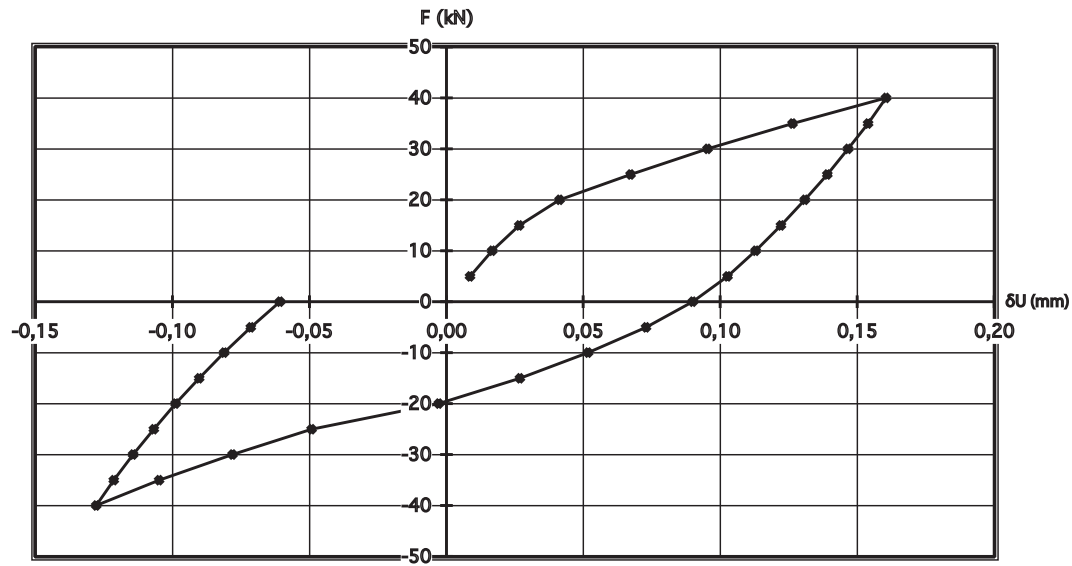


Fig. 18. Curve $F-\delta u$ - tension/compression loading/unloading

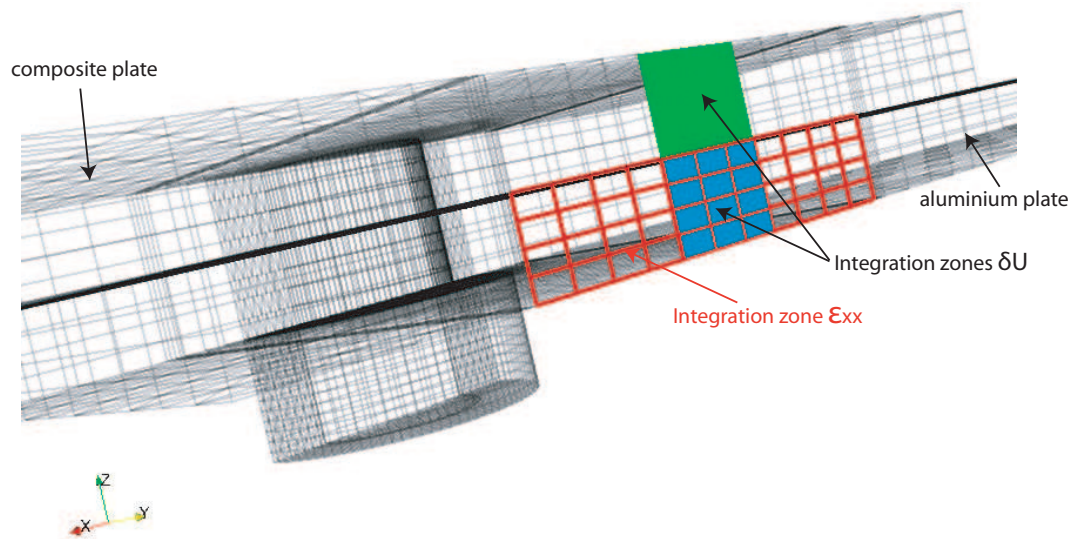


Fig. 19. Zones used for Integration of the displacements and the strains

bouloonnées présentées précédemment. Les phénomènes de contact avec frottement se situent donc entre les différentes plaques et entre les plaques et les boulons. L'assemblage, nommé Root Joint, est discrétisé par des éléments plaque sous Abaqus. Ce problème non-linéaire de contact, en quasi-statique, est résolu en utilisant l'algorithme de Newton standard. Le macromodèle est implémenté par l'intermédiaire de la sous-routine UEL permettant par conséquent la liaison entre des éléments plaque tout en assurant la prise en compte des phénomènes de contact avec frottement. Celui-ci est caractérisé par des paramètres, tels que jeu, précharge, raideurs, coefficient de frottement ...etc Un exemple de ce type de macromodèle est représenté par la figure 22.

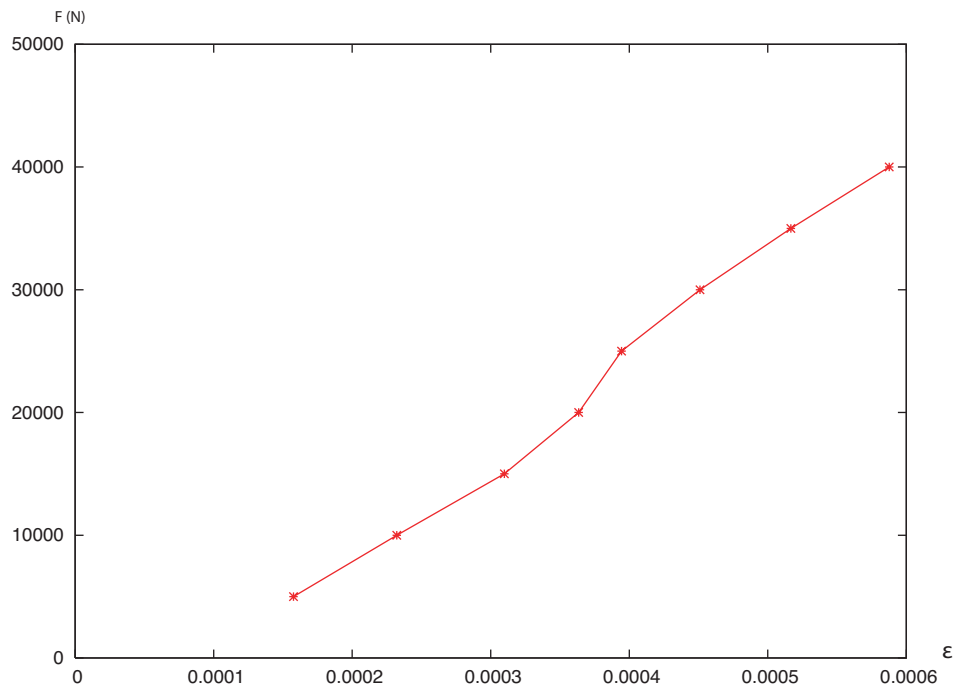


Fig. 20. Courbe F- ϵ

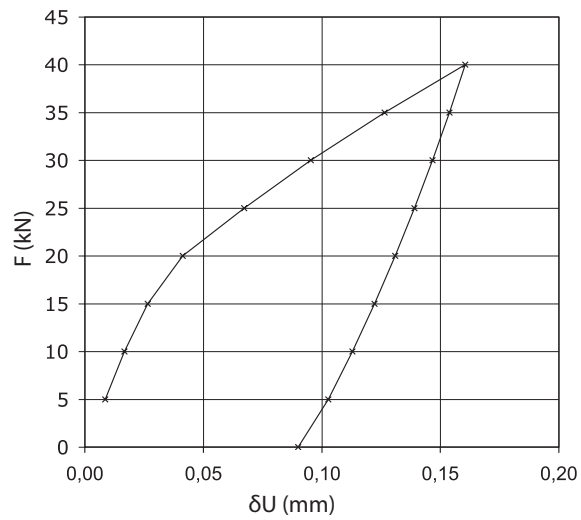


Fig. 21. F- δU

Avant de décrire le comportement propre de l'élément définissant le macro-modèle, la partie suivante traite de l'intégration de l'élément spécifique au sein de l'assemblage.

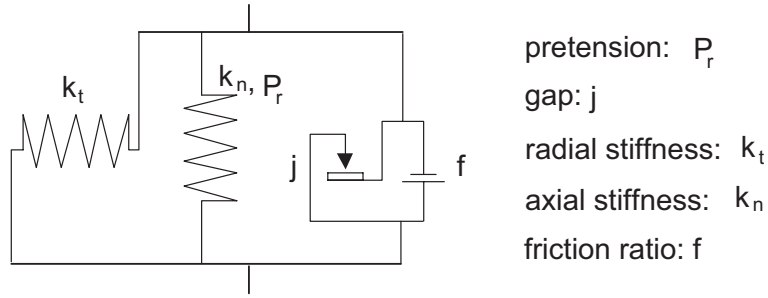


Fig. 22. macromodel sample

4.1 The reference problem

4.2 Macromodel integration into a shell assembly

Dans le cas d'une modélisation 2D dans un espace 3D, on utilise un modèle d'élément généralisé, utilisé pour connecter deux éléments plaque comme le montre la figure (23). Le problème à résoudre, en terme d'effort-déplacement au niveau de notre élément, peut donc s'écrire tel que :

$$\{F\} = [K_{el}] \{U\} \quad (2)$$

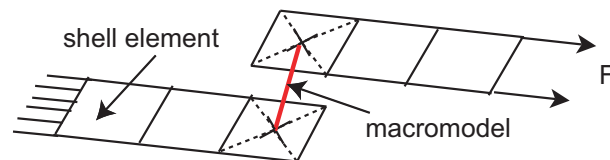


Fig. 23. Macromodel connecting two plates

Pour connecter les éléments plaque, l'élément spécifique est composé de 3 degrés de liberté en translation et 3 degrés de liberté en rotation (élément du même type que des éléments de jonction entre éléments plaque tels que ceux présentés dans les études développées dans [VAD 06] et [MAY 07]). On considère, dans ce macro-modèle, que le contact est pris en compte uniquement pour les mouvements de translation. Dans un premier temps, les relations entre les translations et rotations, au sein du système matriciel impliquant les raideurs, sont découplées. Par conséquent, la matrice de raideur du macro-

modèle (K_{el}) est définie par :

$$\left[K_{el} \right] = \begin{bmatrix} M & -M \\ -M & M \end{bmatrix} \text{ with } \left[M \right] = \begin{bmatrix} k_n & & & & & \\ & k_t & & 0 & & \\ & & k_t & & & \\ & & & k_r & & \\ & 0 & & & k_r & \\ & & & & & k_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

où k_n est la raideur axiale, k_t la raideur radiale et k_r la raideur pour tous les mouvements de rotations. De plus, les valeurs des termes de la matrice de raideur du macro-modèle couplant les rotations sont choisies assez grandes pour imposer des rotations équivalentes aux deux noeuds du macro-modèle. Enfin, chacun des deux éléments plaque (connectés au macro-modèle), par l'intermédiaire de ces 4 noeuds, sont liés par un mouvement de corps rigide au noeud du macro-modèle leurs correspondant. En conclusion, en considérant un assemblage de plaques, l'ensemble constitué du macro-modèle et des deux éléments plaque qu'il relie peut être vu comme un corps rigide prenant en compte le contact en translation.

4.3 Frictional contact behavior model

Pour les problèmes impliquant du contact avec frottement, nous considérons trois états : adhérence, glissement, contact. La figure (24) illustre le comportement de la liaison, durant ces différents états, lorsque celle-ci est soumise à une "traction-compression" durant des cycles de charge et de décharge successifs. Les cercles définis sur la figure 24 représentent une vue en coupe de la liaison au niveau de l'alésage. Tout d'abord, une traction est imposée. La précharge appliquée à la liaison permet l'adhérence entre les plaques. Celles-ci commencent par se déformer. Une fois la force critique (G) atteinte, les plaques en aluminium glissent par rapport à la plaque composite. Enfin, les plaques entrent en contact avec le boulon. Durant le déchargement, l'état de contact se maintient. Ensuite, lorsque l'effort au sein de la liaison devient inférieur à la force critique, l'état devient adhérent. La même séquence se répète lors de la compression.

Afin de représenter le comportement illustré par la figure 24, un algorithme spécifique est utilisé. Celui-ci s'appuie sur l'algorithme développé dans [VAL 02], qui traite de problème de plasticité. Le comportement de contact avec frottement est considéré d'un point de vue tangentiel, c'est à dire au niveau de la

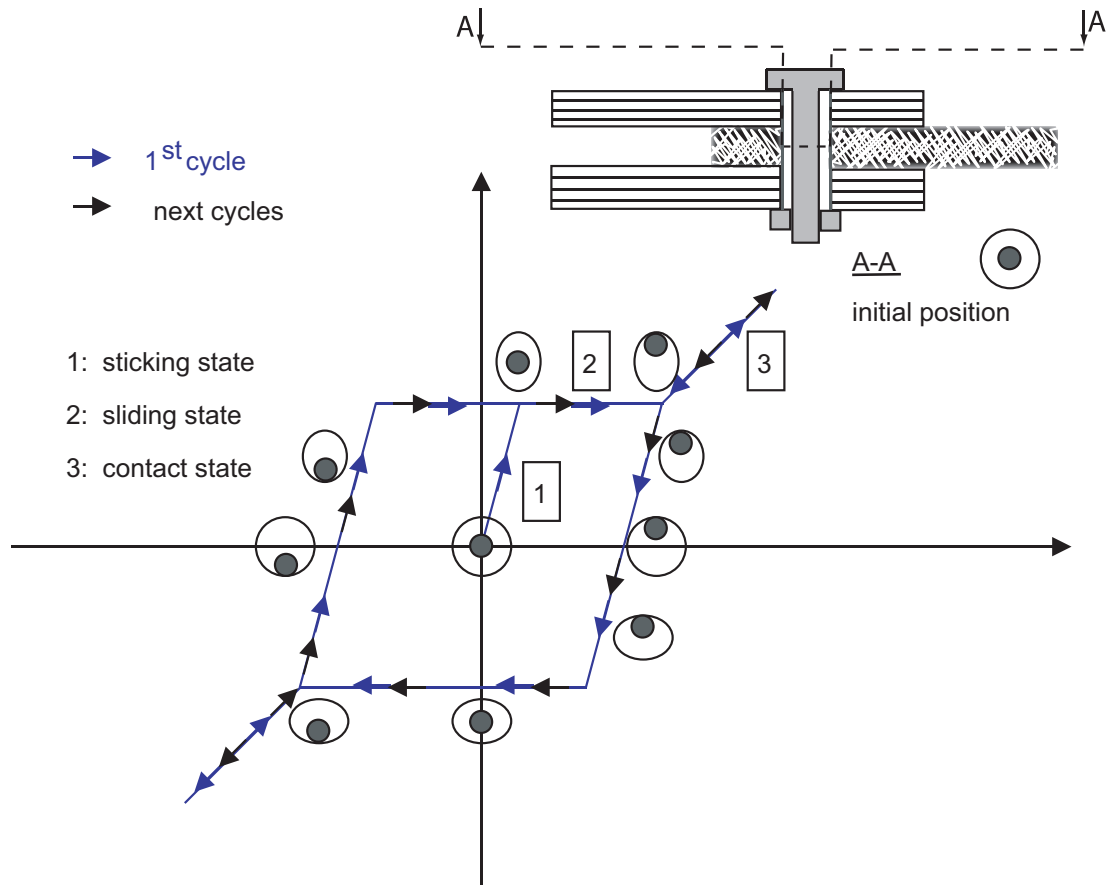


Fig. 24. Joint behavior

surface de contact entre les plaques. Par conséquent, celui-ci s'applique aux déplacements tangentiels du macromodèle. Afin de représenter le frottement, une loi de Coulomb est utilisée telle que :

$$G = P_c \cdot \mu \quad (4)$$

où G est le seuil de glissement (considéré constant dans cette étude), P_c la précharge imposée au boulon et μ le coefficient de frottement entre les plaques. La loi est illustrée par la figure (25) où \dot{U}_t est la vitesse de déplacement radial et F_t la force radiale.

Du point de vue du macromodèle (représenté figure 26), nous considérons trois états : adhérence, glissement et contact. Ce macromodèle comprend les paramètres suivants : trois raideurs dans le plan tangent pour les trois états considérés (K_e pour l'état d'adhérence, K_g pour l'état de glissement et K_c pour l'état de contact), une raideur normale (K_n), un jeu (j), et enfin, un coefficient de frottement (μ) et une précharge affectée au boulon (P_c) permettant de déterminer le seuil de glissement (G).

Le comportement de la liaison lors des états d'adhérence et de glissement peut

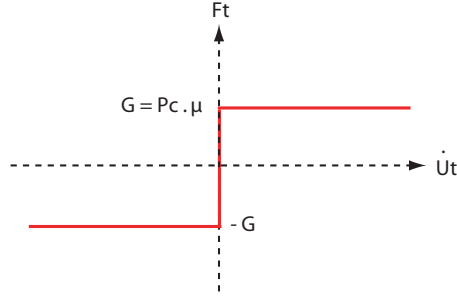


Fig. 25. Coulomb law used

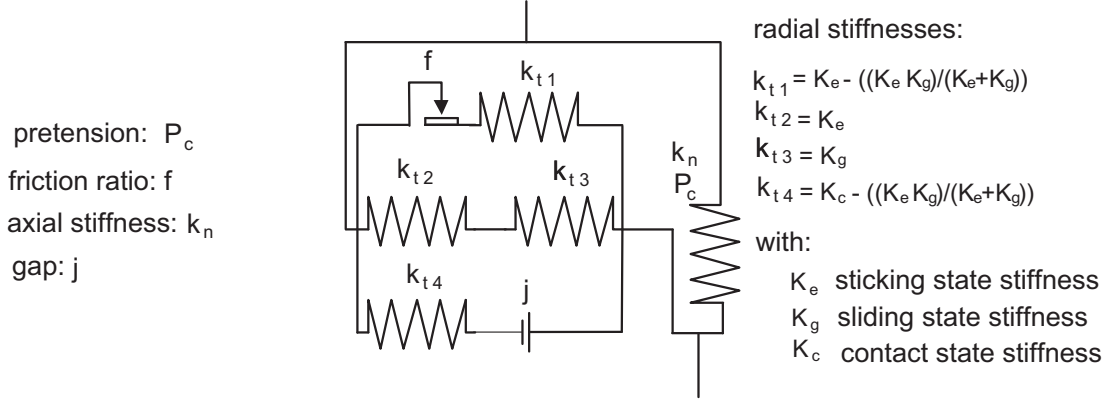


Fig. 26. Macromodel employed

être vu comme un comportement élasto-plastique cinématique. C'est pourquoi, durant la phase de glissement, l'incrément en saut de déplacement est divisé en une partie adhérente (*élastique*) et en une partie glissante (*plastique*) telle que :

$$\{\Delta\delta U\} = \{\Delta\delta U^e\} + \{\Delta\delta U^g\} \quad (5)$$

où $\Delta\delta U$, $\Delta\delta U^e$, $\Delta\delta U^g$ sont respectivement, l'incrément en saut de déplacement total, l'incrément en saut de déplacement adhérent,, l'incrément en saut de déplacement glissant.

Par conséquent, les différentes relations entre incrément en effort et incrément en saut de déplacement peuvent être définies :

pour l'état de glissement par la relation :

$$\{\Delta F\} = [K_e] \{\Delta\delta U^e\} \quad (6)$$

pour l'état d'adhérence par la relation :

$$\{\Delta F\} = [K_e] \{\Delta\delta U^e\} = [K_g] \{\Delta\delta U^g\} = ([K_g] [K_e])([K_g] + [K_e])^{-1} \{\Delta\delta U\}$$

pour l'état de contact par la relation :

$$\{\Delta F\} = [K_c] \{\Delta \delta U^c\} \quad (8)$$

où K_e , K_g , K_c et $\Delta \delta U^e$, $\Delta \delta U^g$, $\Delta \delta U^c$ sont respectivement les raideurs et les incréments en saut de déplacement et pour les trois états, où $\Delta \delta U$ est l'incrément en saut de déplacement total et ΔF et l'incrément en effort. K_g joue ici le rôle d'un terme de régularisation.

Concernant l'implémentation, les données accessibles de la sous-routine *UEL* d'Abaqus, utilisée pour définir le macromodèle, sont la matrice tangente (K^T) et le résidu (R). Dans notre cas, la matrice tangente est équivalente à la matrice de raideur de l'état d'adhérence K_e et le résidu égal à la force induite par le comportement lors des trois états (F).

L'algorithme suivant décrit le comportement de l'élément au niveau de son plan tangent et par conséquent a pour résultat de fournir l'effort dans le plan tangent. L'effort normal et les différents moments sont déduits de manière classique grâce du système matriciel 2 en utilisant la la matrice de raideur K_{el} (cf. 3). Le point de départ de l'algorithme est d'évaluer le saut de déplacement tangentiel du macromodèle. La différence entre les déplacements des deux noeuds du macromodèle est tout d'abord évaluée puis normée tel que :

$$\{\delta U(t)\} = \{U_{el}^{noeud2}(t)\} - \{U_{el}^{noeud1}(t)\} \quad (9)$$

et

$$\delta U_t(t) = \sqrt{(\delta U_y(t))^2 + (\delta U_z(t))^2} \quad (10)$$

où $\delta U_t(t)$ est le saut de déplacement dans le plan tangent du macromodèle au temps t . Ensuite une force prédictive $F_p(t)$ est calculée telle que :

$$F_p(t) = K_e \cdot (\delta U_t(t) - \delta U_t^g(t-1)) \quad (11)$$

avec $\delta U_t^g(t-1)$ la partie "glissante" du saut de déplacement dans le plan tangent au pas de temps précédent. Ensuite on calcule une force de glissement F_g au pas de temps précédent telle que :

$$F_g(t-1) = K_g \cdot \delta U_t^g(t-1) \quad (12)$$

Puis on en déduit la fonction seuil ($\Phi(t)$) telle que : Compute yield function:

$$\Phi(t) = |F_p(t) - F_g(t-1)| - G \quad (13)$$

Alors si $\Phi(t) < 0$, c'est l'état d'adhérence et la force prédictive correspond à la force au sein du macromodèle : $F(t) = F_p(t)$, $\delta U_t^g(t) = \delta U_t^g(t-1)$ et $\delta U_t^c(t) = 0$. Si $\Phi(t) \geq 0$, alors un multiplicateur ($\lambda(t)$, équivalent à un multiplicateur plastique) est déduit de la valeur de la fonction seuil tel que :

$$\lambda(t) = \frac{\Phi(t)}{(K_e + K_g)} \quad (14)$$

Ensuite, le signe de la fonction seuil est évaluée telle que :

$$\text{sign}(\Phi(t)) = \frac{|F_p(t) - F_g(t-1)|}{F_p(t) - F_g(t-1)} \quad (15)$$

et la partie glissement du saut de déplacement tel que :

$$\delta U_t^g(t) = \delta U_t^g(t-1) + \lambda(t) \quad (16)$$

Alors, si celui-ci est supérieur à la moitié du jeu, soit :

$$|\delta U_t^g(t)| > \frac{j}{2} \quad (17)$$

il y a contact. Par conséquent le signe de la partie glissement du saut de déplacement est évaluée telle que :

$$\text{sign}(\delta U_t^g(t)) = \frac{|\delta U_t^g(t)|}{\delta U_t^g(t)} \quad (18)$$

pour définir la partie contact du saut de déplacement tel que :

$$\delta U_t^c(t) = (\delta U_t^g(t) - \frac{j}{2}) \cdot \text{sign}(\delta U_t^g(t)) \quad (19)$$

Enfin, la valeur du multiplicateur est réactualisée telle que :

$$\lambda(t) = \lambda(t) \cdot \left(1 - \frac{|\delta U_t^c(t)|}{|\delta U_t^g(t) - \delta U_t^g(t-1)|} \right) \quad (20)$$

et on calcule la nouvelle valeur, au signe près, de la partie glissement du saut de déplacement.

$$\delta U_t^g(t) = \frac{j}{2} \cdot \text{sign}(\delta U_t^g(t)) \quad (21)$$

Si la partie glissement du saut de déplacement est inférieure à la moitié du jeu, alors :

$$\delta U_t^c(t) = 0 \quad (22)$$

Enfin, la force au sein du macromodèle est calculée

$$F(t) = F_p(t) - (\lambda(t) \cdot (K_e \cdot \text{sign}(\Phi(t))) + ((K_c - K_e - K_g) \cdot \delta U_t^c(t)) \quad (23)$$

Remarque : ce comportement est basé sur un algorithme décrivant une plasticité cinématique dans le cas de la traction et de la compression. Par conséquent, lors d'une simulation avec ce macromodèle, la direction du chargement doit être constante mais le sens de chargement peut varier.

4.4 Macromodel parameters Identification

La figure 27 présente le cas traité. Il s'agit de soumettre une représentation de la liaison à un cycle de chargement (décrit sur la figure 27) en traction compression. La liaison contient une plaque en aluminium, une plaque composite et le macromodèle. Les caractéristiques matériaux des plaques sont les mêmes que pour le mésomodèle (cf. Tab 1).

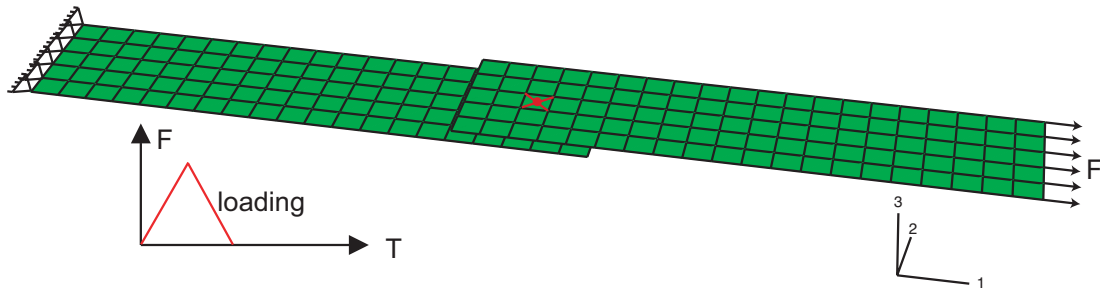


Fig. 27. Problem data

Le maillage contient 302 noeuds, 200 éléments plaque et le macromodèle. La charge appliquée est de XX kN. Les valeurs des paramètres du macromodèles sont présentés dans le tableau 2. Le nombre de pas de temps est : 128.

$K_e (.10^5 MPa)$	$K_g (.10^5 MPa)$	$K_c (.10^5 MPa)$	$K_n (.10^5 MPa)$	$P_c (kN)$	μ	$j (mm)$
5.5	1.5	1.7	3.5	21.3	0.3	0.02

Table 2

Material properties

Le graphique 28 présente l'évolution du saut de déplacement tangent en fonction de la charge appliquée.

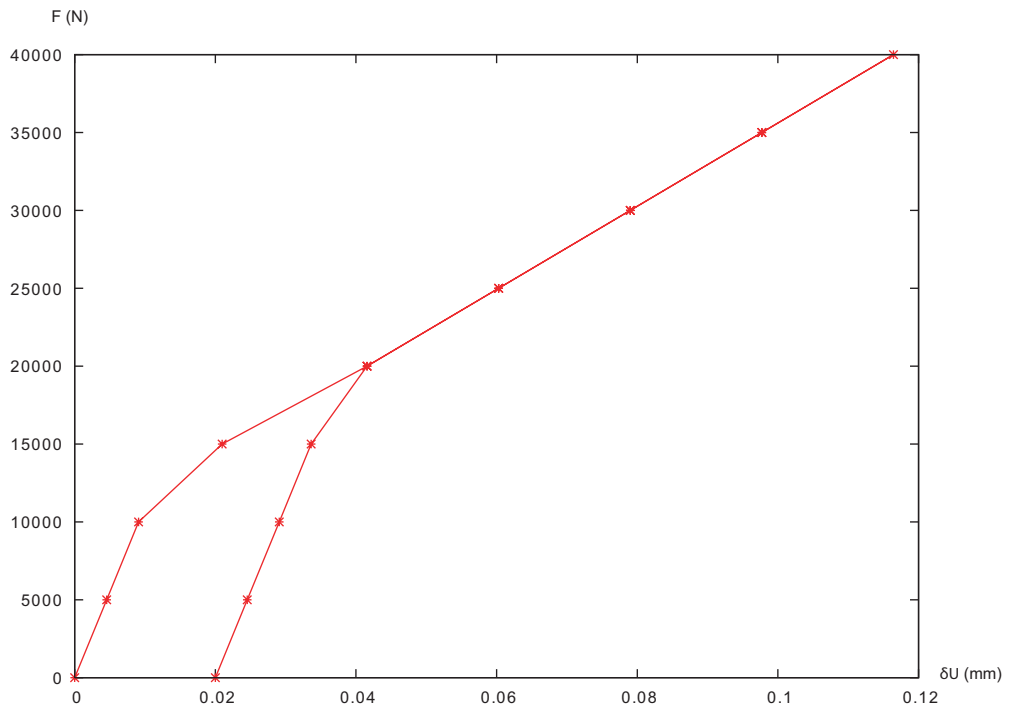


Fig. 28. Résultats liaison à une fixation

5 A Meso-Macro Comparison

5.1 A four-bolts model

5.2 Results from mesomodel

L'éprouvette sur laquelle s'appuie la définition de ce deuxième méso-modèle est constituée de deux plaques en aluminium, d'une plaque en composite, de quatre vis et de quatre 'un boulons en titane. Les symétries impliquées par la géométrie de l'assemblage sont utilisées afin de définir le modèle représenté sur la figure 29. Le diamètre extérieur de chaque tête de vis et de chaque boulon ainsi que leur épaisseur respective sont identiques en prenant une valeur moyenne sur les diamètres initiaux. De plus, la longueur des tiges de vis est équivalente à l'épaisseur de l'assemblage. Le maillage contient 5 312 éléments prismatiques à 6 noeuds et 4 616 noeuds. Les lois matériaux utilisées sont les mêmes que pour le mésomodèle à une fixation.

Les paramètres du calcul sont décrits par le tableau 3 suivant :

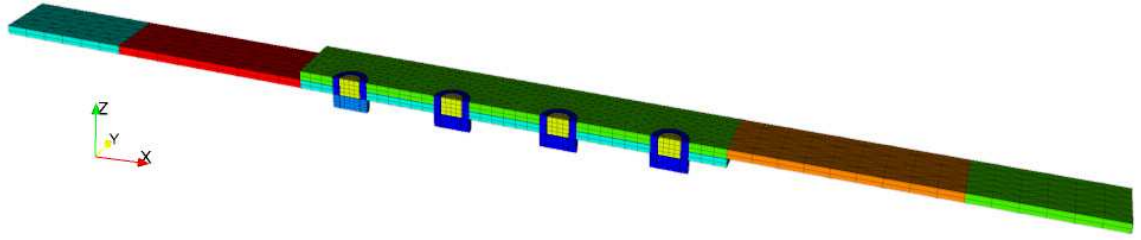


Fig. 29. mesh used

	P_c^1 (kN)	P_c^2 (kN)	P_c^3 (kN)	P_{4c} (kN)
	21.3	26	17.5	13
μ	j^1 (mm)	j^2 (mm)	j^3 (mm)	j^4 (mm)
0.3	0.03	0.035	0.04	0.045

Table 3

Parameters of the 4-bolts mesomodel

où μ représente le coefficient de frottement pour toutes les surfaces de contact, P_c^n la précharge imposée au boulonⁿ, et j^n le jeu au diamètre entre le boulonⁿ et l'alésage lui correspondant. La charge appliquée est de 40 kN, et les conditions aux limites (symétrie et encastrement) sont les mêmes que pour le mésomodèle à une fixation.

La figure (30) présente les déformées des deux plaques.

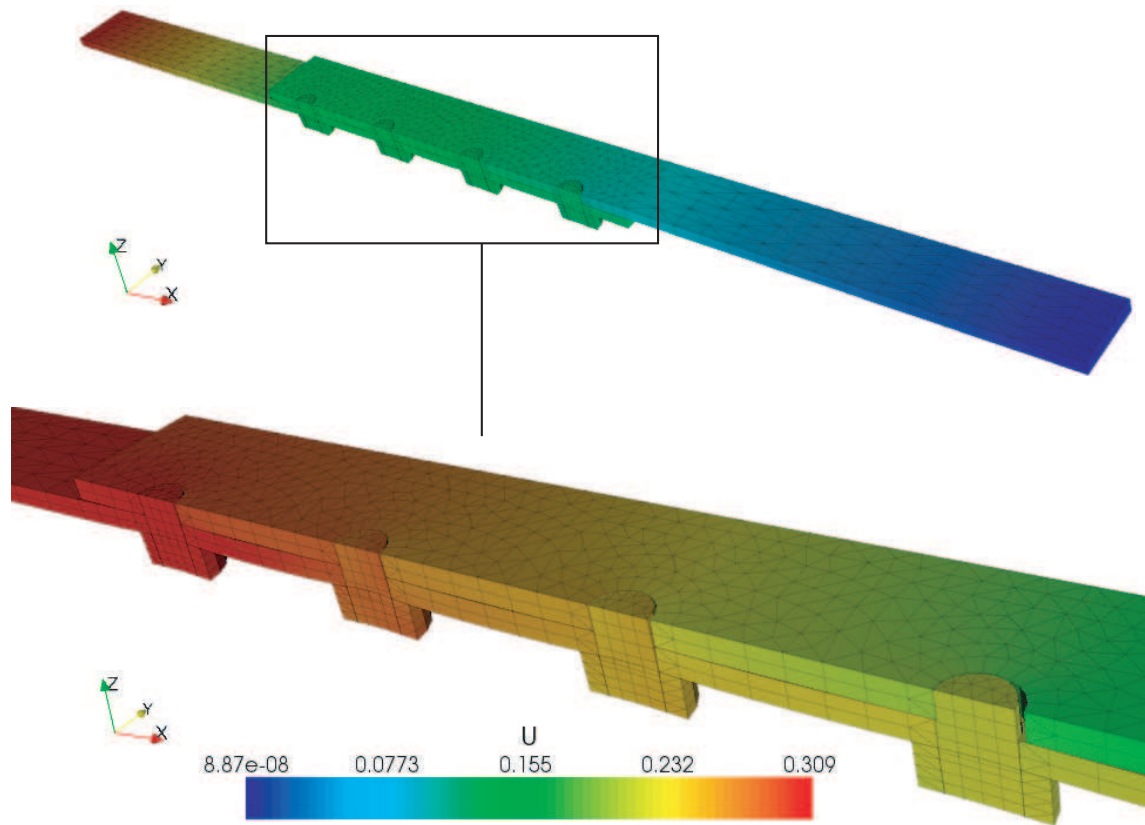


Fig. 30. Warp (x20) of the plates

Les figures (31), (32), (33), (34) suivantes présentent les contraintes au niveau des deux plaques dans deux directions (x et y).

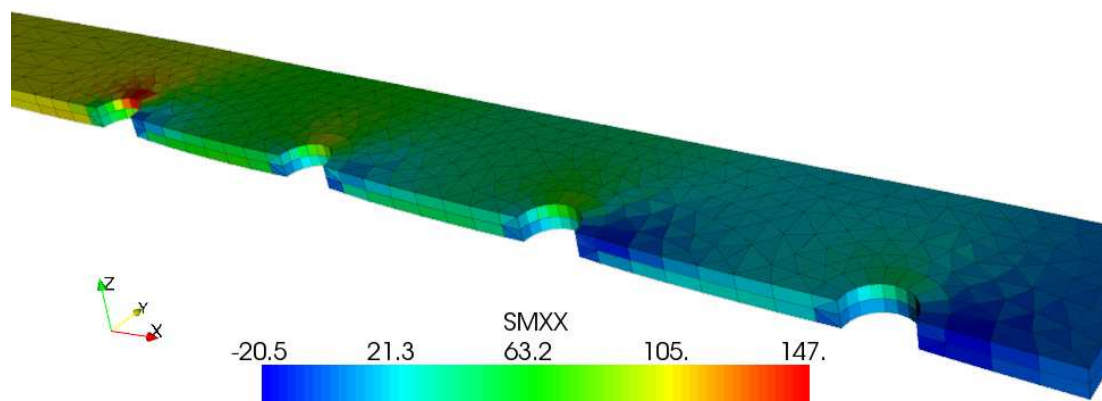


Fig. 31. σ_{xx} - plaque Aluminium

Les figures (35) présentent les efforts à l'interface entre les plaques. Celles-ci permettent de visualiser l'effet local de la précharge en fonction de l'effort normal (F_z) et de mesurer les efforts qui peuvent être transmis par frottement (pour F_x et F_y : efforts dans le plan tangent).

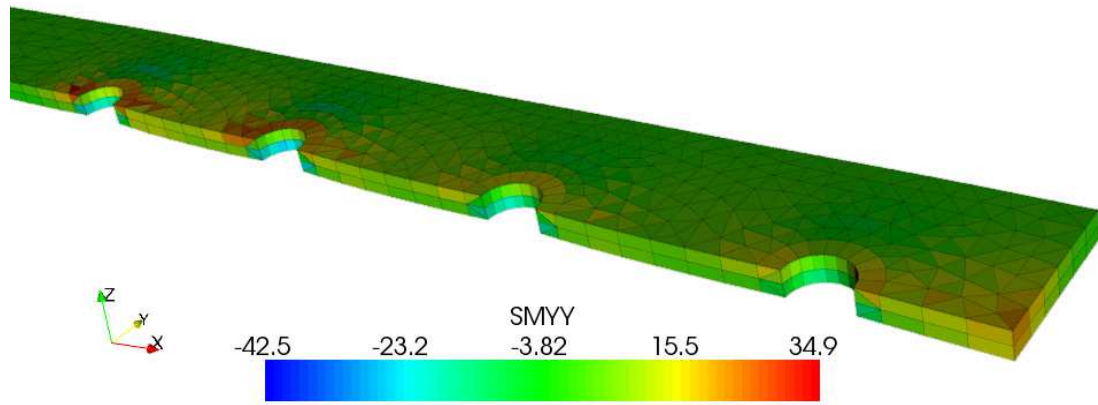


Fig. 32. σ_{yy} - Aluminium plate

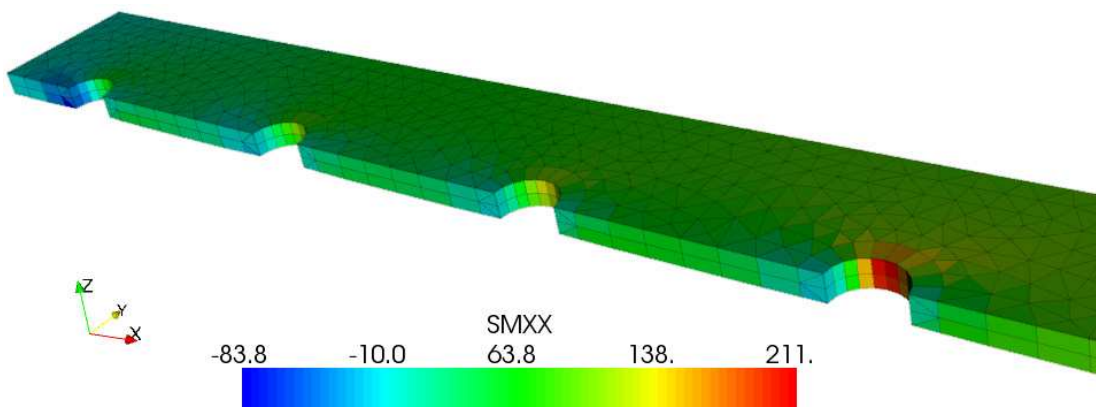


Fig. 33. σ_{xx} - Composite plate

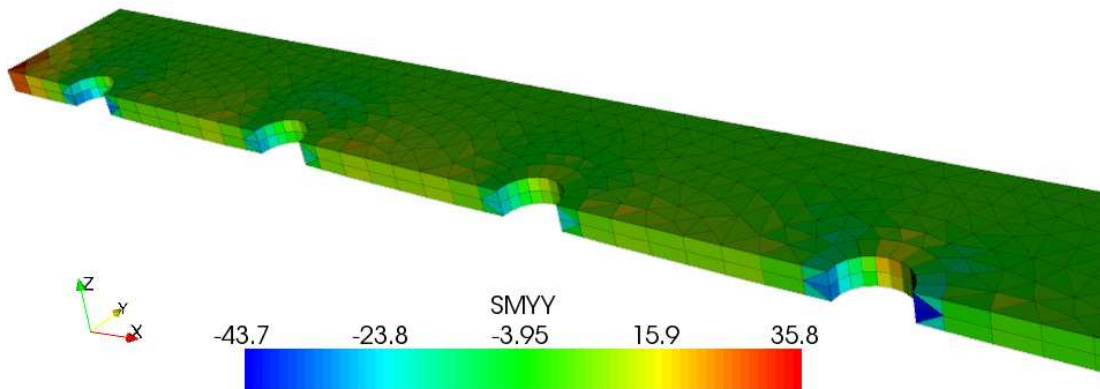


Fig. 34. σ_{yy} - Composite plate

La figure (36) présente l'évolution des sauts de déplacement, pour quatre zones près de chacun des boulons, en fonction de la charge. Le saut de déplacement δU est défini par la valeur absolue de la différence entre un déplacement moyenné sur une zone (proche du boulon) dans l'épaisseur de la plaque composite et un déplacement moyenné sur une zone (proche du boulon) dans

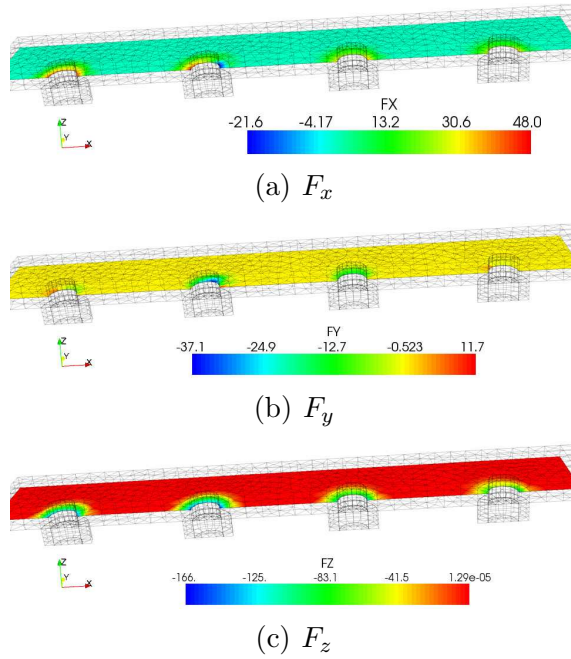


Fig. 35. Interface forces between the plates

l'épaisseur de la plaque aluminium (cf. 37) tel que :

$$\delta U = |U_{plc} - U_{pla}| \quad (24)$$

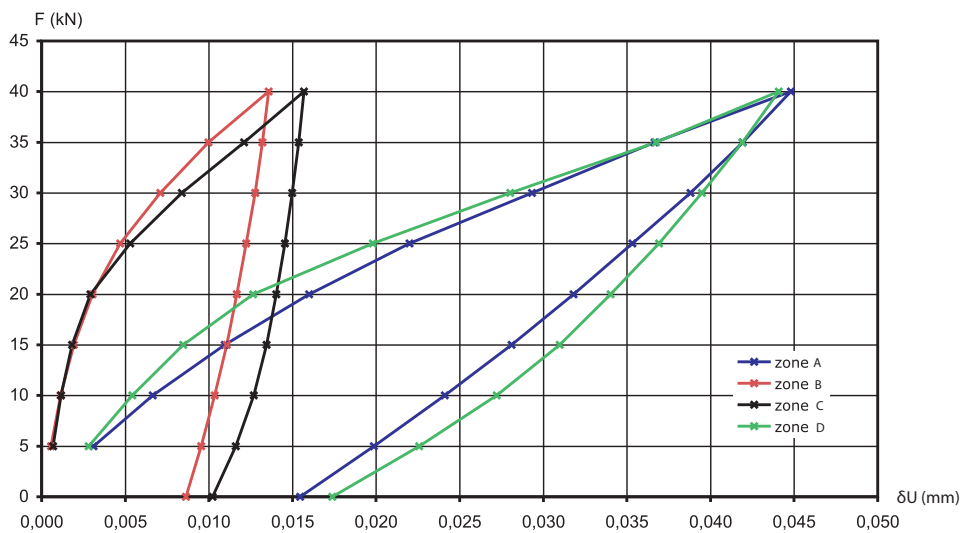


Fig. 36. Courbe $F-\delta u$ - tension loading/unloading

La figure (38) présente les résultats obtenus en terme d'évolution des déformations, pour trois zones entre les différents boulons, par rapport à la charge appliquée. Les

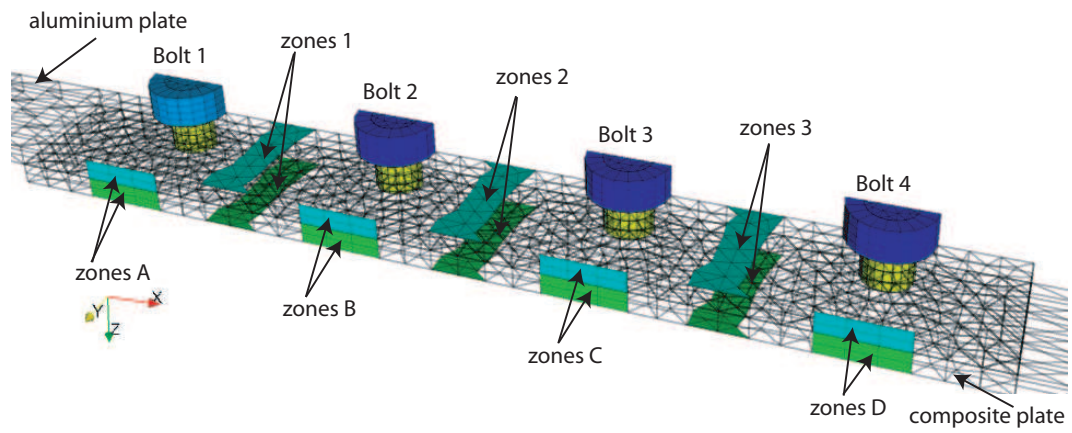
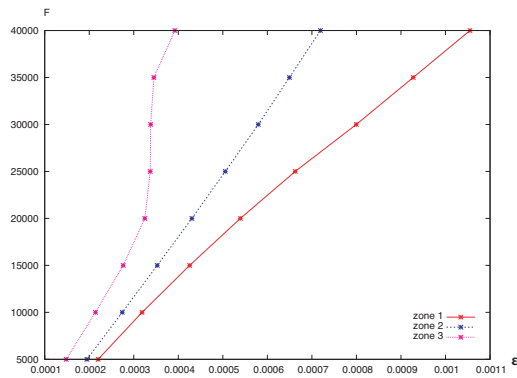
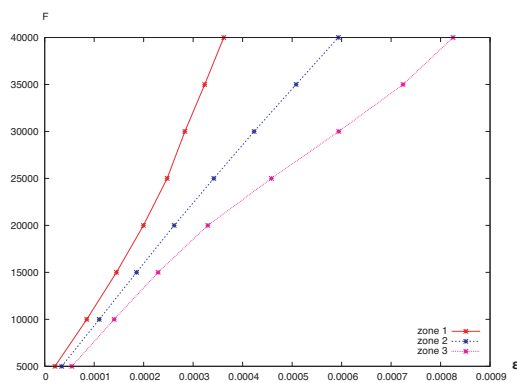


Fig. 37. Zones for the inetgration of the displacements and the strains

zones où sont intégrées les déformations dans la direction du chargement sont représentées sur la figure 37.



(a) Aluminium plate



(b) Composite plate

Fig. 38. Courbe F-ε

5.3 *Results from macromodel*

5.4 *Analysis*

6 Conclusion

References

- [ALI 01] ALLIX O. AND VIDAL P., A new multi-solution approach suitable for structural identification problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, 2002, p. 2727–2758.
- [BEN 88] BENAROYA H. AND REHAK M., Finite element methods in probabilistic structural analysis: A selective review. *Applied Mechanics Reviews*, vol. 41, n 5, 1988 , p. 201–213.
- [BLA 00] BLANZÉ C., CHAMPANEY L. AND VÉDRINE P., Contact problems in the design of a superconducting quadrupole prototype. *Engineering Computations*, vol. 17, n 2/3, p. 136–153, 2000.
- [BOU 99] BOUCARD P.-A. AND LADEVEZE P., An application of the LATIN method to multiple calculation of nonlinear structural problems (in french). *Revue européenne des Éléments Finis*, vol. 8, n 8, 1999, p. 903–920.
- [BOU 03] BOUCARD P.A. ET CHAMPANEY L., A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 57, 2003, p. 1259-1281.
- [BOU 04] BOUCARD, P.A., CHAMPANEY, L'Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement. *Revue Européenne des Eléments Finis*. Vol 13. Num 5/7. Pages 437-448. 2004
- [CHA 95] BLANZÉ C., CHAMPANEY L., COGNARD J.Y. AND LADEVÈZE P., A modular approach to structure assembly computations. Application to contact problems, *Engineering Computations*, vol. 13, n 1, 1995, p. 15–32.
- [HIL 02] HILD P., On finite element uniqueness studies for Coulomb's frictional contact model, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 12, 2002, p. 41-50.
- [HIL 06] HILD, F., ROUX, S., Measuring stress intensity factors with a camera : integrated digital image correlation (I-DIC). *Comptes-Rendus Mécanique*. Vol 334. Num 1. Pages 8-12. 2006
- [KLE 92] KLEIBER M. AND HIEN T.D. *Basic perturbation technique and computer implementation* John Willey & Sons, 1992.
- [KOS 99] KOSIOR F., GUYOT N., MAURICE G., Analysis of frictional contact problem using boundary element method and domain decomposition method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 1999, p. 65–82.
- [LAD 99] LADEVÈZE, P., *Mécanique non linéaire des structures : Nouvelle approche et méthodes de calcul non incrémentales*. Springer Verlag, (1999).
- [MAC 97] MACIAS O.F. AND LEMAIRE M., Stochastic Finite Elements and fiability. Application to fracture mechanis (in french). *Revue française de génie civil*, vol. 1, n 2, 1997.

- [MAY 07] MAYER M.H., GAUL L., Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis , *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, 2007, p. 724-734.
- [SPE 75] SPENCE A., The Hertz contact problem with finite friction. *Journal of Elasticity*, vol. 5, n 3-4, 1975, p. 297-319.
- [VAD 06] VADEAN A., LERAY D., GUILLOT J., Bolted joints for very large bearings - numerical model development, *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 42, 2006, p. 298-313.
- [VAL 02] VALOROSO N Theory and implementation of plasticity and viscoplasticity *Class Notes* , 2002.