

# Colheita de lenha no Níger e uma generalização da fórmula de Faustmann

C. R. Biol. 328 (2005) 379 – 385  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01386828>

Nicolas Bacaër

Institut de recherche pour le développement  
32 avenue Henri Varagnat, 93143 Bondy, França  
nicolas.bacaer@ird.fr

Alassane Bah

Universidade Cheikh Anta Diop de Dakar, École Supérieure Polytechnique  
DGI-SMA, BP 15915 Dakar-Fann, Senegal

Ali Mahamane

Abdou Moumouni Universidade de Niamey  
Faculdade de Ciências, Departamento de Biologia, BP 10662 Niamey, Níger

## resumo

Em algumas florestas do Níger, onde foram estabelecidos "mercados rurais controlados", a lenha é colhida de acordo com uma política do seguinte tipo: a cada  $T$  anos, corta árvores mortas e vive árvores com um diâmetro maior que  $D$ . Árvores mortas geralmente compõem a maior parte da colheita. Neste artigo, apresentamos um modelo simples de tempo contínuo para o manejo dessas parcelas florestais desiguais, sujeitas a uma alta taxa de mortalidade  $\alpha$ , e obtemos uma fórmula para o ciclo e o diâmetro de corte que otimizam a renda atualizada, com um horizonte infinito. A fórmula clássica de Faustmann para parcelas de tamanho uniforme atende ao limite  $\alpha \rightarrow 0$  e  $D = 0$  (corte nítido).

Palavras-chave: silvicultura, florestas desiguais, modelagem, otimização, lenha, Níger

## 1. Introdução

No Níger, a madeira ainda é a fonte mais importante de energia para cozinhar alimentos. Devido à seca, uma população urbana crescente e acesso parcialmente descontrolado ao recurso, a pressão sobre florestas em cidades como Niamey é alta. Desde 1989, uma nova estratégia do governo leva à proteção de certas áreas florestais, onde a colheita é gerenciada de maneira sustentável. A colheita é vendida exclusivamente em mercados próximos, com autorização administrativa. Um sistema tributário diferenciado incentiva os comerciantes a comprar lenha dessas estruturas, em vez de organizar a colheita descontrolada de florestas [1].

Dois sistemas de gestão foram escolhidos. Nos "mercados rurais orientados", apenas árvores mortas são colhidas. Nos "mercados rurais controlados", algumas árvores vivas também são cortadas e o corte é organizado em ciclos para permitir a rotação espacial. Às vezes, um limite inferior é definido para o diâmetro das árvores vivas a serem cortadas. Pode levar vários ciclos para uma árvore atingir esse diâmetro, de modo que as árvores mortas geralmente compõem a maioria de cada colheita. A duração do ciclo é normalmente fixada entre 5 e 10 anos.

A política de colheita nesses mercados rurais controlados é, portanto, bastante semelhante ao corte seletivo praticado em lotes irregulares em outras partes do mundo. Mas a importância das árvores mortas é menos usual por causa de seu destino (madeira morta é melhor do que madeira verde para cozinhar alimentos), ausência de transformação e disponibilidade (o clima saheliano causa uma alta mortalidade de árvores)

Apesar de uma abundante literatura que lida com várias extensões da fórmula clássica de Faustmann [2,3] para o problema da rotação ótima ([4] e dos 300 artigos listados em [5]), nenhuma fórmula simples foi proposto para o ciclo de corte ideal e o diâmetro ideal de parcelas com idade irregular, propensas a alta mortalidade, onde as árvores mortas constituem a maior parte da colheita de lenha. Em [6], é obtida uma fórmula explícita, mas para florestas de idades pares sujeitas a baixa mortalidade catastrófica, como o fogo. O modelo utilizou uma variável de tempo contínuo e a fórmula foi obtida usando a teoria dos processos de renovação de recompensa. Deve-se enfatizar que, com alta mortalidade natural, algumas árvores morrem de tempos em tempos e pode haver um atraso antes de serem cortadas na próxima colheita planejada. Pelo contrário, com mortalidade catastrófica devido a incêndios, toda a floresta é afetada quase instantaneamente e as árvores são removidas logo após. No primeiro caso, uma simples rotação espacial pode ser mantida, enquanto é impossível no segundo caso, como apontado [6].

Encontra-se em [7] uma fórmula que generaliza a de Faustmann para as parcelas desiguais, mas o modelo concentrou-se na parte econômica sem levar em conta um modelo particular de crescimento biológico. Esta fórmula foi usada em [8] em combinação com um modelo de matriz de tempo discreto semelhante a [9,10] para crescimento; mas nenhuma fórmula simples para o ciclo de corte ideal foi encontrada; portanto, os resultados foram baseados apenas em simulações. Vários artigos, como [11,12], insistem que o modelo de Faustmann e muitas de suas generalizações são exemplos particulares de processos de decisão markovianos, para os quais técnicas dinâmicas de programação podem ser usadas. Em seguida, focamos mais em algoritmos numéricos do que em fórmulas explícitas. Em todas essas referências, pouca atenção é dada à mortalidade natural porque, no contexto europeu ou norte-americano, é relativamente insignificante em comparação com vários outros fatores.

O objetivo deste artigo é, portanto, encontrar, dentro da estrutura de um modelo simples de plotagem com idade desigual e sujeita a alta mortalidade, uma fórmula explícita para a duração do ciclo ideal e o diâmetro ideal de corte. O critério de otimização é o mesmo do modelo de Faustmann, a saber, a receita com desconto em um horizonte infinito. O interesse é principalmente teórico, pois obviamente, apesar de [13], ainda é necessário muito trabalho de campo antes de obter dados suficientes para calibrar o modelo nas florestas do Níger. No entanto, à medida que mais e mais mercados rurais controlados são organizados no Níger e em toda a zona do Sahel, mais dados serão disponibilizados e o interesse poderá mudar de como gerenciar a floresta para otimizar o manejo.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na seção 2, apresentamos as notações do modelo. Na Seção 3, obtemos uma fórmula para o ciclo de corte ideal e o diâmetro ideal; em seguida, discutimos usando uma expressão matemática simples para a curva de crescimento da árvore. Na seção 4, mostramos que a fórmula clássica de Faustmann corresponde ao limite de mortalidade insignificante ( $\alpha \rightarrow 0$ ) e um diâmetro de corte  $D = 0$  (corte nítido). Também mostramos que a fórmula para o rendimento médio de parcelas de idades pares sujeitas a mortalidade baixa, porém catastrófica, como incêndios, dada em [6], corresponde ao limite de um ciclo de corte  $T \rightarrow 0$  com uma taxa de desconto  $\beta \rightarrow 0$ . Também apresentamos outras extensões da fórmula: a uma mortalidade dependente da idade e a uma possível diferença de preço entre madeira morta e madeira verde cortada recentemente. Eles podem ser usados em outros contextos.

## 2. Um modelo simples

Nós presumimos :

- um lote tem um número fixo  $N$  de lugares para as árvores crescerem.  $N$  é um número grande.
- $V(x)$  é o volume de uma árvore da idade  $x$ ,  $V(0) = 0$
- o preço  $P$  por unidade de volume de madeira é constante
- $c$  é o custo da preparação para o crescimento de uma nova árvore

- $c'$  é um custo fixo por colheita
- $\alpha$  é a mortalidade das árvores: durante um pequeno intervalo de tempo  $dt$ ,  $\alpha dt$  é a porcentagem de árvores que morrem (se você acha que o modelo é determinístico) ou a probabilidade de uma árvore morrer (se você acha que o modelo é estocástico). Por enquanto, supõe-se que  $\alpha$  seja independente da idade, mas essa hipótese será abandonada na seção 4.
- a duração do ciclo de corte é  $T$
- a cada  $T$  anos, a colheita consiste em todas as árvores mortas e todas as árvores vivas cujo diâmetro é maior que  $D$
- $X$  é a idade em que as árvores alcançam o diâmetro  $D$ .

Supõe-se que a regeneração é puramente artificial: as árvores que foram cortadas são substituídas sem demora por novas árvores com 0 anos, de modo que o número total de árvores permaneça constante. Supõe-se que a regeneração natural é insignificante durante uma rotação. Finalmente, seja  $\beta$  um fator de desconto, de modo que a renda no momento  $t = nT$  seja ponderada por um fator  $e^{-\beta nT}$  no critério de otimização. O problema é escolher  $T$  e  $X$  para otimizar a expectativa de renda com desconto em todas as culturas futuras.

Formalmente,

- $p(x, t)$  é a expectativa da densidade populacional de árvores vivas da idade  $x$  no tempo  $t$ ,
- $q(x, t)$  é a expectativa da densidade populacional de árvores mortas da idade  $x$  no momento  $t$  (quando morrem, as árvores param de envelhecer),
- $K_n$  é a expectativa de renda da colheita até o momento  $t = nT$ .

O problema pode ser formulado como um sistema de equações diferenciais parciais com controle impulsivo. Lembremos que essas equações diferenciais parciais são simplesmente o equivalente em tempo contínuo dos modelos matriciais em tempo discreto estruturado por idade. Essa abordagem é, por exemplo, a de [15,16], onde a colheita é contínua e não periódica. Entre colheitas ( $nT < t < (n+1)T$ ), as funções verificam

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha p(x, t) = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial t} = \alpha p(x, t),$$

e  $p(0, t) = 0$ .  $nT^-$  e  $nT^+$  denotar respectivamente "imediatamente antes de  $t = nT$ " e "logo após  $t = nT$ ". Temos então

$$p(x, nT^+) = \left[ \int_0^\infty q(\xi, nT^-) d\xi + \int_X^\infty p(\xi, nT^-) d\xi \right] \delta_{x=0} + p(x, nT^-) \mathbf{1}_{x \in ]0, X[}$$

e  $q(x, nT^+) = 0$ . Aqui,  $\delta_{x=0}$  denota a massa de Dirac em  $x = 0$ , enquanto  $\mathbf{1}_{x \in ]0, X[}$  denota a função característica do intervalo  $]0, X[$ . A expectativa de renda em  $t = nT$  é

$$K_n = \int_0^\infty q(x, nT^-) [PV(x) - c] dx + \int_X^\infty p(x, nT^-) [PV(x) - c] dx - c'.$$

O objetivo é maximizar em relação a  $T$  e  $X$  a expectativa de receita com desconto em todas as culturas futuras

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta nT} K_n.$$

As funções  $p(x, t)$  e  $q(x, t)$  verifique também as condições iniciais com

$$\int_0^\infty [p(x, 0) + q(x, 0)] dx = N.$$

Este modelo é equivalente ao modelo Faustmann clássico para o problema de rotação ideal se  $\alpha = 0$  e  $X = 0$ .

### 3. Ciclo e diâmetro ideais de corte

Independentemente da estrutura etária da condição inicial, as densidades  $p(x, t)$  e  $q(x, t)$  convergir se  $t \rightarrow +\infty$  para soluções periódicas  $\hat{p}(x, t)$  e  $\hat{q}(x, t)$  com

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, nT^-) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \sum_{k=1}^i e^{-k\alpha T} \delta_{x=kT} \\ \hat{q}(x, nT^-) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \alpha e^{-\alpha x} \mathbf{1}_{x \in (0, iT)} \\ \hat{p}(x, nT^+) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \sum_{k=0}^{i-1} e^{-k\alpha T} \delta_{x=kT} \end{aligned}$$

e  $\hat{q}(x, nT^+) = 0$ .  $i = [X/T] + 1$  (e  $[X/T]$  é toda a parte de  $X/T$ ) Observe que se  $X < T$  (de modo a  $i = 1$ ), todas as árvores vivas que atingem  $t = nT^-$  têm a mesma idade (parcela uniforme) e são colhidas em  $t = nT$  ao mesmo tempo que as árvores mortas (corte nítido). Pelo contrário, se  $X > T$  (de modo a  $i \geq 2$ ), árvores vivas que atingem  $t = nT^-$  tem para a idade  $T, 2T, \dots, iT$ , (parcela irregular) e somente aqueles com idade da  $iT$  são colhidos em  $t = nT$  com árvores mortas (seleção). Então o número inteiro  $i$  representa o número de ciclos que uma árvore pode continuar a crescer antes de ser colhida, a menos que morra; nesse caso, a árvore é colhida durante a primeira colheita após a morte. Árvores mortas colhidas em  $t = nT$  fornecem renda

$$N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \int_0^{iT} \alpha e^{-\alpha x} [PV(x) - c] dx.$$

As árvores vivas colhidas em  $t = nT$  são da idade  $iT$ . Eles dão renda

$$N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} e^{-i\alpha T} [PV(iT) - c].$$

A renda total em  $t = nT$  é, portanto, (após a integração por partes)

$$K_n = N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ P \int_0^{iT} e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c'.$$

Finalmente, a expectativa de renda total em todas as culturas futuras é

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ P \int_0^{iT} e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c' \right\},$$

para o qual temos de encontrar o máximo, em relação ao  $T$  e  $X$ . Equivalentemente, o máximo deve ser encontrado em relação a  $T$  e ao número inteiro  $i = \lfloor X/T \rfloor + 1$ . Essa é a generalização da fórmula clássica de Faustmann para o gerenciamento considerado (como veremos na próxima seção). Para reduzir o número de parâmetros de discussão, vamos escrever a fórmula

$$NPV_{\infty} \frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ \int_0^{iT} e^{-\alpha x} \frac{V'(x)}{V_{\infty}} dx - \frac{c}{PV_{\infty}} \right] - \frac{c'}{NPV_{\infty}} \right\}.$$

$V_{\infty}$  é o volume máximo que uma árvore pode atingir durante sua vida útil. Observe que

- $c/(PV_{\infty})$  é a razão entre o custo de cortar e replantar uma árvore, por um lado, e o valor máximo de uma árvore, por outro lado
- $c'/(NPV_{\infty})$  é a razão entre o custo fixo por colheita e o valor máximo de uma parcela.

Para discutir esta fórmula, considere uma expressão matemática simples  $V(x)$  para a curva de crescimento da árvore, ou equivalente para sua derivada  $V'(x)$ , por exemplo

$$V'(x) = V_{\infty} \frac{(\gamma/\tau)^{\gamma+1}}{\Gamma(\gamma+1)} x^{\gamma} e^{-\gamma x/\tau},$$

onde  $\Gamma$  é a função Gamma usual. Essa função, que supostamente representa a velocidade do crescimento, aumenta de 0 a um máximo atingido em  $x = \tau$  e depois diminui enquanto converge para 0 quando  $x \rightarrow \infty$ . Assim  $V(x) = \int_0^x V'(\xi) d\xi$  é uma função crescente que é convexa para  $x < \tau$  e côncava para  $x > \tau$ . A parametrização destaca o volume máximo de uma árvore  $V_{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} V(x)$ .

A Figura 1 ilustra como a expectativa de receita com desconto pode variar dependendo do comprimento  $T$  do ciclo de corte para diferentes valores do diâmetro de corte, que correspondem a  $i = 1, \dots, 4$ . A curva mais à direita é aquela com  $i = 1$  (corte nítido e plano uniforme). A estratégia ideal é  $T^* \simeq 9,5$  e  $i = 2$ , ou seja, cortando tudo  $T^*$  anos de idade árvores mortas e árvores vivas  $2T^*$  ou mais. Observe que todas as curvas se tornam negativas quando  $T$  se aproxima de 0 devido ao custo fixo diferente de zero por colheita. Os valores dos parâmetros usados para esta figura são  $\alpha = 0,05$  por ano (a expectativa de vida das árvores é  $1/\alpha = 20$  anos),  $\tau = 10$  anos (esta é a idade que mais cresce) e  $\gamma = 2$  para a curva de crescimento, um fator de desconto  $\beta = 0,03$  custos por ano  $c/(PV_{\infty}) = 0$  e  $c'/(NPV_{\infty}) = 0,1$  e um valor máximo do gráfico normalizado  $NPV_{\infty} = 1$ .

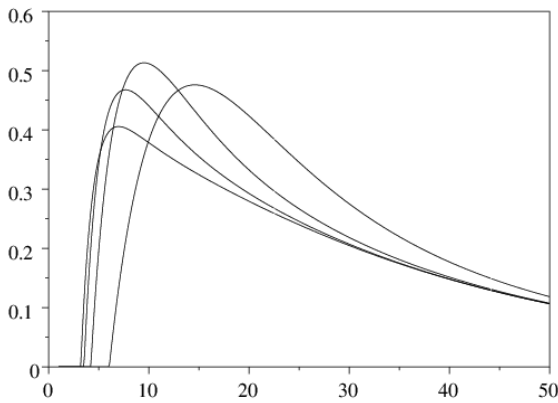


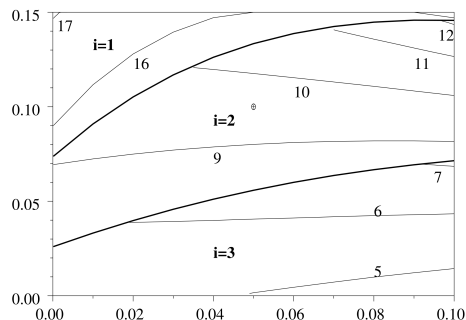
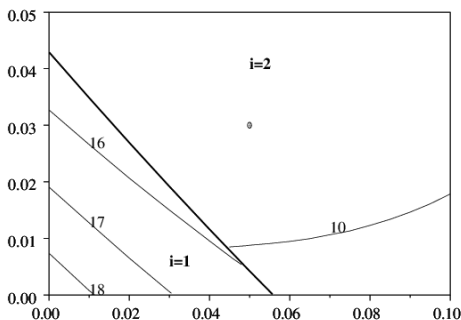
Figura 1. Expectativa de receita com desconto em função da duração do ciclo de corte  $T$  para diferentes valores do diâmetro de corte (que correspondem a  $i = 1 \dots 4$ )

A Figura 2 ilustra como o ciclo e o diâmetro ideais de corte variam com a mortalidade  $\alpha$ , a taxa de desconto  $\beta$  e o custo fixo por colheita. Os valores para os parâmetros fixos são os mesmos da Figura 1. Como esperado, o gerenciamento desigual com um ciclo de corte curto (representado pelas áreas  $i = 2$  e  $i = 3$ ) é mais rentável do que o gerenciamento equilibrado ( $i = 1$ )

- quando a mortalidade é alta (figuras no canto superior esquerdo e no canto superior direito),
- quando o fator de desconto é alto (valores acima da esquerda e da parte inferior),
- ou quando o custo fixo por colheita é baixo (superior direito e inferior).

Observe na figura no canto superior esquerdo (resp. No canto superior direito) que mesmo dentro do limite  $\alpha \rightarrow 0$  (no caso do modelo de Faustmann), a gestão com idade desigual torna-se mais lucrativa do que com a idade igual se a taxa de desconto (resp. custo fixo por safra) for superior (resp. abaixo) a um certo limite.

A Figura 2 também mostra as linhas de contorno para a duração ideal do ciclo de corte. Observe que não existe uma relação simples entre a duração ideal do ciclo de corte e a mortalidade: a primeira pode ser uma função crescente ou decrescente da segunda, dependendo dos valores dos parâmetros, como na figura acima em direita.



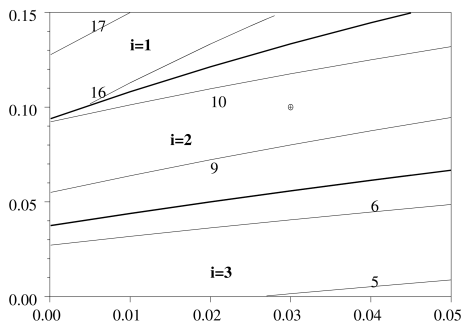


Figura 2. Duração e diâmetro ótimos do ciclo quando a mortalidade  $\alpha$  varia, a taxa de desconto  $\beta$  e o custo fixo por colheita  $c'$ . Superior esquerdo: diagrama  $(\alpha, \beta)$ . Superior direito: diagrama  $(\alpha, c'/NPV_\infty)$ . Parte inferior: diagrama  $(\beta, c'/NPV_\infty)$ . As linhas em negrito separam as áreas em que  $i = 1$  (o gerenciamento uniforme é ideal) das áreas em que  $i = 2$  e  $i = 3$  (o gerenciamento desigual é ideal). As outras linhas são as linhas de nível para a duração ideal do ciclo de corte. Em cada caso, um ponto recupera os valores dos parâmetros na Figura 1.

#### 4. Casos limitórfes e extensões

Se definirmos o diâmetro crítico  $D$  de cortar árvores vivas como 0 (corte nítido), a idade correspondente será  $X = 0$ . Então  $i = 1$  e a fórmula (1) é reduzida para

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \left[ P \int_0^T e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c' \right\}.$$

Se, além disso, o custo fixo por colheita  $c'$  e a mortalidade  $\alpha$  é desprezível, então as fórmulas são reduzidas à de Faustmann [2,3]

$$N \frac{PV(T) - c}{e^{\beta T} - 1}.$$

Outro caso limitórfes é obtido se o fator de desconto  $\beta$  e a duração do ciclo de corte  $T$  convergirem para 0, o que corresponde a olhar para a renda média com uma colheita contínua de árvores mortas e árvores vivas cuja idade é maior do que  $X$ . Lembre-se do vínculo entre a renda média por ano e a renda com desconto em todas as culturas futuras:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{1}{\nu T} \sum_{n=1}^{\nu} K_n = \lim_{\beta \rightarrow 0} \beta \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta n T} K_n.$$

Vamos manter  $c' = 0$ . A fórmula (1) fornece o rendimento médio

$$N \alpha \frac{P \int_0^X e^{-\alpha x} V'(x) dx - c}{1 - e^{-\alpha X}},$$

e as densidades  $p(x, t)$  e  $q(x, t)$  convergem em soluções estacionárias

$$\hat{p}(x) = N \frac{\alpha e^{-\alpha x}}{1 - e^{-\alpha X}} 1_{x \in (0, X)}$$

e  $\hat{q}(x) = 0$ . A fórmula (2) é a mesma que em [6] para a renda média em florestas sujeitas a um risco de incêndio catastrófico. De fato, se  $T \rightarrow 0$ , não há atraso entre a morte da árvore e sua colheita, como em [6]. Portanto, é normal que a renda média seja a mesma. No entanto, a sincronização das mortes no caso do incêndio leva a uma diferença na expressão da renda com desconto.

Extensões. Suponha que a mortalidade, em vez de ser constante, dependa da idade. Vamos definir

$$\Delta(x) = \exp\left(-\int_0^x \alpha(\xi) d\xi\right).$$

Se  $Q$  é o preço da madeira morta, se  $P$  é o preço da madeira verde cortada recentemente, a expectativa de receita com desconto em todas as colheitas futuras é

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \frac{\Delta(iT) [PV(iT) - c] - \int_0^{iT} \Delta'(x) [QV(x) - c] dx}{\sum_{n=0}^{i-1} \Delta(nT)} - c' \right\},$$

com  $i = [X/T] + 1$ . A fórmula (1) corresponde a  $Q = P$  e à constante  $\alpha$ , de modo que  $\Delta(x) = \exp(-\alpha x)$ . Dentro do limite em que  $\beta \rightarrow 0$  e  $T \rightarrow 0$ , esta fórmula (com  $c' = 0$ ) leva à renda média

$$N \frac{\Delta(X) [PV(X) - c] - \int_0^X \Delta'(x) [QV(x) - c] dx}{\int_0^X \Delta(x) dx},$$

uma fórmula encontrada em [6] no contexto de florestas com risco de incêndio, mas onde parte da madeira queimada pode ser recuperada.

#### 5. Conclusão

Na estrutura de um modelo simples, foi encontrada uma fórmula para a duração ideal do ciclo de corte e o diâmetro quando o manejo consiste em cortar árvores mortas e árvores vivas com um diâmetro maior que  $D$  a cada  $T$  ano. Este modelo foi projetado para florestas sujeitas a alta mortalidade natural, onde árvores mortas formam a parte principal da colheita e são usadas como lenha. Vimos que a gestão de prazos desiguais era mais favorável nessas circunstâncias. Quando a mortalidade natural é baixa, a taxa de desconto baixa ou o custo fixo por colheita alto, até o manejo pode ser mais lucrativo.

O manejo florestal no Níger e em outros países do Sahel ainda está engatinhando. A rotação foi introduzida apenas uma década atrás. Os dados de campo ainda são escassos. Apesar das inúmeras pesquisas acumuladas ao longo de mais de 150 anos sobre o problema da rotação ideal nos países desenvolvidos, é necessária a adaptação às condições locais. Neste estudo, focamos apenas um aspecto, a alta mortalidade natural. Esperemos que este modelo microeconômico seja combinado com modelos macroeconômicos [17,18,19] para fornecer uma ferramenta de modelagem mais completa aos dedicadores públicos.

## obrigado

O segundo autor agradece Édith Perrier (IRD), Alain Bertrand, Martine Antona, Christophe Le Page (CIRAD) e Aboubacar Ichaou (Ministério do Meio Ambiente do Níger). Este artigo é dedicado à memória de Ovide Arino.

## Referências bibliográficas

1. J. M. d'Herbès, J. M. K. Ambouta, R. Peltier, *Fonctionnement et gestion des écosystèmes forestiers contractés sahéliens*, John Libbey Eurotext, Paris, 1997.
2. M. Faustmann, Berechnung des Wertes welchen Waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen. *Allgemeine Forst – und Jagd – Zeitung* 15 (1849).
3. C. W. Clark, *Mathematical bioeconomics : the optimal management of renewable resources*, John Wiley & Sons, New York, 1990.
4. D. H. Newman, *The optimal forest rotation : a discussion and annotated bibliography*, USDA Forest Service, Technical Report SE – 48, Asheville, 1988.
5. J. *Forest Econ.* 8 (2002) 5 – 27.
6. *Can. J. For. Res.* 15 (1985) 180 – 190.
7. *For. Sci.* 27 (1981) 739 – 744.
8. *Forest policy and economics* 6 (2004) 145 – 152.
9. *J. Appl. Ecol.* 8 (1966) 355 – 367.
10. *For. Sci.* 26 (1980) 609 – 625.
11. *For. Sci.* 47 (2001) 466 – 474.
12. J. Buongiorno, J. K. Gilles, *Decision methods for forest resource management*, Academic Press, Boston, 2003.
13. A. Ichaou, *Dynamique et productivité des structures forestières contractées des plateaux de l'ouest nigérien*, Thèse, Université de Toulouse III, 2000.
14. [www.handels.gu.se/econ/EEU/cifor.html](http://www.handels.gu.se/econ/EEU/cifor.html)
15. C. Rorres, W. Fair, *Optimal age specific harvesting policy for a continuous – time population model*, in : T. A. Burton (Ed. ), *Modeling and differential equations in biology*, Marcel Dekker, New York, 1980, pp.239 – 254.
16. [www2.fundacion-centra.org/pdfs/E200337.pdf](http://www2.fundacion-centra.org/pdfs/E200337.pdf)
17. CSFD, *Pour une gestion viable des ressources ligneuses péri – urbaines : analyse et modélisation des impacts des règles et des pratiques coutumières sur divers milieux naturels sahéliens et sahélo – soudaniens au Niger et au Mali*, [www.csf-desertification.org/projets/projet3.php](http://www.csf-desertification.org/projets/projet3.php)
18. [www.dec.org/pdf\\_docs/PNACQ877.pdf](http://www.dec.org/pdf_docs/PNACQ877.pdf)
19. MARGE, *Le modèle GLOBUS*, [www.marge.fr](http://www.marge.fr)