

# La cosecha de leña en Níger y una generalización de la fórmula de Faustmann

C. R. Biol. 328 (2005) 379 – 385  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01386828>

Nicolas Bacaër

Institut de recherche pour le développement  
32 avenue Henri Varagnat, 93143 Bondy, Francia  
nicolas.bacaer@ird.fr

Alassane Bah

Universidad Cheikh Anta Diop de Dakar, École Supérieure Polytechnique  
DGI-SMA, BP 15915 Dakar-Fann, Senegal

Ali Mahamane

Abdou Moumouni Universidad de Niamey  
Facultad de Ciencias, Departamento de Biología, BP 10662 Niamey, Níger

## Resumen

En ciertos bosques en Níger, donde se han establecido "mercados rurales controlados", la leña se cosecha de acuerdo con una política del siguiente tipo: cada  $T$  años, corta árboles muertos y árboles vivos con un diámetro mayor que  $D$ . Los árboles muertos generalmente constituyen la mayor parte del cultivo. En este artículo, presentamos un modelo simple de tiempo continuo para el manejo de estas parcelas forestales de edad desigual sometidas a una alta tasa de mortalidad  $\alpha$ , y obtenemos una fórmula para el ciclo y el diámetro de corte que optimiza el ingreso actualizado, con un horizonte infinito. La fórmula clásica de Faustmann para parcelas de tamaño par alcanza el límite  $\alpha \rightarrow 0$  y  $D = 0$  (corte claro).

Palabras clave: silvicultura, bosque de edad desigual, modelado, optimización, leña, Níger

## 1. Introducción

En Níger, la madera sigue siendo la fuente de energía más importante para cocinar alimentos. Debido a la sequía, la creciente población urbana y el acceso parcialmente descontrolado al recurso, la presión sobre los bosques alrededor de ciudades como Niamey es alta. Desde 1989, una nueva estrategia del gobierno ha llevado a la protección de ciertas áreas forestales, donde la cosecha se maneja de manera sostenible. La cosecha se vende exclusivamente en mercados cercanos con autorización administrativa. Un sistema de impuestos diferenciales alienta a los comerciantes a comprar leña de estas estructuras en lugar de organizar la tala incontrolada de bosques [1].

Se eligieron dos sistemas de gestión. En los "mercados rurales orientados", solo se cosechan árboles muertos. En los "mercados rurales controlados", algunos árboles vivos también se cortan y el corte se organiza en ciclos para permitir la rotación espacial. A veces se establece un límite inferior para el diámetro de los árboles vivos que se cortará. Puede tomar varios ciclos para que un árbol alcance este diámetro, por lo que los árboles muertos generalmente constituyen la mayoría de cada cultivo. La duración del ciclo generalmente se fija entre 5 y 10 años.

Por lo tanto, la política de cosecha en estos mercados rurales controlados es bastante similar a la tala selectiva practicada en parcelas irregulares en otras partes del mundo. Pero la importancia de los árboles muertos es menos habitual debido a su destino (la madera muerta es mejor que la madera verde para cocinar), la ausencia de transformación y su disponibilidad (el clima del Sahel causa una alta mortalidad de los árboles).

A pesar de la abundante literatura que trata con varias extensiones de la fórmula clásica de Faustmann [2,3] para el problema de la rotación óptima ([4] y los 300 artículos enumerados en [5]), no se ha encontrado una fórmula simple propuesto para el ciclo de corte óptimo y el diámetro óptimo de parcelas de edad desigual propensas a una alta mortalidad, donde los árboles muertos constituyen la mayor parte de la cosecha de leña. En [6], se obtiene una fórmula explícita pero para bosques de edad uniforme sujetos a baja mortalidad catastrófica como el fuego. El modelo utilizó una variable de tiempo continuo, y la fórmula se obtuvo utilizando la teoría de los procesos de renovación de recompensas. Cabe destacar que con una alta mortalidad natural, los árboles individuales mueren de vez en cuando y puede haber un retraso antes de ser cortados durante la próxima cosecha planeada. Por el contrario, con una mortalidad catastrófica debido a incendios, todo el bosque se ve afectado casi instantáneamente y los árboles se eliminan poco después. En el primer caso, se puede mantener una rotación espacial simple, mientras que es imposible en el segundo caso, como se señaló [6].

En [7] se encuentra una fórmula que generaliza la de Faustmann para las parcelas desiguales, pero el modelo se concentró en la parte económica sin tener en cuenta un modelo particular de crecimiento biológico. Esta fórmula se utilizó en [8] en combinación con un modelo de matriz de tiempo discreto similar a [9,10] para el crecimiento; pero no se encontró una fórmula simple para el ciclo de corte óptimo, por lo que los resultados se basaron solo en simulaciones. Varios artículos, como [11,12], insisten en que el modelo de Faustmann y muchas de sus generalizaciones son ejemplos particulares de procesos de decisión de Markovian, para los cuales se pueden utilizar técnicas de programación dinámica. Luego nos centramos más en algoritmos numéricos que en fórmulas explícitas. En todas estas referencias, se presta poca atención a la mortalidad natural porque en un contexto europeo o norteamericano, es relativamente insignificante en comparación con varios otros factores.

Por lo tanto, el objetivo de este artículo es encontrar, dentro del marco de un modelo de parcela simple de edad desigual sujeto a alta mortalidad, una fórmula explícita para la duración del ciclo óptimo y el diámetro de corte óptimo. El criterio de optimización es el mismo que en el modelo de Faustmann, es decir, el ingreso descontado en un horizonte infinito. El interés es principalmente teórico, ya que obviamente, a pesar de [13], todavía se necesita mucho trabajo de campo antes de obtener suficientes datos para calibrar el modelo en los bosques de Níger. Sin embargo, a medida que se organicen más y más mercados rurales controlados en Níger y en toda la zona del Sahel, habrá más datos disponibles y el interés podría cambiar de cómo manejar el bosque a cómo optimizar el manejo.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, presentamos las notaciones del modelo. En la sección 3, obtenemos una fórmula para el ciclo de corte óptimo y el diámetro óptimo, luego lo discutimos usando una expresión matemática simple para la curva de crecimiento del árbol. En la sección 4, mostramos que la fórmula clásica de Faustmann corresponde al límite de mortalidad insignificante ( $\alpha \rightarrow 0$ ) y un diámetro de corte  $D = 0$  (corte claro). También mostramos que la fórmula para el rendimiento promedio de parcelas de edad uniforme sujetas a mortalidad baja pero catastrófica como incendios, dada en [6], corresponde al límite de un ciclo de corte  $T \rightarrow 0$  con una tasa de descuento  $\beta \rightarrow 0$ . También presentamos otras extensiones de la fórmula: a una mortalidad dependiente de la edad y a una posible diferencia de precio entre la madera muerta y la madera verde recién cortada. Se pueden usar en otros contextos.

## 2. Un modelo simple

Asumimos:

- una parcela tiene un número fijo  $N$  de lugares para que crezcan los árboles.  $N$  es un gran número.
- $V(x)$  es el volumen de un árbol de la edad  $x$ ,  $V(0) = 0$
- el precio  $P$  por unidad de volumen de madera es constante
- $c$  es el costo de prepararse para el crecimiento de un nuevo árbol
- $c'$  es un costo fijo por cosecha
- $\alpha$  es la mortalidad de los árboles: durante un pequeño intervalo de tiempo  $dt$ ,  $\alpha dt$  es el porcentaje de árboles que mueren (si considera que el modelo es determinista), o la probabilidad de que un árbol muera (si considera que el modelo es estocástico). Por el momento, suponemos que  $\alpha$  es independiente de la edad, pero este supuesto se abandonará en la sección 4.
- la duración del ciclo de corte es  $T$
- cada  $T$  años, la cosecha consiste en todos los árboles muertos y todos los árboles vivos cuyo diámetro es mayor que  $D$
- $X$  es la edad en que los árboles alcanzan el diámetro  $D$ .

Se supone que la regeneración es puramente artificial: los árboles que han sido cortados son reemplazados sin demora por árboles nuevos de 0 años, de modo que el número total de árboles permanece constante. Se supone que la regeneración natural es insignificante durante una rotación. Finalmente, deje que  $\beta$  sea un factor de descuento tal que el ingreso en el tiempo  $t = nT$  sea ponderado por un factor  $e^{-\beta nT}$  en el criterio de optimización. El problema es elegir  $T$  y  $X$  para optimizar la expectativa de ingresos descontados en todos los cultivos futuros.

Formalmente

- $p(x, t)$  es la expectativa de la densidad de población de árboles vivos de edad  $x$  en el tiempo  $t$ ,
- $q(x, t)$  es la expectativa de la densidad de población de árboles muertos de edad  $x$  en el momento  $t$  (cuando mueren, los árboles dejan de envejecer),
- $K_n$  es la expectativa de ingresos de la cosecha a tiempo  $t = nT$ .

El problema puede formularse como un sistema de ecuaciones diferenciales parciales con control impulsivo. Recordemos que estas ecuaciones diferenciales parciales son simplemente el equivalente en tiempo continuo de los modelos matriciales en tiempo discreto estructurado por edad. Este enfoque es, por ejemplo, el de [15,16], donde la cosecha es continua y no periódica. Entre cosechas ( $nT < t < (n+1)T$ ), la comprobación de funciones

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha p(x, t) = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial t} = \alpha p(x, t),$$

y  $p(0, t) = 0$ . Si  $nT^-$  y  $nT^+$  denotar respectivamente "justo antes de  $t = nT$ " y "justo después de  $t = nT$ ", entonces

$$p(x, nT^+) = \left[ \int_0^\infty q(\xi, nT^-) d\xi + \int_X^\infty p(\xi, nT^-) d\xi \right] \delta_{x=0} + p(x, nT^-) \mathbf{1}_{x \in ]0, X[}$$

y  $q(x, nT^+) = 0$ . Aquí  $\delta_{x=0}$  denota la masa de Dirac en  $x = 0$ , entonces que  $\mathbf{1}_{x \in ]0, X[}$  denota la función característica del intervalo  $]0, X[$ . Esperanza de ingresos en  $t = nT$  es

$$K_n = \int_0^\infty q(x, nT^-) [PV(x) - c] dx + \int_X^\infty p(x, nT^-) [PV(x) - c] dx - c'.$$

El objetivo es maximizar, en relación con  $T$  y  $X$ , la expectativa de ingresos descontados en todos los cultivos futuros.

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta nT} K_n.$$

Las funciones  $p(x, t)$  y  $q(x, t)$  También verifique las condiciones iniciales con

$$\int_0^\infty [p(x, 0) + q(x, 0)] dx = N.$$

Este modelo es equivalente al modelo clásico de Faustmann para el problema de la rotación óptima si  $\alpha = 0$  y  $X = 0$ .

### 3. Óptimo ciclo de corte y diámetro

Independientemente de la estructura de edad de la condición inicial, las densidades  $p(x, t)$  y  $q(x, t)$  convergen si  $t \rightarrow +\infty$  hacia soluciones periódicas  $\hat{p}(x, t)$  y  $\hat{q}(x, t)$ , con

$$\begin{aligned} \hat{p}(x, nT^-) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \sum_{k=1}^i e^{-k\alpha T} \delta_{x=kT} \\ \hat{q}(x, nT^-) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \alpha e^{-\alpha x} \mathbf{1}_{x \in (0, iT)} \\ \hat{p}(x, nT^+) &= N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \sum_{k=0}^{i-1} e^{-k\alpha T} \delta_{x=kT} \end{aligned}$$

y  $\hat{q}(x, nT^+) = 0$  donde  $i = [X/T] + 1$  (y  $[X/T]$  es toda la parte de  $X/T$ ) Tenga en cuenta que si  $X < T$  (de manera que  $i = 1$ ), todos los árboles vivos que alcanzan  $t = nT^-$  tienen la misma edad (parcela par) y se cosechan en  $t = nT$  al mismo tiempo que los árboles muertos (corte claro). Por el contrario, si  $X > T$  (de manera que  $i \geq 2$ ), árboles vivos que alcanzan  $t = nT^-$  son viejos  $T, 2T, \dots, iT$  (parcela desigual) y solo los ancianos de  $iT$  se cosechan en  $t = nT$  con árboles muertos (selección). Entonces todo  $i$  representa el número de ciclos que un árbol puede seguir creciendo antes de ser cosechado, a menos que muera, en cuyo caso el árbol se cosecha durante la primera cosecha después de la muerte. Los árboles muertos cosechados en  $t = nT$  proporcionan ingresos

$$N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \int_0^{iT} \alpha e^{-\alpha x} [PV(x) - c] dx.$$

Los árboles vivos cosechados en  $t = nT$  son los de la edad  $iT$ . Dan ingresos

$$N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} e^{-i\alpha T} [PV(iT) - c].$$

El ingreso total en  $t = nT$  es por lo tanto (después de la integración por partes)

$$K_n = N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ P \int_0^{iT} e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c'.$$

Finalmente, la expectativa de ingresos totales en todos los cultivos futuros es

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ P \int_0^{iT} e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c' \right\},$$

para lo cual hay que encontrar el máximo, con respecto a  $T$  y  $X$ . De manera equivalente, el máximo se debe encontrar con respecto a  $T$  y al entero  $i = [X/T] + 1$ . Esta es la generalización de la fórmula clásica de Faustmann para la gestión considerada (como veremos en la siguiente sección). Para reducir la cantidad de parámetros de discusión, escribamos la fórmula

$$NPV_{\infty} \frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1 - e^{-i\alpha T}} \left[ \int_0^{iT} e^{-\alpha x} \frac{V'(x)}{V_{\infty}} dx - \frac{c}{PV_{\infty}} \right] - \frac{c'}{NPV_{\infty}} \right\},$$

donde  $V_{\infty}$  es el volumen máximo que puede alcanzar un árbol durante su vida útil. Tenga en cuenta que

- $c/(PV_{\infty})$  es la relación entre el costo de cortar y replantar un árbol, por un lado, y el valor máximo de un árbol, por otro lado
- $c'/(NPV_{\infty})$  es la relación entre el costo fijo por cosecha y el valor máximo de una parcela.

Para discutir esta fórmula, considere una expresión matemática simple  $V(x)$  para la curva de crecimiento del árbol, o equivalente para su derivada  $V'(x)$ , por ejemplo

$$V'(x) = V_{\infty} \frac{(\gamma/\tau)^{\gamma+1}}{\Gamma(\gamma+1)} x^{\gamma} e^{-\gamma x/\tau},$$

donde  $\Gamma$  es la función Gamma habitual. Esta función, que se supone que representa la velocidad de crecimiento, aumenta de 0 a un máximo que se alcanza en  $x = \tau$ , luego disminuye mientras converge hacia 0 cuando  $x \rightarrow \infty$ . Entonces  $V(x) = \int_0^x V'(\xi) d\xi$  es una función creciente que es convexa para  $x < \tau$  y cóncava para  $x > \tau$ . La parametrización resalta el volumen máximo de un árbol  $V_{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} V(x)$ .

La Figura 1 ilustra cómo la expectativa de ingresos descontados puede variar dependiendo de la longitud  $T$  del ciclo de corte para diferentes valores del diámetro de corte, que corresponden a  $i = 1, \dots, 4$ . La curva más a la derecha es la que tiene  $i = 1$  (corte claro e incluso parcela). La estrategia óptima es  $T^* \simeq 9,5$  y  $i = 2$  es decir cortando todo  $T^*$  años árboles muertos y árboles vivos  $2T^*$  o más. Tenga en cuenta que todas las curvas se vuelven negativas cuando  $T$  se acerca a 0 debido al costo fijo distinto de cero por cosecha. Los valores de los parámetros utilizados para esta figura son  $\alpha = 0,05$  por año (la esperanza de vida de los árboles es  $1/\alpha = 20$  años),  $\tau = 10$  años (esta es la edad en que el crecimiento es más rápido) y  $\gamma = 2$  para la curva de crecimiento, un factor de descuento  $\beta = 0,03$  costos por año  $c/(PV_{\infty}) = 0$  y  $c'/(NPV_{\infty}) = 0,1$  y un valor máximo de la trama normalizada  $NPV_{\infty} = 1$ .

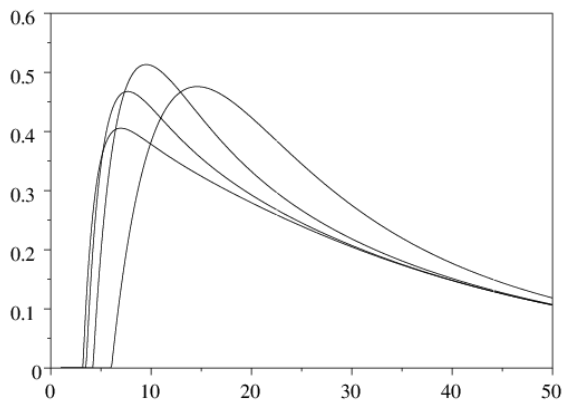


Figura 1. Expectativa de ingresos descontados en función de la duración del ciclo de corte  $T$  para diferentes valores del diámetro de corte (que corresponden a  $i = 1 \dots 4$ )

La Figura 2 ilustra cómo el ciclo de corte y el diámetro óptimos varían con la mortalidad  $\alpha$ , la tasa de descuento  $\beta$  y el costo fijo por cosecha. Los valores para los parámetros fijos son los mismos que en la Figura 1. Como era de esperar, la gestión desigual con un ciclo de corte corto (representado por las áreas  $i = 2$  e  $i = 3$ ) es más rentable que incluso la gestión ( $i = 1$ )

- cuando la mortalidad es alta (cifras arriba a la izquierda y arriba a la derecha),
- cuando el factor de descuento es alto (cifras en la parte superior izquierda e inferior),
- o cuando el costo fijo por cosecha es bajo (arriba a la derecha y abajo).

Observe en la figura en la parte superior izquierda (resp. En la parte superior derecha) que incluso dentro del límite  $\alpha \rightarrow 0$  (en el caso del modelo de Faustmann), el manejo de edad desigual se vuelve más rentable que el manejo de edad uniforme si la tasa de descuento (resp. el costo fijo por cosecha) está por encima (resp. debajo) de cierto umbral.

La Figura 2 también muestra las líneas de contorno para la longitud óptima del ciclo de corte. Tenga en cuenta que no existe una relación simple entre la duración óptima del ciclo de corte y la mortalidad: la primera puede ser una función creciente o decreciente de la segunda, dependiendo de los valores de los parámetros, como en la figura anterior en derecha.

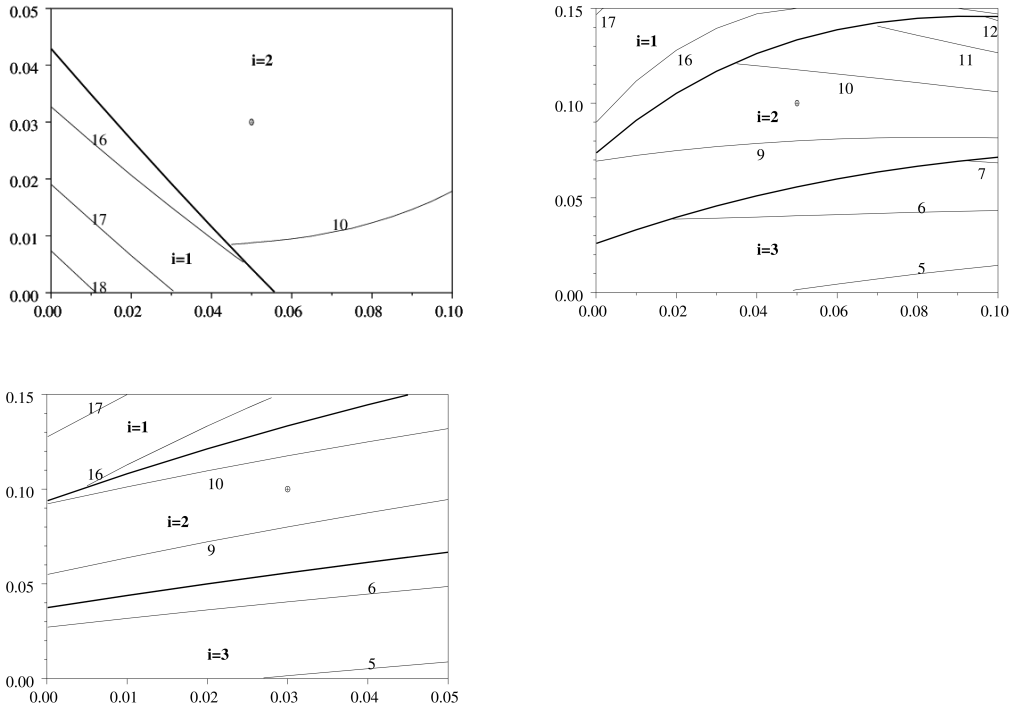


Figura 2. Duración y diámetro óptimos del ciclo cuando la mortalidad  $\alpha$  varía, la tasa de descuento  $\beta$  y el costo fijo por cosecha  $c'$ . Arriba a la izquierda: diagrama  $(\alpha, \beta)$ . Arriba a la derecha: diagrama  $(\alpha, c'/NPV_\infty)$ . Abajo: diagrama  $(\beta, c'/NPV_\infty)$ . Las líneas en negrita separan las áreas donde  $i = 1$  (incluso el manejo es óptimo) de las áreas donde  $i = 2$  e  $i = 3$  (el manejo desigual es óptimo). Las otras líneas son las líneas de nivel para la longitud óptima del ciclo de corte. En cada caso, un punto recuerda los valores de los parámetros en la Figura 1.

#### 4. Casos límite y extensiones

Si establecemos el diámetro crítico  $D$  de la tala de árboles vivos en 0 (corte claro), entonces la edad correspondiente es  $X = 0$ . Entonces  $i = 1$  y la fórmula (1) se reduce a

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \left[ P \int_0^T e^{-\alpha x} V'(x) dx - c \right] - c' \right\}.$$

Si además el costo fijo por cosecha  $c'$  y la mortalidad  $\alpha$  son insignificantes, entonces las fórmulas se reducen a la de Faustmann [2,3]

$$N \frac{PV(T) - c}{e^{\beta T} - 1}.$$

Se obtiene otro caso límite si el factor de descuento  $\beta$  y la duración del ciclo de corte  $T$  convergen hacia 0, lo que corresponde a observar el ingreso promedio con una cosecha continua de árboles muertos y vivos cuya edad es mayor que  $X$ . Recuerde el vínculo entre el ingreso promedio por año y el ingreso descontado en todas las cosechas futuras:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{1}{\nu T} \sum_{n=1}^{\nu} K_n = \lim_{\beta \rightarrow 0} \beta \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta n T} K_n.$$

Vamos a mantener  $c' = 0$ . La fórmula (1) luego da el ingreso promedio

$$N \alpha \frac{P \int_0^X e^{-\alpha x} V'(x) dx - c}{1 - e^{-\alpha X}},$$

y las densidades  $p(x, t)$  y  $q(x, t)$  converger en soluciones estacionarias

$$\hat{p}(x) = N \frac{\alpha e^{-\alpha x}}{1 - e^{-\alpha X}} 1_{x \in (0, X)}$$

y  $\hat{q}(x) = 0$ . La fórmula (2) es la misma que en [6] para el ingreso promedio en bosques sujetos a un riesgo catastrófico de incendio. De hecho, si  $T \rightarrow 0$ , no hay demora entre la muerte del árbol y su cosecha, como en [6]. Por lo tanto, es normal que el ingreso promedio sea el mismo. Sin embargo, la sincronización de muertes en el caso del incendio conduce a una diferencia en la expresión de los ingresos con descuento.

Extensiones Suponga que la mortalidad, en lugar de ser constante, depende de la edad. Definamos

$$\Delta(x) = \exp\left(-\int_0^x \alpha(\xi) d\xi\right).$$

Si  $Q$  es el precio de la madera muerta, si  $P$  es el precio de la madera verde recién cortada, entonces la expectativa de ingresos descontados en todas las cosechas futuras es

$$\frac{1}{e^{\beta T} - 1} \left\{ N \frac{\Delta(iT) [PV(iT) - c] - \int_0^{iT} \Delta(x) [QV(x) - c] dx}{\sum_{n=0}^{i-1} \Delta(nT)} - c' \right\},$$

donde  $i = [X/T] + 1$ . La fórmula (1) corresponde a  $Q = P$  y a la constante  $\alpha$ , de modo que  $\Delta(x) = \exp(-\alpha x)$ . En el límite donde  $\beta \rightarrow 0$  y  $T \rightarrow 0$ , esta fórmula (con  $c' = 0$ ) conduce a un ingreso promedio

$$N \frac{\Delta(X) [PV(X) - c] - \int_0^X \Delta'(x) [QV(x) - c] dx}{\int_0^X \Delta(x) dx},$$

una fórmula que se encuentra en [6] en el contexto de bosques con riesgo de incendio pero donde se puede recuperar parte de la madera quemada.

## 5. Conclusión

En el marco de un modelo simple, se ha encontrado una fórmula para la longitud y diámetro óptimos del ciclo de corte cuando el manejo consiste en cortar árboles muertos y vivos con un diámetro mayor que  $D$  cada  $T$  años. Este modelo fue diseñado para bosques sujetos a alta mortalidad natural, donde los árboles muertos forman la parte principal de la cosecha y se utilizan como leña. Hemos visto que la gestión a plazos desiguales fue más favorable en estas circunstancias. Cuando la mortalidad natural es baja, la tasa de descuento baja o el costo fijo por cosecha alto, incluso el manejo puede ser más rentable.

La gestión forestal en Níger y otros países del Sahel todavía está en pañales. La rotación solo se introdujo hace una década. Los datos de campo aún son escasos. A pesar de las numerosas investigaciones acumuladas durante más de 150 años sobre el problema de la rotación óptima en los países desarrollados, es necesaria la adaptación a las condiciones locales. En este estudio, nos centramos en un solo aspecto, a saber, la alta mortalidad natural. Esperemos que este modelo microeconómico se combine con modelos macroeconómicos [17, 18, 19] para proporcionar una herramienta de modelado más completa a los deductores públicos.

### Agradecimientos

El segundo autor agradece a Édith Perrier (IRD), Alain Bertrand, Martine Antona, Christophe Le Page (CIRAD) y Aboubacar Ichaou (Ministerio del Medio Ambiente de Níger). Este artículo está dedicado a la memoria de Ovide Arino.

### Referencias

1. J. M. d'Herbès, J. M. K. Ambouta, R. Peltier, *Fonctionnement et gestion des écosystèmes forestiers contractés sahéliens*, John Libbey Eurotext, Paris, 1997.
2. M. Faustmann, Berechnung des Wertes welchen Waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen. *Allgemeine Forst – und Jagd – Zeitung* 15 (1849).
3. C. W. Clark, *Mathematical bioeconomics : the optimal management of renewable resources*, John Wiley & Sons, New York, 1990.
4. D. H. Newman, *The optimal forest rotation : a discussion and annotated bibliography*, USDA Forest Service, Technical Report SE – 48, Asheville, 1988.
5. J. *Forest Econ.* 8 (2002) 5 – 27.
6. *Can. J. For. Res.* 15 (1985) 180 – 190.
7. *For. Sci.* 27 (1981) 739 – 744.
8. *Forest policy and economics* 6 (2004) 145 – 152.
9. *J. Appl. Ecol.* 8 (1966) 355 – 367.
10. *For. Sci.* 26 (1980) 609 – 625.
11. *For. Sci.* 47 (2001) 466 – 474.
12. J. Buongiorno, J. K. Gilles, *Decision methods for forest resource management*, Academic Press, Boston, 2003.
13. A. Ichaou, *Dynamique et productivité des structures forestières contractées des plateaux de l'ouest nigérien*, Thèse, Université de Toulouse III, 2000.
14. [www.handels.gu.se/econ/EEU/cifor.html](http://www.handels.gu.se/econ/EEU/cifor.html)
15. C. Rorres, W. Fair, *Optimal age specific harvesting policy for a continuous – time population model*, in : T. A. Burton (Ed. ), *Modeling and differential equations in biology*, Marcel Dekker, New York, 1980, pp.239 – 254.
16. [www2.fundacion-centra.org/pdfs/E200337.pdf](http://www2.fundacion-centra.org/pdfs/E200337.pdf)
17. CSFD, *Pour une gestion viable des ressources ligneuses péri – urbaines : analyse et modélisation des impacts des règles et des pratiques coutumières sur divers milieux naturels sahéliens et sahélo – soudaniens au Niger et au Mali*, [www.csf-desertification.org/projets/projet3.php](http://www.csf-desertification.org/projets/projet3.php)
18. [www.dec.org/pdf\\_docs/PNACQ877.pdf](http://www.dec.org/pdf_docs/PNACQ877.pdf)
19. MARGE, *Le modèle GLOBUS*, [www.marge.fr](http://www.marge.fr)