

模拟中国昆明吸毒者和性工作者中的艾滋病毒/艾滋病流行

Bull. Math. Biol. 68 (2006) 525 – 550
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01378034>

Nicolas Bacaër

Institut de Recherche pour le Développement, 法国邦迪
 nicolas.bacaer@ird.fr

Xamxinur Abdurahman

新疆大学 数学与系统科学系, 乌鲁木齐

Jianli Ye

CCDC公共卫生监测中心, 北京, 中国

摘要

本文介绍了云南省会昆明市艾滋病毒/艾滋病流行的数学模型。人口分为几个组，每个人都可以更改组。考虑了两种HIV传播方式：吸毒者之间的针头共享以及性工作者及其服务对象之间的性传播。该模型包括既是客户的吸毒者，又是性工作者的吸毒者。根据安全套的使用和共用注射器，将这些小组分为处于危险或受到保护的两个小组。建立了偏微分方程组来描述疾病的传播。对于模拟，我们会根据昆明的可用数据尽可能调整参数。我们介绍了模型的某些数学特性，尤其是流行阈值 R_0 这决定了公共卫生干预的目标。尽管该模型结合了两种HIV传播方式，但以下近似值似乎相当不错： $R_0 \simeq \max\{R_0^{\text{drogue}}, R_0^{\text{sexe}}\}$ ，具有明确的公式 R_0^{drogue} 和 R_0^{sexe} 。因此，可以相互独立地确定使用清洁注射器和避孕套的临界水平，这些水平对于制止吸毒者之间的传播和性传播都是必需的。

1.简介

近年来，中国的艾滋病毒/艾滋病流行已相当迅速。到2003年底，估计感染艾滋病毒的累计人数约为840,000 [44]。在全国范围内，吸毒，不安全采血和性传播按主要传播途径递减。但是各省之间存在差异。对于艾滋病毒在吸毒者之间的传播，云南省似乎受到的影响最大。云南靠近海洛因生产国缅甸。一些估计表明，该省目前有100,000人被感染[1]。吸毒者的流行正在蔓延到 其他危险群体，例如性工作者及其服务对象，因为一些吸毒者也是服务对象或性工作者。在本文中，我们试图重现云南省会昆明市的疫情动态。我们正在开发一种流行病模型，将通过共用针头和商业性行为传播艾滋病毒耦合在一起。

第一步是收集有关昆明艾滋病毒/艾滋病流行病的可用数据。这是我们发现最有用的：

- 在2001年下半年，对云南的几个城市进行了行为调查：昆明，曲靖，玉溪，宝山，大理和楚雄。在对成年男性的调查中[21]，向388名18至50岁的男性提出了问题。在过去的12个月中，其中21.4%是性工作者的客户[21，表149]。这些客户每月平均与性工作者接触2.4次[表174]；46%的人并不总是使用安全套[表181]；在所有这些男性中，有0.9%的人报告曾注射过麻醉剂[表136]。对于性工作者的调查[22]，向403个性工作者提出了以下问题：每个人平均每周有3位客户[表78]，平均工作2.5年[表63]。35%的人在一个月前并不总是使用安全套[表84]。没有性工作者报告曾注射过药物[表46]。街头性工作者只占总数的6.6%，大多数在美容院，夜总会和旅馆，酒吧和卡拉OK，桑拿浴室和公共浴室[表178]。
- 另一项研究[36]报告说，在2000年初在昆明被警察逮捕的505名性工作者中，有292名使用毒品的人中有52名艾滋病毒呈阳性。此外，这些性工作者中有86%至少有一种性传播感染。
- 表1汇总了来自昆明的不同来源的HIV / AIDS数据：新感染HIV病例数，报告病例累计数，吸毒者，性工作者和服务对象中的HIV患病率。同一年和同一组的不同数字对应于不同的样本。为了保持一致的呈现，所有数字均四舍五入至最接近的0.1%。[45]在1999年报告了13例艾滋病病例。[46]在2002年之前报告了17例与艾滋病相关的死亡。

表1.昆明的艾滋病毒数据。资料来源：^a [37]，^b [47]，^c [29]，^d [52]，^e [51]，^f [45]，^g [46]，^h [50]，ⁱ [12]。

年	新案件	案件总数	吸毒者患病率 (%)	性工作者中的患病率 (%)	客户中的患病率 (%)
1990	4 ^g	4 ^g	0.6 ^g	0 ^g	0 ^g
1991年	5 ^g	9 ^g	0.1 ^g	0.1 ^g	0.1 ^g
1992年	5 ^g	14 ^g	0 ^h ; 0.1 ^g	0.1 ^g	0.1 ^g
1993年	6 ^g	20 ^g	0 ^h ; 0.2 ^g	0.1 ^g	0.1 ^g
1994年	4 ^g	24 ^g	0 ^{a-g-h}	0 ^c ; 0.3 ^g	0.1 ^g
1995年	24 ^g	48 ^g	0.7 ^{a-i} ; 0.8 ^h ; 1.4 ^g	0.3 ^g ; 0.5 ^{a-c} ; 0.7 ⁱ	0 ^c ; 0.2 ⁱ

1996年	189 ^g	237 ^g	9.3 ^{a-h} ; 14.0 ^g	0.8 ^{a-g} ; 1.5 ^c	0 ^c ; 0.1 ^g
1997年			26.7 ^g ; 27.5 ^h	1.5 ^c ; 1.9 ^g	0 ^c ; 1.6 ^g
1998年			23.4 ^{b-h}	2.4 ^c	0.3 ^c
1999年	384 ^f	1251 ^f	24.4 ^b ; 24.7 ^f	2.2 ^{b-c} ; 2.9 ^f	1.1 ^c ; 1.3 ^f
2000				2.9 ^c	
2001	165 ^c		30.0 ^c	2.0 ^{c-e}	1.8 ^{c-e}
2002年		1433 ^g		1.3 ^c	0.3 ^c
2003年	226 ^d		18.6 ^d	2.5 ^{c-d}	0.8 ^{c-d}

- 云南省毒品研究所的专家在2002年估计，昆明有7,000名注射吸毒者。云南的注册用户数量从1990年的67,000名下降到2001年的44,245名，而在整个中国，这一数字从70,000名增加到860,000名[39]。
- 1994年，昆明吸毒者共用针头的比例估计为20.4%[49]。2003年，昆明市150名吸毒者中有32%重复使用了注射器[27]。
- 如表2所示，昆明的人口在过去十年中稳定增长。1998年的估算是基于1990年的人口普查，1999年的估算是基于2000年的人口普查。

表2.昆明人口。

年	1993年	1995年	1998年	1999年	2000	2002年
人口 (百万)	1.608	1.645	1,731	2,063	2.108	2,200

第二步是在昆明建立人口结构和艾滋病传播的数学模型，这两个相互矛盾的目标：

- 足够复杂，能够模拟到目前流行的现实再现；
- 足够简单，能够用数据估计大多数参数，并能够数学研究流行阈值，这使得有可能了解预防应为其设定的目标。

在侧重于模拟的类似研究中，有四个特别令人关注。前两个[48, 7]试图预测云南流行病的未来。第三个[32]尝试了同样的事情，但涉及整个中国。第四[8]使用了一个模型，该模型具有来自东南亚不同城市（如雅加达）的数据。第一项研究使用非常简单的线性模型，该模型只能预测指数增长。第二种使用联合国艾滋病规划署开发的EPP软件来模拟具有普遍性传播的流行病。但是请注意，云南的疫情仍集中在吸毒者等高危人群中。第三项研究使用了更复杂的模型，

对于前三项研究，它们所处的地理层次隐藏了许多异质性，无论是在中国各省之间[44]，还是从同一城市中的一个城市到另一个城市。在云南，与缅甸边境的距离以及贩毒的道路至关重要。这就是导致我们只考虑昆明市而不考虑更广泛地区的原因。

尽管我们认为艾滋病传播途径较少，但我们的研究在许多方面都接近第四项研究[8]。特别是，我们保留了这样的想法：在具有多个组的人口模型中，个人必须能够更改组。例如，性工作者的工作时间通常比艾滋病的平均潜伏期短得多。还必须提到围绕所有这些模拟的辩论，尤其是关于它们的预测能力[43、14、16、34]。这些模拟的另一个缺点是，它们通常很少提供流行阈值和模型的长期行为的指示，而这是设定公共卫生目标所必需的信息类型。

在数学研究中，我们将注意力集中在具有以下特征的研究上，接近[28]：

- 个人可以经历三种状态： S （健康）， I （艾滋病病毒呈阳性，但没有艾滋病）和 R （艾滋病）。更准确地说，假定处于状态 R 的人与其他人没有传染性接触。
- 国家 我是因为HIV感染后经过的时间结构；从艾滋病病毒到艾滋病的潜伏期由概率定律给出。
- 年龄结构未明确显示在模型中。健康的人会以一定的比例被招募。个人因“自然”死亡，因艾滋病而死亡或持续不断的“衰老”而离开人口。
- HIV的传播是通过随机接触发生的。我们没有考虑夫妻的形成。

有了这些限制，就可以根据总体中同类组的数量对数学模型进行分类：一个[4、10、40、41]，两个[25、26]或 n [20、11、24、38]。我们的模型显示 n 个组，其中 $n=18$ 在昆明申请。与刚才引用的工作相比，有两个改进：包括两种HIV传播途径（吸毒者之间的共享针头以及性工作者和性服务对象之间的性传播）就像[8]的模拟一样，让个人改变群体。此外，在一个城市中的人口被分成几个不同的群体，某些人在其一生中会改变群体，而一个人口分布在几个城市之间且在城市之间迁移，存在某种形式上的类比。对于联系人，“比例混合”用于共享针头，以及比例混合的异性恋变体，用于性工作者与性伴之间的关系。假定客户需求决定性工作者的活动水平。

在我们的文章中，我们没有像上面引用的某些著作中那样精确地研究模型的数学性质。我们将注意力集中在可重复性和其他一些基本特性上。但是，应更加注意从数据中估计参数。总之，与[8]的模型相比，该模型是集中在亚洲风险人群中最常用的HIV / AIDS流行模型之一，该模型的优势在于可以表达可再现性同时保持一定的真实感。

在第2节中，我们介绍了任意数量的组的数学模型，其参数可能取决于时间。§3讨论了当参数不依赖时间时或更确切地说当参数在一定时间后稳定下来时模型的某些数学性质（这当然是数学上的抽象，因为人们很难说即使在云南这样的边缘省份，今天的中国社会也处于平衡状态。结果表明，可重复性决定了公共卫生干预措施的目标， $R_0 \geq \max\{R_0^{\text{drogue}}, R_0^{\text{sexe}}\}$ 。 R_0^{drogue} 和 R_0^{sexe} 与针头共享和性传

播有关的易于计算的生殖能力。这些重现性由等级1或2的矩阵的光谱半径给出。§4专门针对18个组的模型，并讨论了组间接触和变化的矩阵。§5计算繁殖力 R_0^{drogue} 和 R_0^{sexe} 针对此特定模型。最后，第6节使用可从昆明获得的数据来估算参数，并显示了1994年至2004年底的模拟结果。该结论从数值上分析了生殖对避孕套使用率和使用率的依赖性。吸毒者的共用针率。以下近似值看起来不错

$$R_0 \simeq \max\{R_0^{\text{drogue}}, R_0^{\text{sexe}}\}.$$

因此，可以独立地确定使用干净的注射器和避孕套的临界水平，这对于制止吸毒者之间的传播和性传播都是必要的。

2.模型

我们定义

- n : 人口中的群体数量。
- $S_i(t)$: 时间 t 处第 i 组中健康的人数。
- $I_i(t, x)$: 在时间 t 处第 i 组中已经感染 x 年但没有艾滋病的HIV 感染人数。

$$I_i(t) = \int_0^\infty I_i(t, x) dx$$

是在时间 t 的第 i 组中的这些人的数量。

- $R_i(t)$: 组中在时间 t 的艾滋病患者数量 i 在出现艾滋病的临床症状之前。
- $N_i(t) = S_i(t) + I_i(t)$: 在时间 t ，第 i 组中的活跃人口。
- $\Lambda_i(t)$: 在时间 t ，第 i 组中新的健康人的流入。
- $\mathbb{A}(t)$: 大小为 n 的方阵，取决于时间，

$$\mathbb{A}_{i,j}(t) = \begin{cases} -\alpha_{i \leftarrow j}(t) & \forall i \neq j, \\ \alpha_i + \sum_{k \neq i} \alpha_{k \leftarrow i}(t) & i = j. \end{cases}$$

$\alpha_k > 0$ 是 k 组个人因艾滋病以外的原因死亡或由于年龄增长而离开人口的比率。 $\alpha_{i \leftarrow j}(t) \geq 0$ 表示第 j 组中的个体进入第 i 组的速率 ($i \neq j$)。

- $\mathbb{B}^{\text{sexe}}(t, N)$: 大小为 n 的方阵，具有

$$\begin{aligned} \mathbb{B}_{ij}^{\text{sexe}}(t, N_1, \dots, N_n) N_j &= A_i(t) \frac{a_j(t) N_j}{\sum_k a_k(t) N_k} [1 - c_{ij}(t)] \pi_2(t) \\ &+ a_i(t) \frac{A_j(t) N_j}{\sum_k a_k(t) N_k} [1 - c_{ji}(t)] \pi_1(t) \end{aligned} \quad (1)$$

- $A_k(t)$ 是 k 组中的个人为性接触付费的比率。 $A_k = 0$ 适用于所有女性群体。
- $a_k(t)$ 是 k 组中的个人出售性接触的比率。 $a_k = 0$ 适用于所有男性群体。
- $c_{ij}(t)$ 是在第 i 组个体与第 j 组个体之间进行性交时使用避孕套的概率。
- $\pi_1(t)$ 和 $\pi_2(t)$ 如果不使用安全套，分别通过性接触从男人到女人和从女人到男人的艾滋病毒传播几率；
- $\mathbb{B}^{\text{drogue}}(t, N)$: 大小为 n 的方阵，具有

$$\mathbb{B}_{ij}^{\text{drogue}}(t, N_1, \dots, N_n) N_j = B_i(t) \frac{B_j(t) N_j}{\sum_k B_k(t) N_k} \pi(t).$$

$B_k(t)$ 是 k 组中每个人的注射器共享率（每月），并且 $\pi(t)$ 是您每次共用注射器时 HIV 传播的概率。

- $\mathbb{B}(t, N) = \mathbb{B}^{\text{sexe}}(t, N) + \mathbb{B}^{\text{drogue}}(t, N)$ 。
- $\gamma(t, x)$: x 年内感染艾滋病毒的人患艾滋病的比率；
- $\delta(t)$: 艾滋病患者的死亡率。

该模型是

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda(t) - \mathbb{A}(t) S(t) - S(t) \odot [\mathbb{B}(t, N(t)) I(t)], \quad (2)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial x} = -\mathbb{A}(t) I(t, x) - \gamma(t, x) I(t, x), \quad (3)$$

$$I(t, 0) = S(t) \odot [\mathbb{B}(t, N(t)) I(t)]. \quad (4)$$

在这些方程式中 \odot 表示列向量的乘积： $(u_i) \odot (v_i) = (u_i v_i)$ 。除此以外，

$$\frac{dR}{dt} = \int_0^\infty \gamma(t, x) I(t, x) dx - \delta(t) R(t).$$

这是关于形式的一些评论 $\mathbb{B}(t, N)$ 。表示针头共享的术语遵循标准的“比例混合”。这忽略了共享注射器的消费场所或友谊团体的形成。具有这种详细程度的理论模型已经开发出来[19,9]。但是，没有有关昆明或云南其他城市此类地方的数据。仅估计吸毒者总数，共用针

头的吸毒者百分比以及吸毒者中艾滋病毒的流行率。因此，在假设均质的情况下进行比例混合（请参见第4节）可以避免在模型中引入太多未知参数。

对于代表异性传播的术语，请考虑来自*i*组的健康男人。假设混合物是成比例的。结识来自*j*组的性工作者的可能性为 $a_j N_j / \sum_k a_k N_k$ 。在这种情况下，不使用安全套的概率为 $1 - c_{ij}$ 。女人已经被感染的可能性是 I_j / N_j 。艾滋病毒从女性传播给男性的可能性是 π_2 。因此，第（*i*）组和第（2）组中，第*i*组中一个健康男人每单位时间发生性感染的可能性是所有这些因素的乘积。

现在考虑第*i*组中的健康女性。可能是性工作者或吸毒者偶尔卖淫买毒品。在比例混合的情况下，她每天拥有的客户数量是男性需求和性工作者供应的商

$$\frac{\sum_k A_k N_k}{\sum_k a_k N_k}.$$

客户属于组*j*的概率为 $A_j N_j / \sum_k A_k N_k$ 。在这种情况下，不使用安全套的概率为 $1 - c_{ji}$ 。客户端已被感染的概率为 I_j / N_j 。HIV从男人到女人的传播概率为 π_1 。因此，第（*i*）组和第（2）组中，第*i*组中健康女性每单位时间发生性感染的可能性是所有这些因素的乘积。

假定所有参数都先验地取决于时间，以反映行为的可能变化或增加使用抗逆转录病毒药物的机会。 π_1 和 π_2 如果要考虑其他促进HIV传播的性传播感染的增加，则可能也与时间有关。 π 的时间依赖性可能反映出例如吸毒者对清洁注射器的使用增加。

3.模型的数学性质

考虑第2节中的模型，但具有与时间无关的参数。让我们介绍一些可以简化语句的词汇。将 *n*组视为具有两种类型边的数学图的节点：

- 组*i*和*j*通过“感染边缘”链接 ($i \leftarrow j$) 如果 $\mathbb{B}_{ij}(N_1, \dots, N_n) > 0$ 当所有 N_k 是 > 0 ，换句话说，如果第*i*组中的个体可以被第*j*组中的个体感染 ($i=j$ 是可能的)。在下文中，我们始终假设 $i \leftarrow j$ 当且仅当 $j \leftarrow i$ 。
- 组*i*和*j* ($i \neq j$) 通过“迁移边缘”链接 ($i \leftarrow j$) 如果 $\alpha_{i \leftarrow j} > 0$ 换句话说，如果组*j*中的个人可以迁移到组*i*。

如果属于至少一个感染边缘，则第*i*组是必不可少的组。该定义适用于当前模型，并且与科学文献中的其他定义不符（如[17, p.165]所述，没有必要基团的标准定义，因此我们可以在上下文中随意使用它）。我们说，组*i*是源极，分别水槽，如果它不是一个基本组，并且如果存在一个基本组 *j*和在数学图表迁移边缘从一个路径到我*j*分别从我*j*到我。我们说，如果一组基本组不为空，并且对于所有基本组*i*和*j*，都存在从*i*到*j*的边缘（感染和/或迁移）路径。现在我们假设

$$(H_1) \forall i = 1 \dots n, \Lambda_i > 0 \text{ 或有迁移边缘路径 } (j_0, \dots, j_p) \text{ 与 } \Lambda_{j_0} > 0 \text{ 和 } j_p = i.$$

从技术上讲，第二部分可以写成：

$$\exists p \geq 1, \exists (j_0, \dots, j_p), \forall q = 1 \dots p, \alpha_{j_q \leftarrow j_{q-1}} > 0, \Lambda_{j_0} > 0, j_p = i.$$

假设 (H_1) 仅表示组*i*中的个人“来自某处”：他们直接在组*i*中输入了人口，或者他们进入了组 j_0 并经过了小组 j_1, \dots, j_{p-1} 在到达小组之前 $j_p = i$ 。

命题1 没有疾病的均衡是由 $S^0 = \Lambda^{-1}\Lambda$ 和 $I^0 = 0$ 。另外，我们//有 $S_i^0 > 0 \forall i = 1 \dots n$ 。

证明。首先注意矩阵 Λ 严格对角地占主导地位，非对角元素为正或零。因此它是可逆的，并且其逆是系数 ≥ 0 的矩阵[6]。用 $\Lambda \geq 0$ （也就是说 $\Lambda_i \geq 0 \forall i$ ），我们有 $S^0 = \Lambda^{-1}\Lambda \geq 0$ 。我们选择我和 (j_0, \dots, j_{p-1}) 就像在假设中 (H_1)。等式 (2) 与 $I = 0$ 导致

$$0 = \Lambda_k - \left(\alpha_k + \sum_{j \neq k} \alpha_{j \leftarrow k} \right) S_k^0 + \sum_{j \neq k} \alpha_{k \leftarrow j} S_j^0, \quad \forall k = 1 \dots n.$$

我们认为是荒谬的 $S_i^0 = 0$ 。通过上面的方程，其中 $k=i$ ，我们得到 $\Lambda_i = 0$ 和 $S_{j_{p-1}}^0 = 0$ 。通过迭代，我们得出 $k = j_{p-1}, \dots, k = j_0$ ，我们终于来了 $\Lambda_{j_0} = 0$ 和 $S_{j_0}^0 = 0$ 。这矛盾 $\Lambda_{j_0} > 0$ 。

在介绍有关平衡状态的主要猜想之前，让我们研究没有疾病的平衡的稳定性。我们定义 $S = S^0 + s$ 和 $I = i$ 。线性化方程式 (3) - (4)。我们获得

$$\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} = -\Lambda i(t, x) - \gamma(x) i(t, x), \quad i(t, 0) \simeq \text{diag}(S^0) \mathbb{B}(S^0) \int_0^\infty i(t, x) dx.$$

$\text{diag}(S^0)$ 是用向量的元素构造的对角矩阵 S^0 。对于这样的系统（例如参见[5]），我们知道稳定性取决于光谱半径 R_0 矩阵的

$$\Omega = \text{diag}(S^0) \mathbb{B}(S^0) \int_0^\infty e^{-\Lambda t} e^{-\int_0^t \gamma(x) dx} dt \quad (5)$$

根据 $R_0 < 1$ 要么 $R_0 > 1$ 。解释如下。 $P_{ij}(t)$ 是一种用于个体是在基团的概率我在时间吨知道他在时间感染吨 = 0，他然后属于组*j*。矩阵 $P(t)$ 是...的解决方案

$$\frac{dP}{dt} = -\mathbb{A}P(t) - \gamma(t)P(t), \quad P(0) = \mathbf{1}. \quad (6)$$

$\mathbf{1}$ 是大小为 n 的恒等矩阵。注意

$$P(t) = e^{-\mathbb{A}t} e^{-\int_0^t \gamma(x) dx}.$$

我们定义 T_{ij} 艾滋病携带者知道感染时属于第 j 组的时间，因此期望在第 i 组中花费时间。然后我们有

$$T = \int_0^\infty P(t) dt.$$

所以我们看到

$$\Omega_{ij} = S_i^0 \sum_{k=1}^n \mathbb{B}_{ik}(S^0) T_{kj}.$$

但 $S_i^0 \mathbb{B}_{ik}(S^0)$ 是在 k 组感染无平衡疾病的人群后，每单位时间被 k 组感染个体每单位时间感染的 i 组个体的数量。 Ω_{ij} 因此，假设感染人群中的第 i 组感染者属于一族，那么在感染时属于第 j 组的个体在其一生中将要受到感染的期望值是他没有疾病的平衡状态。换句话说， Ω 是 [17, p.74] 的“下一代矩阵”。

现在让我们根据对角矩阵的特殊情况，提出一个受 [38] 启发的猜想。 \mathbb{A} 。本参考文献中提供的证据可能可以推广到当前框架，但是需要进行更多的工作来验证它。在以下所有内容中，假定已连接一组基本组。

猜想。 如果矩阵 Ω 的光谱半径为 $R_0 < 1$ ，则无疾病的平衡状态 (S^0, I^0) 是唯一的平衡状态，它是一个全局吸引子。如果有两个平衡状态 $R_0 > 1$ ：没有疾病和地方病平衡的平衡状态 (S^*, I^*) 与 $I^* \neq 0$ 。在第二种情况下，均衡的地方性状态是任何初始条件具有 $I_k \neq 0$ 对于至少一个作为来源或基本组的组 k 。没有疾病的平衡状态仍然是所有其他初始条件的诱因。

以下命题提供了关于地方均衡状态的一些信息：

命题2。 对于地方均衡 (S^*, I^*) ，我们有

$$I^*(x) = e^{-\mathbb{A}x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt} I^*(0).$$

向量 S^* 和 $I^*(0)$ 是解决方案 ≥ 0 和 $\neq 0$ 系统的

$$S^* = \mathbb{A}^{-1}(\mathbb{A} - I^*(0)), \quad (7)$$

$$I^*(0) = S^* \odot \left[\mathbb{B}(N^*) \int_0^\infty e^{-\mathbb{A}t} e^{-\int_0^t \gamma(x) dx} dt I^*(0) \right], \quad (8)$$

与 $N^* = S^* + \int_0^\infty I^*(x) dx$ 。

这些方程是通过在系统 (2) - (3) - (4) 中进行简单积分和替换而获得的。在这个猜想中证明均衡的地方性状态的存在和唯一性等价于证明解的存在性和唯一性 $(S^*, I^*(0))$ 系统 (7) - (8) ≥ 0 且 $\neq 0$ 。

命题3。 $\forall i = 1, \dots, n, \quad S_i^* > 0$ 。

证明。 我们选择我和 (j_0, \dots, j_{p-1}) 就像在假设中 (H_1) 。我们有 $\forall k = 1, \dots, n$,

$$0 = \Lambda_k - \left(\alpha_k + \sum_{j \neq k} \alpha_{j \leftarrow k} \right) S_k^* + \sum_{j \neq k} \alpha_{k \leftarrow j} S_j^* - I_k^*(0), \quad (9)$$

$$I_k^*(0) = S_k^* \sum_j \mathbb{B}_{kj}(N^*) \int_0^\infty I_j^*(x) dx. \quad (10)$$

我们认为是荒谬的 $S_i^* = 0$ 。有了 (10)，其中 $k=i$ ，我们有 $I_i^*(0) = 0$ 。用 (9)，其中 $k=i$ ，我们得到 $\Lambda_i = 0$ 和 $S_{j_{p-1}}^* = 0$ 。通过迭代，先后服用 $k = j_{p-1}, \dots, k = j_0$ ，我们终于来了 $\Lambda_{j_0} = 0$ 和 $S_{j_0} = 0$ 。这矛盾 $\Lambda_{j_0} > 0$ 。

命题4 如果第 i 组是必不可少的组，则 $I_i^*(x) > 0$ 对于所有 x 。如果组是接收器组，则 $I_i^* \neq 0$ 但 $I_i^*(0) = 0$ 。如果第 i 组既不是必不可少的组，也不是接收器，那么 $I_i^*(x) = 0$ 对于所有 x 。

证明。 如果第 i 组不是必不可少的组，则 $B_{ij}(N^*) = 0$ 对于所有 j 。所以我们有 $I_i^*(0) = 0$ 由于 (10) 与 $k = i$ 。我们有

$$I^*(x) = e^{-\mathbb{A}x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt} I^*(0)$$

和 $I^* \neq 0$ 。因此，有一个重要组 j 与 $I_j^*(0) > 0$ 。对于另一个基本组 i ，请考虑不同的情况：

- 在这种情况下 $i \leftarrow j$ ，我们有 $B_{ij}(N^*) > 0$ 。从 (10) 可知 $k = i$ $I_i^*(0) > 0$ 。
- 在这种情况下 $i \leftarrow j$ ，我们有 $\alpha_{i \leftarrow j} > 0$ 。因此，

$$I_i^*(x) = \sum_k [e^{-\Lambda x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt}]_{ik} I_k^*(0) \geq [e^{-\Lambda x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt}]_{ij} I_j^*(0) > 0 \quad \forall x > 0$$

因为 $[e^{-\Lambda x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt}]_{ij}$ 为单个的概率被感染，并在组 i 在时间 x ，知道他是在组 j 在感染时间。但是，组 i 是一个重要的群体。因此存在 h 与 $h \leftarrow i$ 。我们将 (10) 与 h 而不是 k 和 i 而不是 j 一起使用： $I_h^*(0) > 0$ 。最后，我们还有 $i \leftarrow h$ ，所以 $I_i^*(0) > 0$ (10) 的结果。换句话说，第 j 组中的某些人进入第 i 组，第 i 组中的人感染了 h 组中的人，最后，第 h 组中的人感染了第 i 组中的人。

- 通常，由于基本组是链接在一起的，因此存在一条边缘路径（感染或迁移） i_1, \dots, i_p 与 $i_1 = i$ 和 $i_p = j$ 。通过前面两个案例，我们得到 $I_i^*(0) > 0$ 。

我们定义

$$\varepsilon_i(x) = \alpha_i + \sum_{j \neq i} \alpha_{j \leftarrow i} + \gamma(x).$$

然后 (3) 变为

$$\frac{dI_i^*}{dx} = -\varepsilon_i(x) I_i^*(x) + \sum_{j \neq i} \alpha_{i \leftarrow j} I_j^*(x).$$

用 $I_i^*(0) > 0$ ，我们有

$$I_i^*(x) = e^{-\int_0^x \varepsilon_i(t) dt} I_i^*(0) + \sum_{j \neq i} \alpha_{i \leftarrow j} \int_0^x e^{-\int_\xi^x \varepsilon_i(t) dt} I_j^*(\xi) d\xi > 0. \quad (11)$$

因此，我们有 $I_i^*(x) > 0$ 对于所有 x 对于任何基本组 i 。

考虑一个组 i ，它是一个接收器。有一个基本组 j 和迁移边缘路径 i_1, \dots, i_p 与 $i_1 = i$ 和 $i_p = j$ 。我们将 (11) 与 i 依次替换为 i_{p-1}, \dots, i_1 和 $I_j^*(x) > 0$ 对于所有 x 。我们获得 $I_i^* \neq 0$ 。

现在我们假设组号是有序的

- 团体 $1, \dots, N_c$ 是必不可少的群体
- 团体 $N_c + 1, \dots, N_c + N_s$ 是水槽，
- 团体 $N_c + N_s + 1, \dots, n$ 是其他组。

然后是一个上三角矩阵，线上有零个块 $N_c + N_s + 1$ 到第 n 行并从第 1 列到第 $N_c + N_s$ 。矩阵 $e^{-\Lambda x}$ 具有相同的上三角形状。我们有

$$I^*(x) = e^{-\Lambda x} e^{-\int_0^x \gamma(t) dt} I^*(0).$$

我们获得 $I_i^*(x) = 0$ 为了一切 $i > N_c + N_s$ 也就是说，对于既不是必不可少的群体又不是沉没的所有群体。

命题5 我们定义

$$\Omega^{\text{drogue}} = \text{diag}(S^0) \mathbb{B}^{\text{drogue}}(S^0) \int_0^\infty e^{-\Lambda t} e^{-\int_0^t \gamma(x) dx} dt$$

和

$$\Omega^{\text{sexe}} = \text{diag}(S^0) \mathbb{B}^{\text{sexe}}(S^0) \int_0^\infty e^{-\Lambda t} e^{-\int_0^t \gamma(x) dx} dt.$$

R_0^{drogue} 是矩阵的光谱半径 Ω^{drogue} 。 R_0^{sexe} 是矩阵的光谱半径 Ω^{sexe} 。然后我们有

$$R_0 \geq \max\{R_0^{\text{drogue}}, R_0^{\text{sexe}}\}.$$

证明。回想一下，如果两个矩阵 M 和 M' 系数 ≥ 0 使得 $M \leq M'$ ，也就是说 $M_{ij} \leq M'_{ij}$ 对于所有的 i 和 j ，那么光谱射线就是 $R_0(M) \leq R_0(M')$ [23, 第8.1.18节]。 $e^{-\Lambda x}$ 是系数 ≥ 0 的矩阵。 Ω^{drogue} 和 Ω^{sexe} 因此，也是系数 ≥ 0 的矩阵。用 $\Omega = \Omega^{\text{sexe}} + \Omega^{\text{drogue}}$ ，我们有 $\Omega \geq \Omega^{\text{sexe}}$ 和 $\Omega \geq \Omega^{\text{drogue}}$ ，因此得出结论。

4. 一个有18个小组的具体例子

让我们回到模型中，该参数可能取决于时间。我们已经考虑到昆明的情况以及可以简化的可用数据类型。所考虑的人口包括18至50岁之间的男人和女人。我们称之为 $1/32$ 年⁻¹ 人口老龄化率 ($32 = 50 - 18$)。假设此人口分为18个组，其中9个男人 (图1) 和9个女人 (图2)。如果性工作者和性伴侣不总是使用避孕套，他们将处于危险之中；如果性工作者和性伴侣总是使用避孕套，则他们将处于危险之中。同样，如果吸毒者有时会重复使用注射器，他们将面临危险；如果从未使用过，他们将处于安全状态。

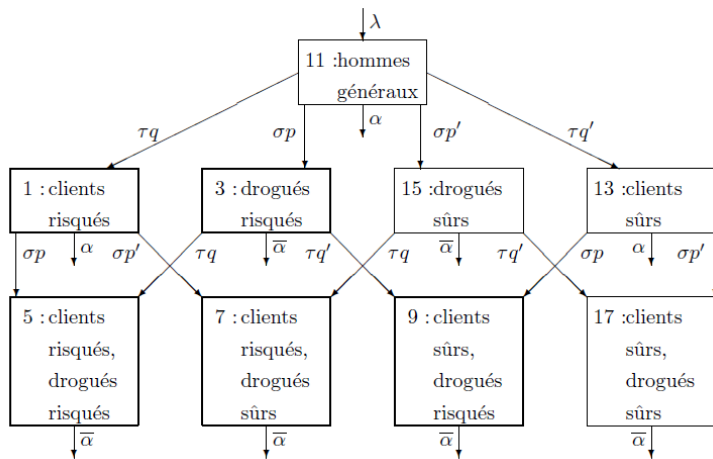


图1.男性人群的模式隔室。

考虑一下男性的图表（图1）。我们定义

- λ : 涌入年轻人群。
- α : 未服药的男性的死亡率和衰老率的总和。
- τ : 男人成为顾客的比率。
- q : 新客户面临风险的可能性 ; $q' = 1 - q$ 。
- σ : 男人吸毒的比率。
- p : 新吸毒者处于危险之中的可能性 ; $p' = 1 - p$ 。
- $\bar{\alpha}$: 吸毒成瘾者的死亡率和衰老率的总和。

所有这些参数都可以取决于时间 t 。假定已经成为客人的男人继续拜访性工作者，直到他们由于年龄原因而离开考虑的人群为止。根据[21]报告的表173,

- 在过去12个月中，有25.6%的18至30岁男性与性工作者发生过性接触，
- 30至34岁的男性中，有25.2%
- 35至39岁的男性中有20.2%，
- 40至44岁男性的19.1%
- 45至50岁的男性中有8.8%。

与东南亚的一些国家不同，在最年轻的人群中，商业性行为没有达到顶峰。看来，成为客户更多的是收入问题。一个更现实的模型可以允许客户停止拜访性工作者，但是云南的可用数据确实不足以了解与商业性行为有关的活动时间和不活动时间的交替。该模型还假设客户仍然处于风险或安全中，换句话说，推广避孕套只会影响新客户。

还假定吸毒者一生都在继续注射毒品，并且仍然处于危险或安全状态。这种简化忽略了在使用第6款中所述模型的时间段内自愿戒毒中心，强制戒毒中心，工作再教育中心和降低飞行员风险计划的影响，也就是说，从1994年到2004年。的确，1989年在昆明成立了这样的康复中心，但是一项调查显示，通过该中心的吸毒成瘾者中有80%在两年前就已经退休了[31]。在昆明设有七个诊所的试验性自愿戒毒康复中心，其效果略好一些[39]，自1996年以来，美沙酮已经为有能力负担但复发率高达70%的吸毒者提供了美沙酮治疗[15]。这些高比率在某种程度上证明了我们简化模型的合理性，可能是由于海洛因生产地区（尤其是缅甸）临近，这给昆明带来了特别纯净的海洛因。这会导致更强烈和更持久的成瘾[31]。

现在考虑女性的图表（图2）。我们定义

- λ : 年轻妇女的流入（等于年轻男人的流入）。
- ε : 年轻女性成为性工作者的可能性 ; $\varepsilon' = 1 - \varepsilon$ 。
- r : 新的性工作者面临危险的可能性 ; $r' = 1 - r$ 。
- μ : 未吸毒的性工作者停止工作的比率。
- κ : 吸毒妇女成为性工作者的比率。
- δ : 妇女吸毒的比率。
- α : 未吸毒的妇女的死亡率和衰老率的总和（与男性相同）。
- $\bar{\alpha}$: 吸毒妇女（与吸毒男子相同）的死亡率和衰老率的总和。

女性人口的划分在某种程度上反映了其年龄结构：年轻女性可以直接进入性工作者群体。[22, 表1]报告说，性工作者的平均年龄为22.3岁。与图1相比，箭头的方向也略有不同：未吸毒的性工作者可以停止这项工作。但是，假定吸毒的性工作者不会停止工作，因为他们必须为成瘾付出代价。

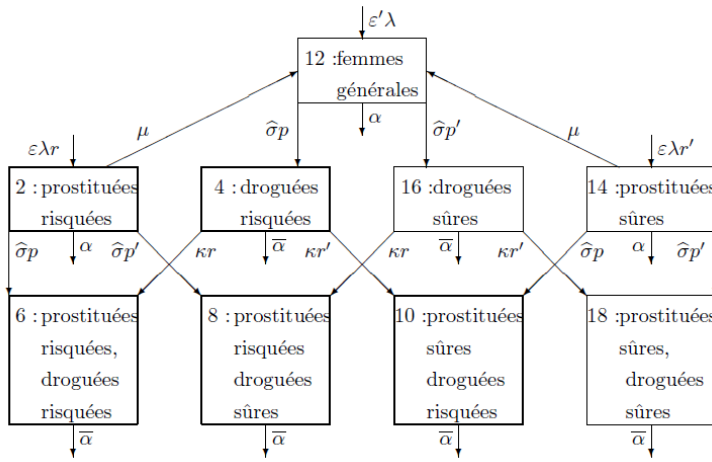


图2.女性人群的模型隔室。

该模型没有考虑到通过不安全的血液采集，非商业性行为，母婴和同性恋者传播艾滋病毒的情况。它的中心点是，由于第5组和第6组的存在，艾滋病毒开始从吸毒者传播到性工作者及其服务对象：处于危险中的吸毒者，也是有危险的服务对象，性工作者。谁有危险。向量的成分 $\Lambda(t)$ 和矩阵 $A(t)$ 从图1和图2推导出非零值。 $\Lambda_2 = \varepsilon \lambda r$, $A_{1,1} = \alpha + \sigma$ 和 $A_{1,11} = -\tau q$ 。

让我们谈谈联系形式：

- 假设在不同的客户组（组1、5、7、9、13、17）中探访性工作者的频率是相同的，因此 $A_i = A$ 对于这些群体和 $A_i = 0$ 对于所有其他组。这相当于用客户的平均频率替换了[21, 表175]中针对客户/非客户二分法访问频率的概率法则。此外，云南尚无将吸毒与性工作者探访频率联系起来的数据。
- 假定性工作者（第2、6、8、10、14、18组）出售服务的频率相同，因此 $a_i = a$ 对于这些群体和 $a_i = 0$ 对于所有其他组。在所有这些假设下，参数 a 由于以下形状而从模型中消失 B_{ij}^{sexe} 在 (1) 中。同样，在云南，没有数据将吸毒与销售性服务的频率联系起来。
- 如果任何一方是“安全的”，则假定使用了避孕套。所以系数 c_{ij} ，仅当 i 是一组客户而 j 是一组性工作者时才需要定义，对于 $i = 1, 5, 7$ 和 $j = 2, 6, 8$ ，否则等于1。
- 假定在有吸毒风险的各个组（第3、4、5、6、9、10组）中，注射器的重复使用率是相同的，因此 $B_i = B$ 对于这些群体和 $B_i = 0$ 对于所有其他组。在云南，没有关于这一比率的数据，因此应选择 B 来调整HIV流行率数据。

最后，如果 $\gamma(t, x)$ 不依赖于 t （即在引入逆转录病毒疗法之前），则存在固定的概率定律 T_I 艾滋病的潜伏期。 $\exp(-\int_0^x \gamma(t) dt)$ 是感染 x 年的艾滋病毒感染者不再感染艾滋病的概率。我们有

$$1 - \int_0^x T_I(t) dt = \exp\left(-\int_0^x \gamma(t) dt\right).$$

所以有一个公式 $T_I(x)$, $\gamma(x)$ 用公式计算

$$\gamma(x) = T_I(x) / \left(1 - \int_0^x T_I(t) dt\right).$$

5.流行阈

在本节中，我们讨论具有18组和时间独立参数的模型的流行阈值，并计算由 (5) 给出的下一代矩阵 Ω 。请注意，第1到10组是必不可少的组，它们是相关的，第12和16组都是源和汇，第11、13、14和15组是源，并且第18组是一口井。第17组既不是必需组，也不是源，也不是宿。我们首先看到男性人口没有疾病的平衡状态由

$$\begin{aligned} S_{11}^0 &= \frac{\lambda}{\alpha + \sigma + \tau}, & S_1^0 &= \frac{\tau q}{\alpha + \sigma} S_{11}^0, & S_{13}^0 &= \frac{\tau q'}{\alpha + \sigma} S_{11}^0, \\ S_3^0 &= \frac{\sigma p}{\alpha + \tau} S_{11}^0, & S_{15}^0 &= \frac{\sigma p'}{\alpha + \tau} S_{11}^0, \\ S_5^0 &= \frac{\sigma p \tau q}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha + \sigma} + \frac{1}{\alpha + \tau}\right) S_{11}^0, & S_7^0 &= \frac{\sigma p' \tau q}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha + \sigma} + \frac{1}{\alpha + \tau}\right) S_{11}^0, \\ S_9^0 &= \frac{\sigma p \tau q'}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha + \sigma} + \frac{1}{\alpha + \tau}\right) S_{11}^0, & S_{17}^0 &= \frac{\sigma p' \tau q'}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha + \sigma} + \frac{1}{\alpha + \tau}\right) S_{11}^0. \end{aligned}$$

对于女性人群，没有疾病的平衡状态由下式给出：

$$\begin{aligned}
S_2^0 &= \frac{\varepsilon \lambda r}{\alpha + \hat{\sigma} + \mu}, & S_{14}^0 &= \frac{\varepsilon \lambda r'}{\alpha + \hat{\sigma} + \mu}, & S_{12}^0 &= \frac{\varepsilon' \lambda + \mu(S_2^0 + S_{14}^0)}{\alpha + \hat{\sigma}} \\
S_4^0 &= \frac{\hat{\sigma} p S_{12}^0}{\bar{\alpha} + \kappa}, & S_{16}^0 &= \frac{\hat{\sigma} p' S_{12}^0}{\bar{\alpha} + \kappa}, \\
S_6^0 &= \frac{\hat{\sigma} p S_2^0 + \kappa r S_4^0}{\bar{\alpha}}, & S_8^0 &= \frac{\hat{\sigma} p' S_2^0 + \kappa r S_{16}^0}{\bar{\alpha}}, \\
S_{10}^0 &= \frac{\hat{\sigma} p S_{14}^0 + \kappa r' S_4^0}{\bar{\alpha}}, & S_{18}^0 &= \frac{\hat{\sigma} p' S_{14}^0 + \kappa r' S_{16}^0}{\bar{\alpha}}.
\end{aligned}$$

矩阵的唯一非零系数 $\mathbb{B}^{\text{drogue}}(N)$ 是

$$\mathbb{B}_{i,j}^{\text{drogue}}(N) = \frac{B \pi}{N_{\text{drogués à risque}}} \quad i, j = 3, 4, 5, 6, 9, 10,$$

与 $N_{\text{drogués à risque}} = N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_9 + N_{10}$ 。我们定义

$$\beta_0 = \int_0^\infty e^{-\alpha t - \int_0^t \gamma(x) dx} dt,$$

具有类似的表达 β_σ , $\beta_{\hat{\sigma}}$, $\beta_{\sigma+\tau}$ 和 $\beta_{\sigma+\mu}$ 。我们用 $\alpha+\sigma$ 代替 α , $\alpha + \hat{\sigma}$, $\alpha+\sigma+\tau$ 和 $\alpha + \hat{\sigma} + \mu$ 。我们以相同的方式定义 $\bar{\beta}_0$, $\bar{\beta}_\tau$ 和 $\bar{\beta}_\kappa$, 带有 $\bar{\alpha}$ 取代 α 。我们得到命题5的矩阵:

$$\frac{\Omega_{i,j}^{\text{drogue}} S_{\text{drogué à risque}}^0}{B \pi S_i^0} = \sum_{k=3,5,9} T_{k,j} + \sum_{k=4,6,10} T_{k,j} \quad (12)$$

与 $i = 3, 4, 5, 6, 9, 10$ 和 $j = 1 \dots 18$, 而 $\Omega_{i,j}^{\text{drogue}} = 0$ 其他指标。回想一下, $T_{i,j}$ 就在 (6) 之后。请注意, (12) 的右侧是对艾滋病毒呈阳性的人 (如果他们在感染期间属于 j 组) 在一组高危吸毒者中花费的时间的期望。使用 (6), 我们得出

$$\sum_{k=3,5,9} T_{k,j} + \sum_{k=4,6,10} T_{k,j} = \begin{cases} \bar{\beta}_0 & j = 3, 4, 5, 6, 9, 10, \\ p \sigma \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_\sigma}{\alpha + \sigma - \bar{\alpha}} & j = 1, 11, 13, \\ p \hat{\sigma} \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\hat{\sigma}}}{\alpha + \hat{\sigma} - \bar{\alpha}} & j = 2, 12, 14, \end{cases}$$

和0代表 $j = 7, 8, 15, 16, 17, 18$ 。 Ω^{drogue} 具有光谱半径

$$R_0^{\text{drogue}} = B \pi \bar{\beta}_0.$$

的确, 让我们写出特征值的特征方程 Ω^{drogue} 作为行列式, 让我们沿着充满零的线发展行列式。问题被简化为找到形式为1的矩阵的特征值

$$(S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6 \ S_9 \ S_{10})^T (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1) B \pi \bar{\beta}_0 / S_{\text{drogués à risque}}^0$$

T 表示向量的转置。但是形式的矩阵的谱半径

$$(y_1 \ \dots \ y_k)^T (z_1 \ \dots \ z_k)$$

是 (谁) 给的

$$\sum_{i=1}^k y_i z_i,$$

容易验证, 否则请参见[17, p. 80]。

矩阵的唯一非零系数 $\mathbb{B}^{\text{sexe}}(N)$ 是

$$\mathbb{B}_{i,j}^{\text{sexe}}(N) = \begin{cases} \frac{A \pi_2}{N_{\text{prostituées}}} & i = 1, 5, 7; j = 2, 6, 8, \\ \frac{A \pi_1}{N_{\text{prostituées}}} & i = 2, 6, 8; j = 1, 5, 7, \end{cases}$$

与 $N_{\text{prostituées}} = N_2 + N_6 + N_8 + N_{10} + N_{14} + N_{18}$ 。我们得到矩阵 Ω^{sexe}

$$\frac{\Omega_{i,j}^{\text{sexe}} S_{\text{prostituées}}^0}{A S_i^0} = \begin{cases} \pi_2 \sum_{k=2,6,8} T_{k,j}, & i = 1, 5, 7, j = 2j', \\ \pi_1 \sum_{k=1,5,7} T_{k,j}, & i = 2, 6, 8, j = 2j' + 1, \end{cases}$$

和 $\Omega_{i,j}^{\text{sexe}} = 0$ 如果不。注意 $\sum_{k=2,6,8} T_{k,j}$ (分别 $\sum_{k=1,5,7} T_{k,j}$) 是指艾滋病毒呈阳性的人在感染期间属于 j 组的性工作者 (有危险的客户) 中花费的时间。使用 (6), 我们得出

$$\begin{aligned}
\sum_{i=2,6,8} T_{i,12} &= \frac{\kappa r \hat{\sigma}}{\alpha + \hat{\sigma} - \bar{\alpha} - \kappa} \left[\frac{\bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_\kappa}{\kappa} - \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\hat{\sigma}}}{\alpha + \hat{\sigma} - \bar{\alpha}} \right] \\
\sum_{i=2,6,8} T_{i,14} &= \sum_{i=2,6,8} T_{i,12} - \frac{\kappa r \hat{\sigma}}{\alpha + \hat{\sigma} + \mu - \bar{\alpha} - \kappa} \left[\frac{\bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_\kappa}{\kappa} - \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\hat{\sigma}+\mu}}{\alpha + \hat{\sigma} + \mu - \bar{\alpha}} \right] \\
\sum_{i=2,6,8} T_{i,2} &= \sum_{i=2,6,8} T_{i,14} + \beta_{\hat{\sigma}+\mu} + \hat{\sigma} \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\hat{\sigma}+\mu}}{\alpha + \hat{\sigma} + \mu - \bar{\alpha}}, \\
\sum_{i=2,6,8} T_{i,4} &= \sum_{i=2,6,8} T_{i,16} = r(\bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_\kappa), \\
\sum_{i=2,6,8} T_{i,6} &= \sum_{i=2,6,8} T_{i,8} = \sum_{i=1,5,7} T_{i,5} = \sum_{i=1,5,7} T_{i,7} = \bar{\beta}_0, \\
\sum_{i=1,5,7} T_{i,1} &= \beta_\sigma + \sigma \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_\sigma}{\alpha + \sigma - \bar{\alpha}}, \\
\sum_{i=1,5,7} T_{i,3} &= \sum_{i=1,5,7} T_{i,15} = q(\bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_\tau), \\
\sum_{i=1,5,7} T_{i,11} &= \sigma q \left[\frac{\bar{\beta}_0 - \beta_\sigma}{\alpha + \sigma - \bar{\alpha}} - \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\sigma+\tau}}{\alpha + \sigma + \tau - \bar{\alpha}} \right] \\
&\quad + \frac{\tau q \sigma}{\alpha + \sigma - \bar{\alpha}} \left[\frac{\bar{\beta}_0 - \bar{\beta}_\tau}{\tau} - \frac{\bar{\beta}_0 - \beta_{\sigma+\tau}}{\alpha + \sigma + \tau - \bar{\alpha}} \right], \\
\sum_{i=1,5,7} T_{i,9} &= \sum_{i=1,5,7} T_{i,13} = \sum_{i=1,5,7} T_{i,17} = \sum_{i=2,6,8} T_{i,10} = \sum_{i=2,6,8} T_{i,18} = 0.
\end{aligned}$$

Ω^{sexe} 具有光谱半径

$$R_0^{\text{sexe}} = \frac{A}{S_0^{\text{prostituées}}} \left\{ \pi_1 \pi_2 \left[\sum_{j=1,5,7} \left(\sum_{i=1,5,7} T_{i,j} \right) S_j^0 \right] \left[\sum_{j=2,6,8} \left(\sum_{i=2,6,8} T_{i,j} \right) S_j^0 \right] \right\}^{1/2}.$$

的确，我们写出了特征值的特征方程作为行列式 Ω^{sexe} 。我们沿着充满零的线发展行列式。我们按1-5-7-2-6-8的顺序排列。问题返回来找到形式为2阶矩阵的特征值

$$M = \left(\begin{array}{c|c} 0 & M_2 \\ \hline M_1 & 0 \end{array} \right).$$

M_1 和 M_2 是矩阵 3×3 由

$$\begin{aligned}
M_1 &= \pi_1 \text{ colonne}(S_i)_{i=2,6,8} \text{ ligne} \left(\sum_{i=1,5,7} T_{i,j} \right)_{j=1,5,7}, \\
M_2 &= \pi_2 \text{ colonne}(S_i)_{i=1,5,7} \text{ ligne} \left(\sum_{i=2,6,8} T_{i,j} \right)_{j=2,6,8}.
\end{aligned}$$

当且仅当 ξ 是 M 的非零特征值 ξ^2 是矩阵的非零特征值 $M_1 M_2$ 。光谱半径如上所述计算，因为它是秩为1的矩阵。参见例如[42, p. 415]。

考虑以下情况：艾滋病的孵化率定律是伽玛定律

$$T_I(x) = \omega^\nu x^{\nu-1} e^{-\omega x} / \Gamma(\nu).$$

ω 和 ν 与均值有关 M_I 和方差 V_I 的 T_I 通过关系 $\omega = M_I/V_I$ 和 $\nu = (M_I)^2/V_I$ 。通过部分积分，我们得到

$$\beta_0 = \int_0^\infty e^{-\alpha x} \left(1 - \int_0^x T_I(t) dt \right) dx = \frac{1}{\alpha} \left(1 - \int_0^\infty e^{-\alpha x} T_I(x) dx \right) = \frac{1 - (1 + \alpha/\omega)^{-\nu}}{\alpha}$$

和类似的表达式 β_σ , $\beta_{\hat{\sigma}}$, $\beta_{\hat{\sigma}+\mu}$, $\beta_{\sigma+\tau}$, $\bar{\beta}_0$, $\bar{\beta}_\tau$ 和 $\bar{\beta}_\kappa$ 。

似乎很难明确计算出整个矩阵 Ω 的光谱半径。我们当然可以使用之前的公式通过数值计算所有参数值的光谱半径。我们记得 $R_0 \geq \max\{R_0^{\text{sexe}}, R_0^{\text{drogue}}\}$ 。本节给出了明确的公式 R_0^{sexe} 和 R_0^{drogue} 。

6. 昆明的估算与仿真

为了进行仿真，我们从表3中获取了参数的值。

表3. 为模拟选择的参数和数值

期	1994-2004
---	-----------

α	老化率	$1/32\text{年}^{-1}$
$\bar{\alpha}$	出药率	$1/18\text{年}^{-1}$
$1/\delta$	艾滋病的预期寿命	1年
M_I	平均潜伏期	12.6年
$\sqrt{V_I}$	潜伏期的标准差	9.4年
λ	输入流	$27,000\text{年}^{-1}$
σ	男性药物启动率	$9 \times 10^{-4}\text{年}^{-1}$
$\hat{\sigma}$	女性用药率	$3 \times 10^{-4}\text{年}^{-1}$
τ	成为客户的评价	$1,2 \times 10^{-2}\text{年}^{-1}$
A	客户拜访	2.4个月^{-1}
$1/\mu$	工作时间	2.5年
ε	年轻妇女成为性工作者	30%
p	新的高风险吸毒者	25% \nearrow 50%
q	新客户面临风险	70% \searrow 10%
$[R]$	新的性工作者处于危险之中	70% \searrow 10%
π_1	从男人到女人的传播概率	0.7%
π_2	从女人到男人的传播概率	1.4%
$B\pi$	注射器汇率 \times 传播的可能性	4年^{-1}
κ	吸毒的妇女卖淫	0.1年^{-1}

一些评论是必要的：

- 我们选择的日期为1994年中期的 $t=0$ 。尽管昆明已经在该日期之前报告了一些艾滋病病毒病例，但这种选择作为起点可以更好地适应感染的快速增长。1995-1996年的吸毒人群中。
- 由于研究的人口年龄在18至50岁之间，并且由于该年龄段的未吸毒者死亡率较低，因此我们仅将衰老率定为 α 。
- 在表2中，由于来自人口普查，1999年的人口可能是最可靠的数字。随后几年（2000年和2002年）的估计表明，在此期间，人口每年大约增长45,000。因此，如果我们假设它们代表总人口的大约50%，那么我们反过来得出1994年总人口的估计数18.38百万和18-50年的大约92万。
- 我们以初始条件

$$S(t=0) = (63784, 11662, 711, 118, 215, 157,645, 472, 92, 67, 361635, 440899, 27336, 4998, 2133, 354, 276, 202)$$

加上第5组中的新感染者，即同时也是高危吸毒者的人。这些选择有些随意性（我们没有详细说明如何选择这些数字），但是它们给出了合理的估计：

- 18至50岁的人口为92万，
- 大约20%的男性是客户，
- 70%的客户有风险，
- 性工作者每周大约有3个客户，
- 70%的性工作者有危险，
- 吸毒的男性占男性人口的0.9%
- 25%的吸毒者处于危险之中。
- 对于参数 $\bar{\alpha}$ ，由[18]估算出的吸毒者死亡率被添加到了老龄化中：在对192名HIV阴性吸毒者进行的为期四年的研究结束时，有18人死亡。我们定义 δ^{drogue} ，吸毒者的年死亡率。然后我们有 $1 - \exp(-4 \delta^{\text{drogue}}) = 18/192$ ，所以 $\delta^{\text{drogue}} \simeq 0,0246$ 每年。最后 $\bar{\alpha} = \alpha + \delta^{\text{drogue}}$ 。
- 艾滋病患者的预期寿命来自云南其他地区的一项研究[53]。这项相同的研究给出了HIV阳性吸毒者存活概率与感染后所经历时间的关系。为了估计代表艾滋病潜伏期的伽玛定律的均值和方差，我们定义
 - $Z_I(t)$ 如果在时间 $t=0$ 发生感染，则艾滋病阳性吸毒者在时间 t 活着并且没有艾滋病的可能性。
 - $Z_R(t)$ 如果在时间 $t=0$ 发生感染，则在时间 t 处HIV阳性吸毒者还活着并且患有AIDS的概率。

$Z_I(t)$ 和 $Z_R(t)$ 是微分方程组的解

$$\frac{dZ_I}{dt} = -(\delta^{\text{drogue}} + \gamma(t)) Z_I(t), \quad \frac{dZ_R}{dt} = \gamma(t) Z_I(t) - \delta Z_R(t)$$

有初始条件 $Z_I(0) = 1$ 和 $Z_R(0) = 0$ 。我们解决了这个系统，并使用了 $\gamma(t)$ 和 $T_I(t)$ 。我们获得

$$Z_I(t) = e^{-\delta^{\text{drogue}} t} \left(1 - \int_0^t T_I(x) dx \right), \quad Z_R(t) = \int_0^t T_I(x) e^{-\delta^{\text{drogue}} x} e^{-\delta(t-x)} dx.$$

因此，从数字上计算吸毒者生存的可能性相对容易 $Z_I(t) + Z_R(t)$ 在此模型下，它是自感染以来的时间的函数。最小二乘的最佳拟合是[53]中的数据 $M_I = 12,6$ 年和 $\sqrt{V_I} = 9,4$ 年（图3）。用[33, p. 的方法。113]，则该地区的可信度为95% ($M_I, \sqrt{V_I}$) 是矩形 $[9.9 \ 18.7] \times [5.8 \ 17.9]$ 内的狭窄区域。这些估计没有考虑使用Kaplan和Meier方法得出生存曲线的[53]数据中的置信区间。请记住，在模拟期间云南还没有抗逆转录病毒疗法。

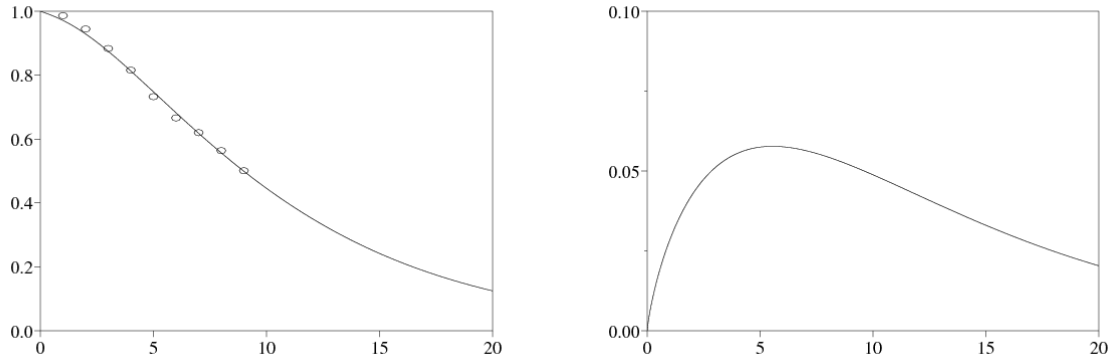


图3.左：自感染以来，HIV阳性吸毒者的生存概率与时间的关系（实线： $Z_I(t) + Z_R(t)$ 最佳选择 M_I 和 V_I 。圆圈：[53]中的数据）。右：艾滋病潜伏期的概率法 T_I 。

- 欧洲地平线市场研究和期货集团的行为研究包括云南几个主要城市的男性和性工作。假定这些城市的人口之间在行为上没有显著差异，因此平均值可以代表昆明的情况。
- 我们选择参数 λ ，使18岁至50岁的人口每年增加45,000。毫无疑问，总人口的增长是由于18至50岁的移民从农村来的（由于独生子女政策，出生导致的自然增长很小）。我们选择参数 $\sigma N_{\text{hommes drogués}}/N_{\text{hommes}} \simeq 0,9\%$ 如[21, 表136]所示，在2001年底。我们选择了参数 δ 毒品男子和妇女之间的比例为3:1。最终的吸毒者总数接近[39]的估计值，即2002年在昆明有7000人注射毒品。选择参数 τ 使得 $N_{\text{clients}}/N_{\text{hommes}} \simeq 21,4\%$ 如关于成年人的报告表149所示，到2001年底。
- 我们把参数 A 和 $1/\mu$ 直接来自报告[21、22, 表63和174]。我们选择参数 ϵ ，以便每个性工作者的平均客户数 $A S_{\text{clients}}/S_{\text{prostituées}}$ 与2001年有关性工作者报告表78的估计相吻合。结果，与对中国其他城市的模糊估算相比，在模拟中对性工作者人数的估算（在2001年底约为20,000）似乎是合理的[54]。
- 我们采取 $p(t)$ ， $q(t)$ 和 $r(t)$ 在仿真期间 t 的仿射函数。例如， $p(t) = p(0)(1 - t/T) + p(T) t/T$ 。 T 是模拟结束时的时间，也就是说2004年底。我们选择了初始值和最终值来调整数据：1994年共享的注射器中有20.4% [49]，2003年为32% [27]，2001年有风险的服务对象有46% [22, 表181]，2001年有35%的性工作者有风险 [21, 表84]。 $p(t)$ ， $q(t)$ 和 $r(t)$ 代表新吸毒者，新客户和新性工作者的百分比。因此，他们的价值观与吸毒者，服务对象和性工作者中的当前百分比之间存在差距。在性工作者中，这种变化最快，因为性工作者在被替换之前只工作了几年。对于吸毒者来说，它需要更长的时间，而对于客户来说则需要更多。
- 根据[30]，他在类似的背景下研究了艾滋病毒的传播，即在泰国的性工作者及其服务对象之间，在性接触期间从女性传播给男性的可能性可以达到6%。因为性工作者中其他性传播感染的患病率很高。尽管昆明有许多性工作者也有这种感染，但我们的数值模拟往往表明这种传播的可能性太高。 π_1 和 π_2 因此，假设从女性到男性的传播是男性到女性传播的一半，我们选择调整患者和性工作者中的艾滋病毒流行率。
- 我们选择的产品 β 调整吸毒人群HIV的流行。我们选择参数 κ ，使大约有一半的妓女上瘾。

图4是具有上述参数值的模型的仿真结果；它显示了艾滋病毒感染者总数和艾滋病毒感染者总数。由于人们担心在艾滋病毒检测呈阳性的情况下会受到歧视，因此未发现许多病例。因此，很难估计昆明的总病例数。我们知道，2003年9月，云南报道了13948例HIV和841例AIDS [1]，而2004年9月，这些数字分别达到17390和1118 [2]。2004年整个省的艾滋病毒病例总数估计约为100,000 [1]。到2004年底，该模拟为昆明市内18至50岁的人群中约有4,200名艾滋病毒/艾滋病患者，其中包括绝大多数感染病例。由于2004年云南的人口约为4300万（2000年人口普查为4288万），因此计算出的昆明人口总数（ $4200/2290000 \simeq 0,18\%$ ）接近整个云南（ $100000/43000000 \simeq 0,23\%$ ）。缅甸边境附近的地区感染较多，而偏远的农村地区感染较少。

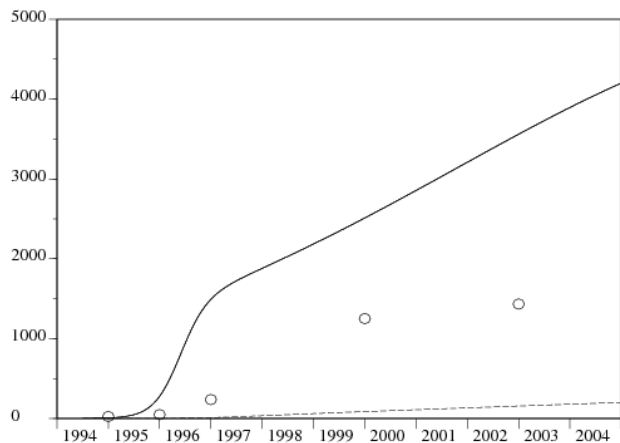


图4.根据模拟，患有艾滋病毒或艾滋病的人数（实线）和患有艾滋病的人数（虚线）。表1中的报告病例（圆圈）。

图5通过模拟显示了吸毒者，性工作者和服务对象中HIV的患病率，并在表1中显示了相应的数据。

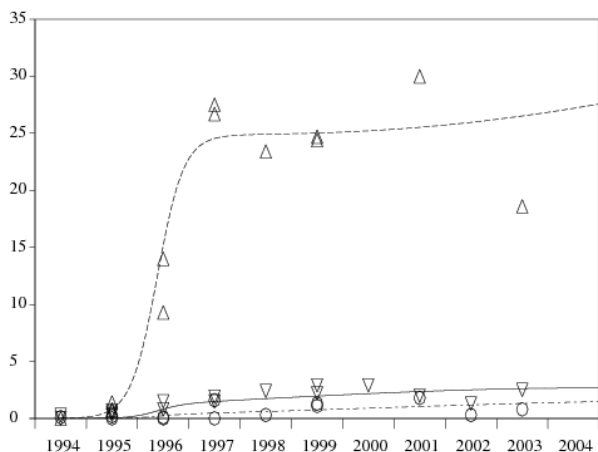


图5.吸毒者中的艾滋病毒流行率（模拟虚线和表1中数据的三角形指向上），性工作者（实线和三角形的下方指向）和服务对象（混合线）和圈子]。

像大多数流行病模型一样，曲线对参数的变化非常敏感。如果我们想对这一流行病的未来进行预测，这肯定会是一个问题，但是在调整数据时，这更是一个优势。但是，由于模型中包含19个参数，因此很难对估计的参数进行灵敏度分析（表3）。

不能继续进行模拟以进行预测的另一个原因是，昆明和云南最近采取了几项重要措施，这些措施可以深刻改变传输方式：

- 云南省政府决定积极推广避孕套[1]。到2004年底，已经安装了620套销售避孕套的机器，特别是在该市的所有旅馆中[2]。
- 一个新的降低风险的计划已经开始（中国艾滋病信息，2004），在流行病学上可能比小规模的项目和康复中心更有效。
- 2005年3月，昆明市艾滋病控制办公室发布了规定，要求在该州的酒店，公共浴室，美容院，夜总会和其他娱乐场所工作的任何人每年必须进行HIV检测。昆明[3]。艾滋病毒呈阳性的性工作者将不再被允许工作，因此他们将失去工作或不得不在同一机构内更换工作，但不得与服务对象进行性接触。

无法定量地预测这些措施将如何影响模型的参数。还要注意的，与泰国不同，到目前为止，还没有尝试说服客户来访性工作者。

7.结论

号码 R_0 ， R_0^{drogue} 和 R_0^{sexe} 仅当模型参数恒定时才定义。但是 p ， q 和 r 在上一节的模拟中有所不同。但是，使用表3中的参数，我们可以得出 $R_0^{\text{drogue}} = B \pi \bar{\beta}_0 \approx 32$ 。因此，应将注射器 B 的汇率和注射器 π 传播的概率的乘积除以至少32，以制止吸毒者之间的流行。注射器更换程序可以减少 B ，而有关如何清洁注射器的运动可以减少 π 。这些措施应达到 $1 - 1/32 \approx 97\%$ 的吸毒者。到2005年底，停止，预防和控制艾滋病毒/艾滋病行动计划（2001-2005年）设定的目标之一是：

“在毒品治疗中心，康复中心和监狱中，有95%的人口具有预防艾滋病毒的基本知识”。

即使在这些机构中实现了这一目标，一些吸毒者也不会通过这些机构。因此，要让97%的风险人群感到困难。

使用表3的参数, 我们还获得 $R_0^{\text{sexe}} \simeq 4,25\sqrt{qr}$ 。因此, 我们有 $R_0^{\text{sexe}} < 1$ 一旦客户和性工作者之间的风险行为的几何平均值达到 $\sqrt{qr} < 23\%$ 。请记住, 在2001年, 有46%的客户和35%的性工作者处于危险之中, 因此 $\sqrt{0,46 \times 0,35} \simeq 40\%$ 。因此, 将危险行为一分为二就足以阻止性流行病就足够了。

上述推理分别考虑了两种传播途径。有人可能会怀疑这是否正确, 因为该模型将两个通道耦合在一起。选择例如 $q = -r$ 和做变化乙。我们得到图6, 它显示了 R_0 用第5节的公式计算。我们没有在轴上放 $q = r$ 和 B , 而是放 R_0^{sexe} 和 R_0^{drogue} 与他们成正比。

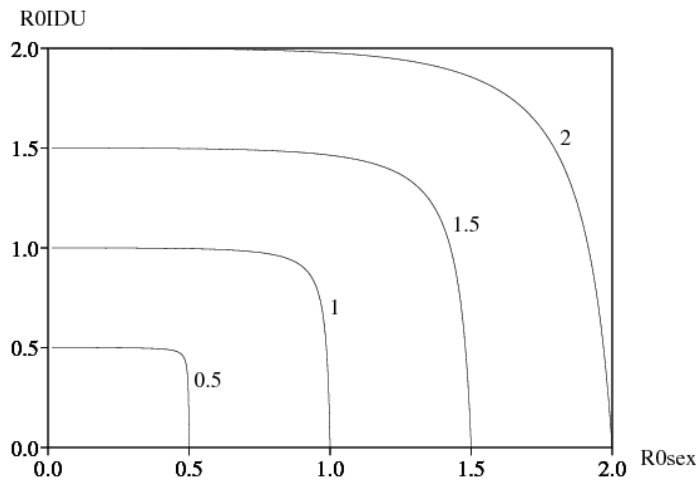


图6.等高线 R_0 在图中 R_0^{sexe} 在横坐标上 R_0^{drogue} 在纵坐标上。

值得注意的是, 近似值 $R_0 \simeq \max\{R_0^{\text{sexe}}, R_0^{\text{drogue}}\}$ 看起来很不错, 至少接近阈值 $R_0 = 1$ 。这在讨论流行阈值时以某种方式证明了分别考虑两条传播途径是合理的。

我们有 $R_0^{\text{sexe}} \ll R_0^{\text{drogue}}$ 。在昆明和云南采取的新措施中, 针对吸毒者的措施比针对性传播的措施更为紧急。但是, 涉及性传播的人群(性工作者及其服务对象)比注射毒品传播的人群要大得多。此外, 该模型未考虑非商业性传播, 这种传播可能涉及更大的群体, 但如果例如客户和(前)性工作者也将避孕套用于其非商业关系, 则可以减少这种传播。要准确讨论不同形式的预防措施的有效性, 就需要更多有关费用的信息。这超出了本文的范围,

谢谢

这篇文章的部分内容是在N.Bacaër访问北京的计算机科学, 自动和应用数学实验室(LIAMA)以及X. Abdurahman访问法国的邦迪发展研究所时撰写的。

书目参考

1. Agence Xinhua (23/02/2004). Yunnan declares last – ditch war against AIDS. http://news.xinhuanet.com/english/2004-02/23/content_1326621.htm
2. Agence Xinhua (01/12/2004). Yunnan province reports progress in HIV/AIDS prevention. <http://english.sina.com/china/1/2004/1201/121616.html>
3. Agence Xinhua (21/03/2005). Kunming conducts AIDS, venereal disease test in service sector. www.sina.com.
4. Anderson, R. M., G. F. Medley, R. M. May et A. M. Johnson (1986). A preliminary study of the transmission dynamics of the human immunodeficiency virus (HIV), the causative agent of AIDS. *IMA J. Math. Appl. Med. Biol.* 3, 229 – 263.
5. Bacaër, N. (2003). The asymptotic behavior of the McKendrick equation with immigration. *Math. Popul. Stud.* 10, 1 – 20.
6. Berman, A. et R. J. Plemmons (1994). *Nonnegative Matrices in the Mathematical Sciences*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphie.
7. Bignami – Van Assche, S. (2004). Estimates and projections of HIV/AIDS for Yunnan province, China. *Population Review* 43, No. 2, Section 1.
8. Brown, T. et W. Peerapatapanokin (2004). The Asian epidemic model : a process model for exploring HIV policy and programme alternatives in Asia. *Sex. Transm. Infect.* 80, i19 – i24.
9. Capasso, V., D. Morale, M. Di Somma, M. Villa, A. Nicolisi et F. Sicurello (1997). Multistage models of HIV transmission among injecting drug users via shared drug injection equipment, in O. Arino et al. (Eds), *Advances in Mathematical Population Dynamics – Molecules, Cells and Man*, World Scientific, Singapour, p. 511 – 527.
10. Castillo – Chavez, C., K. Cooke, W. Huang et S. A. Levin (1989a). On the role of long incubation periods in the dynamics of acquired immunodeficiency syndrome (AIDS) – part 1 : single population models. *J. Math. Biol.* 27, 373 – 398.
11. Castillo – Chavez, C., K. Cooke, W. Huang et S. A. Levin (1989b). On the role of long incubation periods in the dynamics of acquired immunodeficiency syndrome (AIDS) – part 2 : multiple group models, in C. Castillo – Chavez (Ed), *Mathematical and Statistical Approaches to AIDS Epidemiology*, Springer – Verlag, New York, p. 200 – 217.

12. Cheng, H., J. Zhang, J. Kou, Y. Zhang, X. Zhang, M. Jia, X. Bi, Y. Ma, Y. Liang, Z. Yang, S. Pan et X. An (1996). HIV infection tends to spread to whole Yunnan province. *Chin. J. STD/AIDS Prev. Cont.* 2, 54 – 57.
13. China AIDS Info (7 April 2004). Yunnan passes new AIDS policy, will provide clean needles to drug users. www.china-aids.org.
14. Cohen, J. (2004a). HIV/AIDS in China – Poised for takeoff? *Science* 304, 1430 – 1432.
15. Cohen, J. (2004b). HIV/AIDS in China – Changing course to break the HIV – heroin connection. *Science* 304, 1434 – 1435.
16. Cohen, J. (2004c). HIV/AIDS in Asia – Asia and Africa : on different trajectories? *Science* 304, 1932 – 1938.
17. Diekmann, O. et J. A. P. Heesterbeek (2000). *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases*. John Wiley & Sons, Chichester.
18. Duan, Y., X. Zheng et C. Zhen (1995). Investigation of mortality among HIV – infected intravenous drug users in Ruili region of Yunnan province. *Zhonghua Liu Xing Bing Xue Za Zhi* 16, 71 – 73.
19. Greenhalgh, D. et F. Lewis (2002). The general mixing of addicts and needles in a variable – infectivity needle – sharing environment. *J. Math. Biol.* 44, 561 – 598.
20. Hethcote, H. W. et H. R. Thieme (1985). Stability of the endemic equilibrium in epidemic models with subpopulations. *Math. Biosci.* 75, 205 – 227.
21. Horizon Market Research et Futures Group Europe (2002a). 2001 behavioural surveillance survey in Yunnan and Sichuan – adult male report. www.futuresgroup.com/Documents/2001BSSadultmale.pdf.
22. Horizon Market Research et Futures Group Europe (2002b). 2001 behavioural surveillance survey in Yunnan and Sichuan – sex worker report. www.futuresgroup.com/Documents/2001BSSsexworker.pdf.
23. Horn, R. A. et C. R. Johnson (1985). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
24. Huang, W., K. L. Cooke et C. Castillo – Chavez (1992). Stability and bifurcation for a multiple – group model for the dynamics of HIV/AIDS transmission. *SIAM J. Appl. Math.* 52, 833 – 854.
25. Hyman, J. M. et E. A. Stanley (1988). Using mathematical models to understand the AIDS epidemic. *Math. Biosci.* 90, 415 – 473.
26. Iannelli, M., F. A. Milner, A. Pugliese et M. Gonzo (1997). The HIV/AIDS epidemics among drug injectors : a study of contact structure through a mathematical model. *Math. Biosci.* 139, 25 – 58.
27. Ka, K. (2004). Voluntary counseling and testing among injecting drug users in Kunming city, Yunnan Province. 15th International AIDS Conference, Bangkok, résumé no. WePeC5999.
28. Kermack, W. O. et A. G. McKendrick (1933). Contributions to the mathematical theory of epidemics – III. Further studies of the problem of endemicity. *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 141, 94 – 122. *Bull. Math. Biol.* 53 (1991), 89 – 118.
29. Lu, L., M. Jia, X. Zhang, H. Luo, Y. Ma, L. Fu et J. Lu (2004). Analysis for epidemic trend of acquired immunodeficiency syndrome in Yunnan Province of China. *Chin. J. Prev. Med.* 38, 309 – 312.
30. Mastro, T. D., G. A. Satten, T. Nopkesorn, S. Sangkharomya et I. M. Longini (1994). Probability of female – to – male transmission of HIV – 1 in Thailand. *Lancet* 434, 204 – 207.
31. McCoy, C. B., S. Lai, L. R. Metsch, X. Wang, C. Li, M. Yang et L. Yulong (1997). No pain no gain, establishing the Kunming, China, drug rehabilitation center. *Journal of Drug Issues* 27, 73 – 85.
32. Merli, M. G., S. Hertog, B. Wang et J. Li (2004). Modelling the course of the HIV/AIDS epidemic in China : an application of a bio – behavioral macrosimulation model of the spread of HIV/AIDS. Centre de Démographie et Écologie, manuscrit no. 2004 – 14, Université de Wisconsin – Madison.
33. Motulsky, H. J. et A. Christopoulos (2003). Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression. A practical guide to curve fitting. GraphPad Software Inc., San Diego, www.graphpad.com.
34. Monitoring the AIDS Pandemic Network (2004). AIDS in Asia : face the facts – a comprehensive analysis of the AIDS epidemics in Asia. www.mapnetwork.org/docs/MAP_AIDSinAsia2004.pdf.
35. Bureau national des statistiques de Chine (1994 – 2003). *China Population Statistics Yearbook*. China Statistic Press, Pékin.
36. Office régional de l’OMS pour le Pacifique ouest et Ministère de la santé de la République populaire de Chine (2001). Prevalence survey of sexually transmitted infections among female sex workers and truck drivers in China 1999 – 2000. www.wpro.who.int.
37. Pan, S., H. Cheng, J. Zhang, M. Jia, X. Bi, Y. Zhang, X. Zhang, J. An, Y. Ma, Z. Yang, Y. Liang et J. Kou (1997). Survey of the current situation of the HIV infection epidemic in Yunnan province. *Chin. J. STD/AIDS Prev. Cont.* 3, 244 – 247.
38. Pugliese, A. (1992). Stationary solutions of a multigroup model for AIDS with distributed incubation and variable infectiousness, in G. Da Prato (Ed), *Mathematical aspects of human diseases*, Giardini, Pise, p. 110 – 125.
39. Razak, M. H. (2002). Situation assessment of injection drug users in Yunnan province – People’s Republic of China. Futures Group Europe Report.
40. Thieme, H. et C. Castillo – Chavez (1989). On the role of variable infectivity in the dynamics of the human immunodeficiency virus epidemic, in C. Castillo – Chavez (Ed), *Mathematical and statistical approaches to AIDS epidemiology*, Springer – Verlag, New York, p. 157 – 177.
41. Thieme, H. et C. Castillo – Chavez (1993). How may infection – age – dependent infectivity affect the dynamics of HIV/AIDS? *SIAM J. Appl. Math.* 53, 1447 – 1479.
42. Thieme, H. (2003). *Mathematics in Population Biology*. Princeton University Press, Princeton.
43. UN Theme Group on HIV/AIDS in China (2002). HIV/AIDS : China’s Titanic Peril. www.youandaids.org/unfiles/chinastitanicperillast.pdf.

44. UN Theme Group on HIV/AIDS in China et State Council AIDS Working Committee Office (2004). A Joint Assessment of HIV/AIDS Prevention, Treatment and Care in China. www.unchina.org/unaid/JAREng04.pdf
45. Wang, S., L. Li, L. Zhang, Z. Ni et L. Yang (2001). Surveillance and analysis of HIV/AIDS in Kunming in 1999. *Guangxi Prev. Med.* 7, 157 – 158.
46. Wang, S. (2004). Surveillance and control of HIV/AIDS in Kunming. *Chin. J. STD/AIDS Prev. Cont.* 10, 216 – 217.
47. Yu, H., X. An, M. Jia, S. Pan, Y. Ma, G. Zhang, H. Li, X. Zhang, Y. Zhang, Y. Liang, J. Li, J. Zhang et H. Cheng (2001). Report on HIV/AIDS surveillance in Yunnan province in 1999. *Chin. J. STD/AIDS Prev. Cont.* 7, 74 – 76.
48. Yuan, J., G. Ionita, Y. Xu, T. Jiang, J. Li et J. Zhang (2002). The HIV/AIDS projection in Yunnan. *Chin. J. STD/AIDS Prev. Cont.* 8, 78 – 81.
49. Zhang, J., H. Cheng et S. Duan (1994). Survey of the current situation of the HIV infection epidemic in Yunnan province. *Chin. J. Epidemiol.* 5, 259 – 262.
50. Zhang, J., H. Cheng, M. Jia et Y. Zhang (1999). Ten years of experience on AIDS control in Yunnan (1989 – 1998). *Chin. J. Epidemiol.* 20, 377 – 380.
51. Zhang, X., Y. Ma, H. Yu, J. An, Y. Liang, G. Zhang, Z. Zhang, H. Li, W. Wang, S. Pan, Y. Zhang et M. Jia (2002). Analysis on the surveillance result of HIV/AIDS in Yunnan in 2001. *Ji Bing Jian Ce* 17, 327 – 330.
52. Zhang, X., J. Lu, L. Fu, H. Luo et M. Jia (2004). Analysis on survey results of HIV/AIDS in Yunnan Province in 2003. *Ji Bing Jian Ce* 19, 409 – 412.
53. Zheng, X., J. Zhang, X. Wang, S. Duan, S. Qu, Y. Duan et G. Zhang (2000). The natural history of HIV infection among IDUs in Ruili, Yunnan province, China. *Chin. J. Epidemiol.* 21, 17 – 18.
54. Zhong, W. (2000). A close look at China's "sex industry". *Lianhe Zaobao*, Singapore, www.usembassy-china.org.cn/sandt/sex-industry.html.