



HAL
open science

L'EVALUATION AU COURS DE SEANCES D'INVESTIGATION EN MATHEMATIQUES

Michèle Gandit

► **To cite this version:**

Michèle Gandit. L'EVALUATION AU COURS DE SEANCES D'INVESTIGATION EN MATHEMATIQUES. Recherches en éducation, 2015. hal-01373406

HAL Id: hal-01373406

<https://hal.science/hal-01373406>

Submitted on 28 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Michèle Gandit¹

Résumé – Nous présentons le début d'une recherche sur l'évaluation des apprentissages dans les enseignements scientifiques fondés sur l'investigation (ESFI) au collège et à l'école élémentaire. L'article porte sur l'enseignement des mathématiques. Cette recherche se situe dans le cadre du projet européen ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education) et s'appuie sur un travail coopératif, de type DI-Formation, entre chercheurs, formateurs d'enseignants et enseignants de collèges et d'écoles primaires. Il s'agit plus particulièrement de concevoir, tester, évaluer et diffuser des outils permettant l'évaluation des compétences en jeu dans ESFI. Le questionnement porte sur l'évaluation formative comme aide au professeur à réguler l'action des élèves, de manière à la rendre scientifique. Nous proposons un modèle de l'action scientifique de l'élève, ainsi qu'une description en quatre variables d'un ESFI en mathématiques. Au regard de ces deux modèles, nous analysons des données recueillies sur une séance de type « démarche d'investigation », expérimentée par cinq enseignants (6ème et CM2) et intégrant un outil d'évaluation formative.

Après une présentation du contexte général de la recherche, au niveau pluridisciplinaire, nous décrivons son fonctionnement en mathématiques. Nous proposons ensuite deux modèles concernant un *Enseignement de Mathématiques relevant de l'Investigation* (EMI). Le premier se situe du côté de l'élève, un *modèle de l'action scientifique de l'élève*, le second, du côté de l'enseignant, un modèle de conception et mise en œuvre (*modèle EMI*). Nous abordons ensuite le questionnement didactique qui porte sur l'introduction du point de vue de l'évaluation dans le milieu du professeur et de l'élève lors d'une séance de type EMI. La séquence, support de l'expérimentation, est ensuite présentée, ainsi que l'outil d'évaluation. Le texte donne enfin des résultats – à l'issue de la première année du projet – qui se déduisent d'une analyse de l'expérimentation dans cinq classes.

1. Le contexte de la recherche

Le cadre général de la recherche est le projet européen ASSIST-ME (*Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education*, 2013-2017) qui porte sur l'évaluation par compétences dans les *enseignements scientifiques fondés sur les démarches d'investigation* (ESFI) (Grangeat, 2013). Il s'agit de concevoir des méthodes d'évaluation, propices au développement des processus d'investigation dans l'enseignement scientifique. Dans l'académie de Grenoble, notre équipe, pluridisciplinaire, coopère sur ce thème, au sein d'un *lieu d'éducation associé* (LéA) à l'Institut Français de l'Education, nommé EvaCoDICE (Evaluation par compétences dans les démarches d'investigation au collège et à l'école ; IFé, 2013). Ce LéA

¹ Professeure Agrégée de mathématiques, Ecole Supérieure du Professorat de l'Education de l'académie de Grenoble, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques & Maths à Modeler (ESPE, IREM, MaM), Université de Grenoble.

permet un travail coopératif entre enseignants d'écoles et collèges, personnels de direction – inspecteurs, conseillers en recherche-développement du rectorat – et une équipe de recherche pluridisciplinaire, constituée de chercheurs (et formateurs) de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation, en sciences de l'éducation et en didactique. Les disciplines concernées sont les mathématiques, les sciences physiques et chimiques, les sciences de la vie et de la Terre, l'éducation physique et sportive et la technologie. Très concrètement, l'objectif commun est de concevoir, tester, évaluer, diffuser des outils d'évaluation s'intégrant aux ESFI.

L'équipe pluridisciplinaire a ainsi formulé l'hypothèse générale de la recherche : l'évaluation formative intégrée aux séances de type ESFI peut aider les élèves à disposer de repères sur l'évolution de leurs apprentissages, ceux-ci leur permettant en retour d'être plus efficaces dans le pilotage de leur démarche et dans l'explicitation des connaissances acquises.

La coopération entre chercheurs et enseignants (collèges et écoles) fonctionne à deux niveaux : le premier, pluridisciplinaire, concerne l'équipe complète, le second est disciplinaire. Avant de développer le fonctionnement à ce niveau – en mathématiques – nous décrivons brièvement les modalités du travail coopératif au niveau pluridisciplinaire, en cette première année du projet (lancé en juin 2012). D'une part, au cours de trois journées de regroupement – novembre, janvier, avril – toute l'équipe travaille sur un problème commun, suivant les principes d'une *DI-formation*, explicités par Gueudet & al (2013). D'autre part, entre ces journées, des échanges ont lieu par l'intermédiaire d'une plateforme numérique. Le premier travail commun consiste à caractériser un ESFI, en partant des pratiques des enseignants. Le deuxième permet de questionner la mise en œuvre de modalités d'évaluation formative au cours de séances de type ESFI. Cette évaluation est présentée comme un moyen d'aider, d'une part les élèves, dans la compréhension et la maîtrise des apprentissages visés, d'autre part les enseignants, dans la conduite de leur enseignement en tenant compte de l'avancée des élèves. L'équipe sélectionne ensuite des outils d'évaluation formative envisageables, compte tenu des pratiques des enseignants, et propose des modalités de mise en œuvre. La troisième journée est consacrée à des échanges sur les séquences d'investigation, intégrant un outil d'évaluation, construites dans les équipes disciplinaires.

Au niveau disciplinaire, le travail coopératif a lieu dans des équipes mixtes – enseignants d'écoles-collèges et un chercheur en didactique de la discipline – sur un mode de DI-formation également, lors de réunions spécifiques. La suite du texte se centre sur la recherche au sein de l'équipe de mathématiques. Outre l'auteure de cet article, celle-ci comporte deux enseignants en CM2 (élèves de 10 ans) – Solène et Hervé² – et trois professeurs en charge d'une classe de sixième (élèves de 11 ans) – Mathilde, Jean et Tom.

2. Questionnement didactique et cadre de référence

De façon générale, les apprentissages attendus d'une séquence d'investigation sont à formuler en termes de connaissances ou de compétences, mais aussi d'attitudes face aux questions du monde.

² Les prénoms des enseignants ont été changés.

Students cannot learn in school everything they will need to know in adult life. What they must acquire is the prerequisites for successful learning in future life. These prerequisites are of both a cognitive and a motivational nature. Students must become able to organise and regulate their own learning, to learn independently and in groups, and to overcome difficulties in the learning process. This requires them to be aware of their own thinking processes and learning strategies and methods. (OECD, 2000, p. 90)

Nous faisons l'hypothèse (de travail) qu'un EMI – voir ci-dessous – peut susciter l'émergence de différents types de connaissances, permettant aux élèves de mieux saisir certains modes de pensée, mais aussi de mieux appréhender des contenus mathématiques nouveaux.

EMI : un modèle d'action scientifique de l'élève

Dans l'enseignement européen, les ESFI ne sont pas clairement définis, malgré une recommandation très vive de les mettre en œuvre dans les classes (Rocard & al, 2007). En mathématiques, nous choisissons, en référence aux travaux développés dans la fédération de recherche *Maths à modeler* (Grenier & Payan, 2002 ; Gandit & al, 2011) de considérer qu'il s'agit d'un enseignement permettant aux élèves une authentique pratique scientifique d'expérimentation, de preuve et de communication. Nous en proposons un modèle en quatre catégories (blocs) d'actions : 1) expérimenter, observer, (in)valider lors d'études de cas judicieusement choisis (bloc *Expérimenter*) ; 2) conjecturer, en dégagant le généralisable du particulier et prouver la vérité de la conjecture, définir des objets (bloc *Généraliser*) ; 3) proposer de nouveaux problèmes, induits par les étapes précédentes (bloc *Questionner*) ; 4) communiquer et débattre scientifiquement de ses résultats (Legrand, 1990) (bloc *Communiquer*). Dans la suite, ce modèle est nommé le *modèle d'action scientifique* (de l'élève).

Les savoirs en jeu sont relatifs à la validité des énoncés, la logique, la recherche, mais ils sont aussi notionnels, sans que nécessairement, par rapport à un problème donné, on puisse toujours les identifier dans chacune de ces deux catégories. Or un élève ne peut engager des investigations que si certains d'entre eux, au moins en partie, font partie du *milieu*. Par exemple, un problème étant posé, savoir qu'on peut le simplifier, choisir d'étudier des cas particuliers simples, mais non triviaux, savoir découvrir le caractère générique d'un exemple, reconnaître le statut de conjecture à un énoncé, la nécessité de preuve, savoir ce qu'est un contre-exemple et sa fonction, tels sont quelques-uns des savoirs qui peuvent permettre à l'élève d'agir selon les catégories *Expérimenter* et *Généraliser*. L'acquisition de ces savoirs par les élèves, à la fois *objets*, *outils* et leur *disponibilité* (présence dans le milieu), lance un défi aux enseignants. Il apparaît ainsi nécessaire de négocier un contrat didactique *adéquat* – au sens où il favorise l'action scientifique de l'élève – au travers de certains types de tâches, ce que nous explicitons ci-dessous.

EMI : un modèle de conception et de mise en œuvre pour le professeur

Dans le cadre général développé par Grangeat (2013), nous proposons ainsi, pour les mathématiques, un modèle centré sur quatre variables (désigné dans la suite par *modèle EMI*). Ces variables sont : la problématisation des savoirs (désignée par *P* ou *Problématisation*), la richesse du milieu de l'élève relativement à la pratique

scientifique (notée *M* ou *Milieu*), la dévolution d'une responsabilité scientifique à la classe sur le plan de la démarche et de la communication des résultats (soit *R* ou *Responsabilité*), enfin l'explicitation des apprentissages, notamment ceux qui relèvent de la démarche (soit *A* ou *Apprentissage*). Nous les précisons ci-dessous (tableau 1) en décrivant des indicateurs de quatre de leurs valeurs, centrés sur le milieu, le contrat et le type de tâches (Pr désigne le(la) professeur(e) et E le ou les élèves).

Valeurs de P	1	2	3	4
Indicateurs relatifs au type de tâche et au contrat didactique	Questions directement en lien avec les savoirs visés ; ni doute, ni incertitude pour E.	Mise en jeu des savoirs visés au travers de questions explicites, une part de doute et d'incertitude pour E.	Une situation pertinente par rapport aux savoirs visés, amenant un questionnement, doute et incertitude pour E. Pr guide dans la construction des réponses.	E est amené à problématiser lui-même.
Valeurs de M	1	2	3	4
Indicateurs liés au milieu de E	E n'a jamais cherché de problèmes mathématiques.	E a déjà été confronté à des actions des blocs Expérimenter et Généraliser, mais les connaissances sous-jacentes ne sont pas disponibles.	E dispose de connaissances nécessaires aux actions des blocs Expérimenter et Généraliser.	E dispose des connaissances relatives aux blocs Communiquer et Questionner.
Valeurs de R	1	2	3	4
Indicateurs relatifs au contrat didactique	Pr cadre la progression dans la démarche et (in)valide les avancées, ne favorisant pas les dialogues entre E.	Pr encourage le travail en groupe, mais cadre l'avancée dans la recherche.	Pr propose, suivant les besoins, des relances ou étayages, tout en préservant le sens sur le plan épistémologique, sans « tuer » la situation de recherche.	E communiquent et débattent scientifiquement de leurs résultats (Pastori, 2013).
Valeurs de A	1	2	3	4
Indicateurs liés au type de tâche proposé et au contrat didactique	Pr énonce ses attentes pour la séance.	Pr explicite et commente les apprentissages en jeu au début de la séance, notamment ceux qui relèvent de l'heuristique.	Pr fait référence aux apprentissages sur la démarche, au cours de la séance, en explicitant des indicateurs.	Pr procède à une institutionnalisation de ces apprentissages.

Tableau 1 – Des variables qui caractérisent un EMI

Ces valeurs permettent ainsi d'évaluer une séquence en mathématiques. Une progression suivant *P*, *R* et *A* nécessite, pour le professeur, un milieu d'autant plus riche sur les plans épistémologique et didactique. Par ailleurs, les descriptions laissent entrevoir la dynamique du jeu didactique comme une suite d'interactions du professeur et des élèves, complètement dépendantes l'une de l'autre, en référence au modèle de *l'action didactique conjointe* (Sensevy & al, 2007). Les valeurs 3 ou 4 des variables sont celles qui correspondent à un enseignement favorisant *l'action scientifique de l'élève*. Elles sont visées, non pas pour une séance, mais pour l'ensemble de la séquence. Pour atteindre ces niveaux, l'enseignant doit parvenir, la plupart du temps³, à négocier un contrat didactique *adéquat* – comme dit plus haut –, ce contrat étant complètement dépendant de la richesse du milieu didactique de l'élève concernant la pratique scientifique.

Nous nous interrogeons sur l'évaluation formative comme moyen d'aider les enseignants à négocier ce contrat : dans ce contexte de DI-formation, en quoi l'introduction, dans le milieu du professeur, du point de vue de l'évaluation formative, avec sa fonction didactique de régulation, peut-elle augmenter la capacité à négocier un contrat didactique *adéquat* ?

L'évaluation formative

Il sera ici question de l'évaluation de l'élève en tant que mesure du degré de sa réussite par rapport à un objectif d'apprentissage visé dans une séance. Cette mesure peut être effectuée par l'enseignant ou par l'élève lui-même et débouche sur des régulations permettant les apprentissages :

[...] pour l'élève, le sens des connaissances dont l'acquisition est formellement observée chez lui, est en fait constitué par l'ensemble des régulations d'action dans lesquelles ces connaissances entrent. (Brousseau, 1998, p.301).

L'étude se rapporte aux indices saisis par l'enseignant dans les productions orales ou écrites des élèves et aux effets induits sur sa pratique. Trois points nous semblent essentiels. Le premier est *l'interprétation par l'enseignant des données produites par les élèves* en cours de séance. Dans le cadre d'un EMI, cette interprétation dépend complètement de sa propre représentation du problème et de la pratique scientifique, mais aussi de la qualité de la préparation sur laquelle il s'appuie (le *milieu du professeur*). Le deuxième point est *la manière dont l'enseignant communique cette interprétation*, individuellement ou collectivement. Plus cette communication est enrichie en informations par le professeur, moins l'élève reste l'auteur de son action, ceci pouvant aller jusqu'à *l'effet Topaze* (*ibid.*, p.52), où l'enseignant « dit tout ». Ceci se prolonge dans le troisième point, qui est *l'exploitation de cette interprétation en classe*, par rapport aux apprentissages visés. La régulation peut ainsi être collective, dans une *dialectique de la formulation et de la validation* (*ibid.*). Par exemple, si la séance vise à apprendre à simplifier un problème en traitant des cas particuliers appropriés, desquels on dégage une généralité, le professeur peut renvoyer à toute la classe plusieurs cas particuliers étudiés par les élèves, judicieusement choisis, et organiser un *débat scientifique* sur ce qu'ils ont de commun, sur la possibilité d'en dégager une généralité. Toutefois, une telle action de régulation du professeur doit avoir été anticipée, notamment sur le plan du choix des cas particuliers et sur la formulation de la question les prenant en compte.

³ Sauf si sa pratique habituelle a déjà atteint ce niveau d'expertise.

L'évaluation formative est ainsi essentiellement considérée comme un moyen pouvant permettre d'une part, dans le contexte d'une séance, une régulation des actions du professeur et des élèves (négociation du contrat), d'autre part, dans le contexte de la préparation du cours, une anticipation de la séance, par suite une réflexion sur les savoirs en jeu et les actions possibles des élèves.

2. Conception d'une séquence EMI intégrant un outil d'évaluation

L'outil d'évaluation

Ce premier outil élaboré au sein de l'équipe pluridisciplinaire est une grille d'évaluation, commune aux différentes disciplines (figure 1), constituée de sept « compétences », chacune pouvant être située suivant quatre niveaux : correctement mise en œuvre, mise en œuvre mais avec des manques qui n'oblitérent pas la démarche, mise en œuvre mais avec des manques qui rendent la démarche non valable, non mise en œuvre.

Une grille

- Je suis capable de comprendre le problème, de commencer les recherches et de formuler des questions, de modéliser.
- Je suis capable d'émettre des hypothèses, des conjectures.
- Je suis capable de proposer un protocole et de mettre en œuvre une expérience.
- Je suis capable de mener un raisonnement cohérent, de faire une preuve.
- Je sais communiquer ma démarche par écrit ou par oral.
- Je fais preuve d'initiative, d'originalité, d'autonomie.
- Je suis capable de rester concentré, de travailler dans le calme.

Figure 1 – Le premier outil d'évaluation

L'équipe de mathématiques choisit de l'utiliser, légèrement aménagée (voir plus loin, figure 3) au cours d'une séquence de type EMI (6ème, CM2), reposant sur le problème suivant.

La séquence EMI : les diagonales d'un polygone

La séquence porte sur le nombre de diagonales d'un polygone (Balacheff, 1988). Le problème est ainsi posé aux élèves :

Quel est le nombre de diagonales d'un polygone ? Autrement dit, donner un moyen qui permette, dès que l'on connaît le nombre des sommets d'un polygone, de déterminer le nombre de ses diagonales. Expliquer toute la démarche.

Les enseignants disposent d'un document court, comportant l'essentiel de l'analyse *a priori*, notamment les apprentissages visés, la description d'une mise en œuvre en classe, des réponses possibles de la part des élèves, correctes ou non, enfin une proposition d'institutionnalisation à partir des productions des élèves.

Les objectifs d'apprentissage identifiés portent sur les savoirs sous-jacents aux catégories *Expérimenter* et *Généraliser* du modèle d'action scientifique de l'élève. Le

principal d'entre eux est ici : choisir et savoir choisir des cas particuliers, ni trop simples, ni trop complexes, de manière à pouvoir observer le généralisable derrière le particulier. Pour faire le point sur ce savoir, citons Perrin (2007, p.10) :

[...] face à un problème général, on va regarder d'abord un cas particulier, a priori plus simple, plus facile à examiner, plus aisément calculable, et le faire varier éventuellement. On examine ce qui se passe dans ce cas, on y repère des phénomènes, avec toujours en tête l'idée de généraliser ce que l'expérience nous aura montré. [...] Dans le choix des cas particuliers à étudier, il convient d'éviter certains cas triviaux, qui ne méritent pas un examen approfondi. Attention le mot trivial dépend évidemment des connaissances de chacun, il n'a pas le même sens pour un élève de l'école primaire et pour un chercheur confirmé, mais ce qui est commun à tous c'est l'idée de regarder le premier exemple non trivial, le premier que l'on ne comprend pas complètement.

Concernant le problème des diagonales, le cas du triangle est trivial puisque ce polygone n'a aucune diagonale. Il en est de même du cas du quadrilatère qui, avec ses deux diagonales, est aussi trop simple, bien qu'il permette d'induire l'idée intéressante de division par deux, résultant du constat que certaines diagonales sont comptées deux fois. Ces cas sont cependant utiles pour tester très simplement, après coup, des raisonnements plus généraux. Le pentagone et l'hexagone constituent des cas plus pertinents pour le repérage de phénomènes intéressants.

Or les stratégies initiales que vont utiliser les élèves ne sont justement pas de choisir des cas simples permettant d'induire une généralité. Ceci s'est vérifié dans de multiples expérimentations passées. Ils vont en effet choisir des polygones « complexes » (Gandit & al, 2013) ou trop simples (triangle, rectangle). Le fait que la réponse initiale attendue ne soit pas celle qu'on veut enseigner à l'élève – voir plus haut l'objectif visé – est un indicateur d'une situation d'apprentissage pertinente. Un autre indicateur, essentiel, est lié à la stratégie déployée par l'enseignant pour faire comprendre à l'élève l'inefficacité de sa procédure d'entrée dans la recherche et l'amener à en changer. Pour que l'élève soit ainsi conduit à modifier son système de connaissances (Brousseau, 1998, p.300-303), il est nécessaire que ce changement de procédure ne soit pas la réponse de l'élève à une injonction du professeur, mais à une exigence du milieu. Aussi une stratégie pertinente de l'enseignant doit-elle consister à organiser le milieu de façon adéquate. Des propositions sont faites plus loin. *A priori* cette séquence présente un bon potentiel didactique (*Problématisation* = 3 ou 4). Concernant la variable *Milieu*, la valeur dépend du passé de la classe : 1 ou 2, d'après les enseignants. Le repérage *a priori* de la séquence suivant la variable *Responsabilité* se fait par les modalités de mise en œuvre prévues : travail de réflexion individuel, travail en groupe, mise en commun, débat scientifique. Mais la valeur de cette variable est complètement liée au contrat didactique préalablement instauré, ainsi qu'à la valeur de *M*. En effet, si les notions de conjecture et de contre-exemple n'appartiennent pas au milieu de l'élève (pas nécessairement nommées sous cette forme), il sera impossible d'engager les élèves dans un débat scientifique. Enfin concernant la variable *Apprentissage*, l'explicitation des savoirs en jeu est prévue dans le document fourni aux enseignants.

Pour conclure sur cette préparation, nous ajoutons que nous avons déjà explicité auprès de l'équipe en quoi la pauvreté du milieu didactique sur le plan de la pratique scientifique empêchait la dévolution et conduisait l'enseignant à dire aux élèves comment faire (Gandit & Triquet, 2012). Cette séquence, intégrant une

institutionnalisation des savoirs en jeu, devait justement constituer une première étape dans l'enrichissement de ce milieu.

4. Mise en œuvre en classe et quelques éléments d'analyse

L'analyse porte sur des données dont nous n'avons pas organisé la collecte. La séance de démarrage de l'investigation est filmée pour chacun des enseignants, une caméra sur le professeur, une autre sur un groupe d'élèves. Des productions d'élèves sont relevées dans trois classes.

Pour l'analyse des vidéos, nous reprenons, en référence à Sensevy & al (2007), l'idée de *scènes* :

Lorsqu'on étudie une séance d'enseignement [...] on est frappé par la succession de moments à la fois connexes et clos sur eux-mêmes. Ces moments connexes, qu'on pourrait caractériser comme des "scènes" en suivant la métaphore théâtrale, se délimitent en général par une "entrée en matière", qui annonce la nouvelle scène et la démarque de la précédente, et par une "conclusion". » (*ibid.*, p.26).

Ces scènes sont analysées suivant le quadruplet (Définir, Dévoluer, Réguler, Institutionnaliser) (*ibid.*).

L'utilisation par les enseignants de la fiche d'évaluation

Quatre enseignants sur cinq introduisent cette fiche d'évaluation en classe : elle constitue l'objet central d'une *scène* dans deux des séances (Solène et Mathilde) – nous y revenons ci-dessous – mais aucun commentaire à son sujet n'est proposé dans les deux autres classes (Jean et Hervé), elle est seulement collée sur chaque copie. Le cinquième professeur (Tom) ne la fournit pas aux élèves, mais dit qu'il la prend en compte dans son enseignement.

Dans sa classe (6ème), Mathilde lance la recherche en projetant le document de la figure 2 :

Démarche de recherche.					
Je suis capable de comprendre le problème, de commencer des recherches					
Je suis capable d'émettre des hypothèses, des conjectures					
Je suis capable de mener un raisonnement cohérent, de faire une preuve					
Je sais communiquer ma démarche par écrit ou par oral					
Je fais preuve d'initiative, d'autonomie					
Je suis capable de rester concentré, de travailler dans le calme					

Énoncé:

Quel est le nombre de diagonales d'un polygone?
 Autrement dit, donne un moyen qui permette, dès que l'on connaît le nombre de sommets d'un polygone, de trouver le nombre de ses diagonales.
 Explique ta démarche. (tu laisseras toutes tes recherches)

Figure 2 – Mathilde communique la grille d'évaluation aux élèves, avec l'énoncé, et explique le mot de conjecture

La professeure commente ainsi le document projeté :

Je vous laisse lire dans vos têtes les six compétences sur lesquelles je vais mettre mon regard particulier par rapport à ce travail que vous allez faire.

Aux élèves qui posent la question, « C'est une évaluation ? », la professeure répond :

C'est pas une évaluation, c'est un travail, une démarche de recherche où on s'entraîne, et je vais voir où vous en êtes.

Dans sa classe de CM2, Solène introduit l'explicitation des items par le discours suivant :

Je vais avoir un petit papier pour chacun d'entre vous et je vais regarder plusieurs choses, d'accord ? Donc c'est un petit tableau comme ça [Solène montre le tableau aux élèves, c'est le même que celui de la figure 2]. Je vais regarder si... ».

Elle poursuit alors en détaillant chacune des phrases de la fiche.

Les discours ci-dessus montrent le positionnement des enseignantes par rapport à l'évaluation : elles s'attribuent le rôle d'évaluer et rien ne montre que les élèves peuvent y être associés (contrairement à la décision prise en équipe pluridisciplinaire). Ceci apparaît contradictoire avec les formulations utilisant « je » dans la fiche, montrant que celle-ci s'adresse à l'élève. Jean et Hervé ont la même attitude.

Nous faisons l'hypothèse que *les enseignants ont des difficultés à repérer des indices leur permettant d'évaluer l'action scientifique de l'élève, ils sont démunis sur les plans épistémologique et didactique concernant les savoirs sous-jacents*. Celle-ci va se confirmer dans la suite. L'évaluation pratiquée par les élèves eux-mêmes

amènerait nécessairement à expliciter des indicateurs, ce que ne sont pas encore prêts à faire les enseignants à ce stade du projet⁴.

L'introduction de la fiche d'évaluation permet ainsi à quatre enseignants sur cinq de communiquer ses attentes concernant la séance ($A = 1$, pour Jean et Hervé), mais aussi d'expliciter certains savoirs heuristiques ($A = 2$, pour Solène et Mathilde). Pour les cinq enseignants, la construction de cette fiche engage à une réflexion sur la pratique scientifique. Nous y revenons dans la suite.

Comprendre le problème, commencer des recherches : un malentendu

Dans la classe de Tom, la scène du lancement de la recherche – la *définition du jeu* (*ibid.*) – débute par la lecture de l'énoncé. Puis le professeur ajoute :

Dans un premier temps, vous allez chacun vous prendre cinq minutes pour bien comprendre le problème. Ceux qui ont compris le problème, vous partez dans sa résolution, et si jamais vous n'avez pas compris le problème, b...hein, vous regardez dans votre leçon s'il y a des indices, et surtout vous écrivez sur votre feuille, euh... tout ce qui vous pose problème⁵. D'accord ? S'il y a des mots que vous comprenez pas et s'il y a des mots qu'il faut qu'on vous explique, et puis dans cinq minutes, on fera un premier point d'explication... pour... euh... vous aider dans les mots que vous ne comprenez pas.

Cette introduction révèle une confusion pour Tom entre comprendre le problème et comprendre l'énoncé. Il laisse entendre qu'une fois compris les mots de l'énoncé, on a compris le problème et qu'on se lance dans sa résolution. Cette conception se révèle décalée par rapport à celle des mathématiciens : Glaeser (1990, p 9-10) écrit en effet :

L'analyse de la situation consiste à localiser les notions essentielles ; à distinguer ce que l'on sait déjà, de ce que l'on aimerait savoir ; à collecter les informations dont on pourrait avoir besoin. Pour celui qui cherche à résoudre un problème, cette première phase s'appelle : « Comprendre l'énoncé ». [...] On ne confondra pas cette étape avec celle où finalement on comprend le problème. Il est fréquent que l'on connaisse la signification de tous les mots de l'énoncé sans que l'on comprenne "où gîte le lièvre". Et brusquement on prend conscience qu'il y a un problème. Ce micro-eurêka peut survenir bien après la compréhension de l'énoncé.

Or, plusieurs fois, au cours de cette scène, Tom répète : « Notez ce que vous ne comprenez pas. » Un élève ne peut que noter certains mots qu'il ne connaît pas ou son incompréhension, ce dernier point ne pouvant guère le faire avancer. On retrouve ainsi, dans l'injonction du professeur, ce manque de ressources épistémologiques et didactiques, déjà signalé, concernant ici les savoirs relevant du bloc *Expérimenter*.

Ce malentendu se retrouve, sous une autre forme, au cours de la séance de Mathilde, comme le montre la scène suivante où entrent en jeu les quatre filles du groupe filmé, qui – il faut le signaler – prennent, dès le départ, leur travail au sérieux. 30 minutes après le début de la séance, elles pensent cependant qu'« un polygone est un triangle ». Leur recherche, « dans l'agenda et dans le dictionnaire » (figure 4), les amène à formuler qu'« une diagonale est une droite qui joint deux sommets sans

⁴ Fin de la première année.

⁵ L'utilisation du mot de problème au sens de difficulté est assez malheureuse ici.

se suivre d'un polygone ». L'une des élèves formule ainsi la réponse : « Un polygone est une forme triangulaire. Le nombre de diagonales est 2. » A ce stade, elles considèrent qu'elles ont répondu à la première question du problème, celui-ci étant, de leur point de vue, constitué de trois questions successives, comme le montre la numérotation ajoutée sur la copie (figure 4). Quelques minutes plus tard, la formulation « Autrement dit, donner un moyen qui permette, dès que l'on connaît le nombre des sommets d'un polygone, de déterminer le nombre de ses diagonales » les rend perplexes. Elles tentent d'appeler leur professeure qui, occupée par d'autres groupes, ne vient que 10 minutes plus tard. En attendant, les élèves, désespérées, « décrochent ». Une autre scène débute avec l'arrivée de l'enseignante. Une élève lui lit la réponse rapportée ci-dessus. La professeure réagit en expliquant qu'on a bien deux formulations successives de la même question. Puis elle demande aux autres membres du groupe s'ils sont d'accord avec le fait qu' « un polygone est un triangle ». Elle invoque elle-même la recherche dans le dictionnaire. Elle quitte ensuite le groupe après avoir ajouté qu'un polygone, « c'est plus que ça. » Le temps écoulé depuis l'entrée en classe est de 40 minutes. Durant tout ce temps, les élèves n'ont initié aucune action scientifique et la régulation de l'enseignante ne leur permet pas d'agir en ce sens, comme le montre la production remise par Léa, membre du groupe, en fin de séance (figure 3).

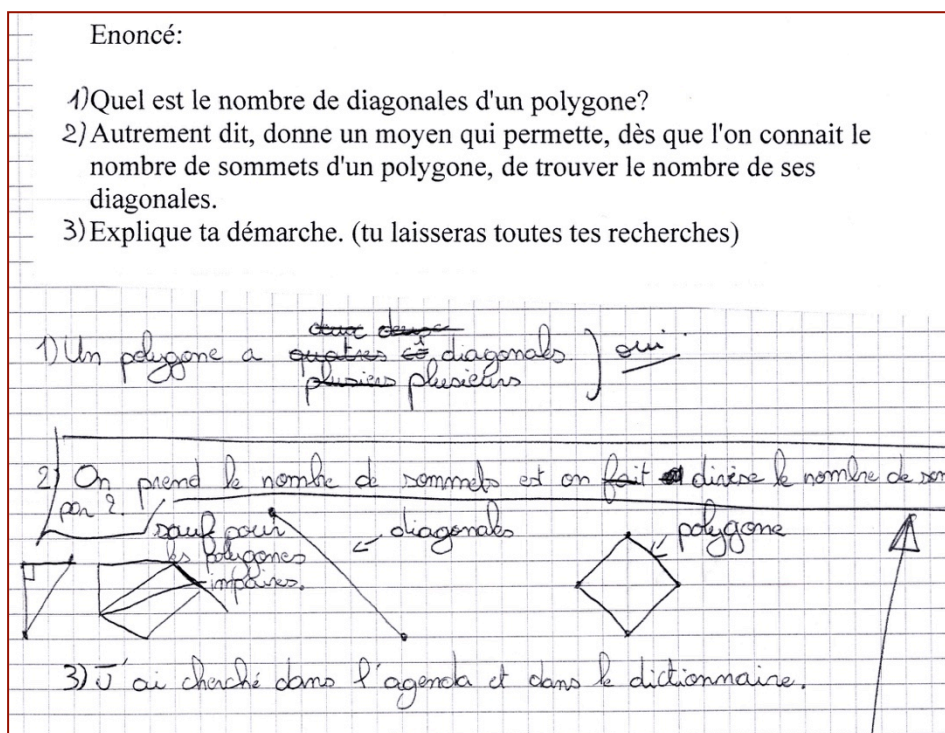


Figure 3 – Un extrait de la copie rendue par Léa, au bout d'une heure, annotée par la professeure

On voit que l'énoncé reste découpé en trois points, à chacun desquels correspond une phrase réponse. La question « C'est quoi la phrase réponse ? » revient en effet plusieurs fois dans la vidéo. Les élèves n'ont pas saisi le sens des items *comprendre le problème*, *commencer des recherches*, *émettre une conjecture*, qui figurent en haut de leur copie. Il s'agit pour elles d'une recherche documentaire « dans l'agenda et dans le dictionnaire » – et cette attitude est encouragée par l'enseignante –. La copie montre aussi des illustrations des mots de l'énoncé, qui ne sont d'ailleurs pas

pertinentes (pour diagonale, par exemple). L'intervention tardive de l'enseignante, « juste pour donner quelques indices » sur la définition d'un polygone, adressée à toute la classe, est trop molle et n'est suivie d'aucun effet sur les actions heuristiques du groupe. A la fin de la séance, en effet, l'une des élèves demande : « Dans un polygone, il y a combien de côtés ? ».

Ainsi, la régulation effectuée par Mathilde au bout de 40 minutes est inefficace pour engager les élèves dans le problème. D'une part, elle entretient le malentendu sur le sens de *chercher en mathématiques*. D'autre part, à ce moment de la séance, il est inopportun de laisser les élèves dans le doute au sujet de la définition de *polygone* et *diagonale*, compte tenu de l'objectif visé. La copie rendue en fin de séance, ainsi que la vidéo, montrent un blocage dans le *processus de dévolution*, à la fois du problème et de l'action scientifique. Les régulations de l'enseignante ne permettent pas à ces élèves, pourtant consciencieuses, d'entreprendre des actions du bloc *Expérimenter*. D'autres choix étaient possibles. Un débat scientifique partant, par exemple, du renvoi à toute la classe des phrases 1) ou 2) de la copie de Léa, avec le statut de conjecture, aurait permis une relance plus efficace. Ce type de débat aurait pu lever les malentendus concernant les savoirs en jeu dans cette situation de recherche, tels que, d'une part, les notions de polygone et de diagonale, d'autre part, *ce qu'est une conjecture* et, comme nous allons le voir ci-dessous, *comment s'y prendre pour parvenir à une conjecture*. Ce mode de régulation n'est pas utilisé par Mathilde, ni, d'ailleurs, par les autres enseignants, confrontés également à l'incompréhension de beaucoup d'élèves sur l'activité qui leur est demandée.

Savoir choisir des cas simples, pas trop complexes pour induire une généralité

Une fois comprises (à peu près) les notions de polygone et de diagonale, on constate, comme prévu – dans les cinq classes – que la plupart des élèves entrent dans le problème *par la complexité*, c'est-à-dire en tentant de compter les diagonales de polygones non convexes ou comportant un grand nombre de côtés (figure 4).

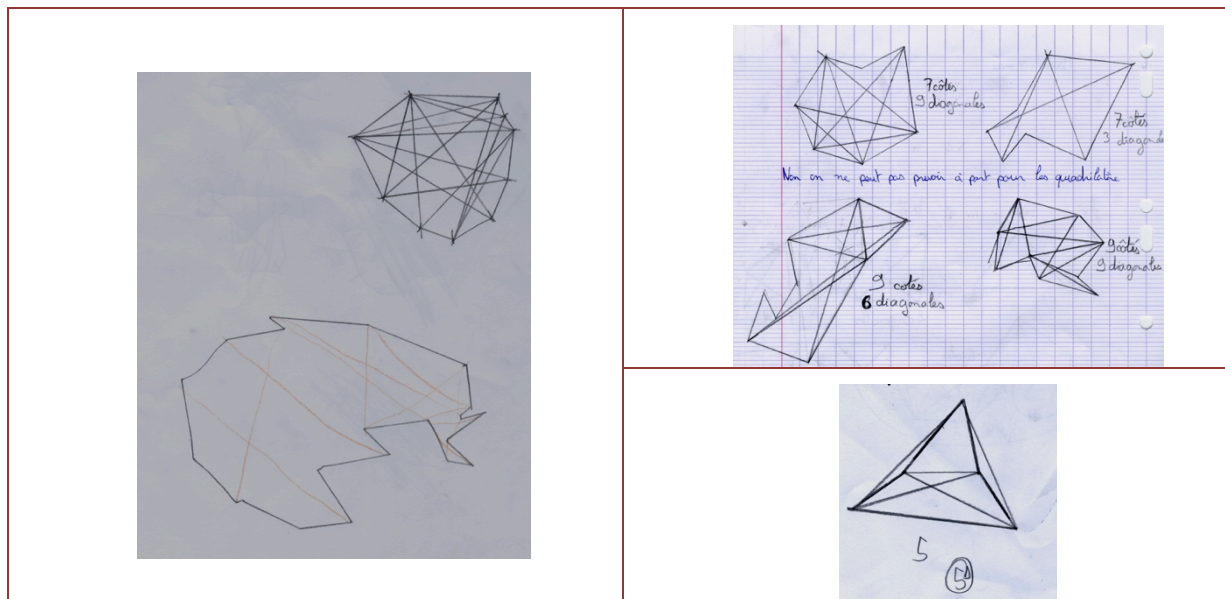


Figure 4 – Trois extraits de copies de CM2 :
les élèves introduisent naturellement de la complexité

Cette entrée par la complexité est naturelle et normale dès lors qu'on entre dans un problème nouveau. Même pour les mathématiciens :

On ne reconnaît les solutions simples que lorsqu'on a mis en œuvre [auparavant] plein d'idées et d'études complexes. » (Borelli, lors de sa conférence aux journées de l'IFÉ 2013)

Le chemin heuristique vers la conjecture n'est pas clairement tracé. Le mathématicien le sait, le professeur aussi. Mais ils ont d'autres connaissances heuristiques, qui leur permettent de repérer une voie possible. Cependant, pour la quasi-totalité des élèves, la (re)connaissance de ce qu'est un cas *simple, pertinent* dans ce problème ne fait pas partie du milieu. C'est un des apprentissages visés. Il ne peut donc être montré directement par le professeur. Celui-ci doit réguler les actions des élèves (du bloc *Expérimenter*) sans indiquer comment faire, autrement dit par un contrat didactique *adéquat* (valeurs 3 ou 4 des variables *P* et *R*).

D'autres extraits de scènes montrent que les régulations des enseignants ne relèvent pas d'un contrat didactique adéquat, comme nous l'avons déjà constaté lors d'une étude précédente (Gandit & al, 2013). Nous ne donnons ci-dessous qu'un seul extrait, issu de la classe de Solène.

L'enseignante fait remarquer à un élève qui a dessiné un hexagone non convexe :

Alors ceux-là, tu vois, euh, de polygones, on va pas s'en occuper parce que ceux-là, ils sont un peu particuliers, parce que, tu vois..., là, je peux faire une... euh... diagonale, là, entre là et là... Non, c'est pas une diagonale d'ailleurs... Si, c'est une diagonale, là, il y a un point... là, il y a un point, là il y a un point, là, tu peux faire une diagonale, mais elle est pas dans la figure. Ça, c'est un polygone, un peu particulier. On va pas faire avec ceux-là. Nous, on va faire que... avec des polygones, tu vois, qui sont comme ça, et les diagonales, elles sont à l'intérieur du polygone. D'accord ?

Cette remarque est réitérée à destination d'autres élèves de la classe, qui ont considéré aussi des polygones non convexes. Ainsi Solène tente d'éliminer, dans les cas étudiés par les élèves, ceux des polygones non convexes, qui sont effectivement plus complexes. L'injonction de faire simple, réitérée également par Tom, Jean, ne peut pas être comprise des élèves. La plupart d'entre eux ne peuvent savoir comment choisir les cas particuliers pertinents à étudier, sans que cette connaissance ait été construite, au moins partiellement. Elle est liée à l'idée de dégager une généralité. Cette construction aurait pu résulter d'un débat scientifique s'appuyant sur des productions d'élèves. L'idée de généralisation était en effet présente dans certaines productions d'élèves. La figure 5, par exemple, montre la découverte d'une méthode de comptage des diagonales, elle-même liée à la coloration des diagonales issues d'un même sommet.

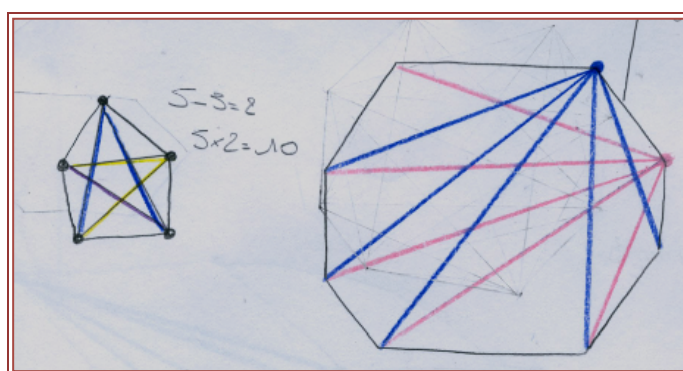


Figure 5 – L'élève (CM2) utilise de la couleur comme une méthode de raisonnement

L'idée de généralisation est également présente dans la production de la figure 6 : l'élève tente de repérer des régularités entre le nombre de diagonales et le nombre de sommets.

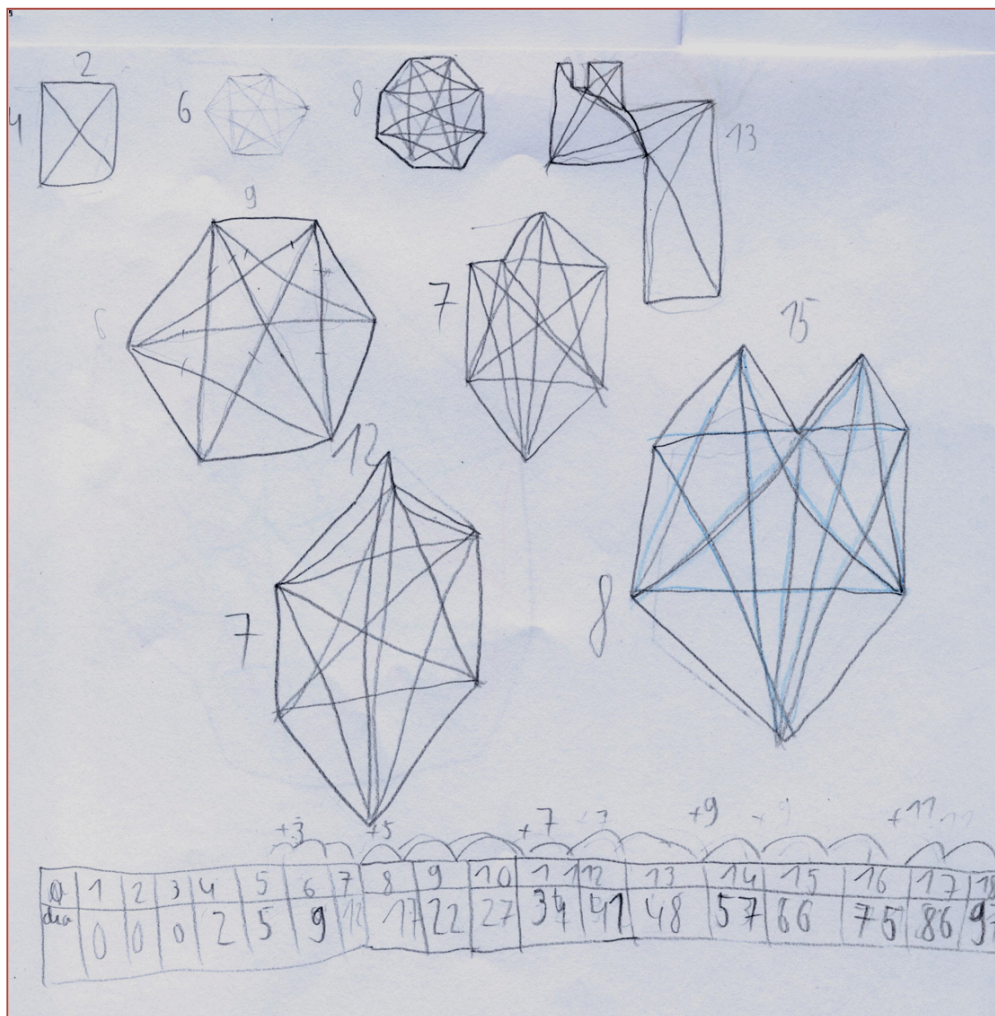


Figure 6 – L'élève (CM2) a l'idée de repérer une généralité derrière différents cas particuliers

De telles productions auraient permis, dans le cadre d'un débat scientifique, la confrontation d'études de cas compliqués, sans recherche de méthode (généralisable) et de stratégies de découverte de généralisation (coloration, mise en relation des nombres de diagonales et de sommets...). Ce type de régulation aurait pu débloquent certains élèves enfermés dans le comptage, non méthodique, des diagonales de polygones complexes, ainsi que d'autres attachés aux cas du triangle et du quadrilatère.

Ainsi les enseignants saisissent bien auprès des élèves des indices d'actions qui relèvent du bloc *Expérimenter*, mais les régulations proposées, qui restent la plupart du temps adressées au petit groupe, ne favorisent pas l'engagement dans l'action scientifique, par suite ne permettent pas l'apprentissage visé.

Conclusion

L'action scientifique de l'élève, modélisée en catégories (*Expérimenter*, *Généraliser*, *Questionner*, *Communiquer*), peut être favorisée par un enseignement des mathématiques relevant de l'investigation, sous certaines conditions portant sur le type de tâches, le milieu et le contrat didactiques, comme décrit dans le *modèle* EMI.

Notre questionnement portait sur l'évaluation formative comme moyen d'augmenter la capacité à négocier un contrat didactique adéquat, dans le contexte d'une séance sur un « bon » problème (type de tâches adéquat). Or le premier outil d'évaluation construit révèle des malentendus sur le sens des savoirs relatifs aux catégories *Expérimenter* et *Généraliser*, qu'il semble nécessaire de lever, d'abord du côté des enseignants, ensuite du côté des élèves. Plusieurs scènes saisies au cours des séances étudiées pointent en effet que la régulation proposée par l'enseignant ne favorise pas l'action scientifique de l'élève, ainsi que sa réticence à associer l'élève à cette évaluation. Le contexte de travail avec les enseignants (*DI-formation*) nous permet cependant d'envisager des pistes pour enrichir le milieu du professeur et l'aider à adopter le point de vue de l'évaluation.

Tout d'abord, l'explicitation préalable (à la séance) d'indicateurs de *l'action scientifique de l'élève* (ou de l'absence de celle-ci) dans le contexte du problème choisi, constituerait une aide à l'enseignant pour évaluer ce que produit l'élève. Ensuite, une institutionnalisation sur ces indicateurs aiderait également les élèves à initier des actions liées aux blocs *Expérimenter* et *Généraliser*. Enfin un troisième moyen de régulation, suggéré à plusieurs reprises dans ce texte, consisterait, pour le professeur, à s'appuyer sur des indices d'actions d'élèves du type *Expérimenter* et *Généraliser*, saisis dans les productions orales ou écrites, pour organiser au niveau de la classe un débat scientifique. L'objectif d'un tel débat, dans une dialectique de formulation, validation, serait, d'une part, de développer l'action scientifique de l'élève, d'autre part, de rendre visibles des indicateurs de cette action. Dans le même temps, l'animation d'un tel débat – sous réserve qu'il soit anticipé – constituerait une aide à gérer la complexité naturellement introduite par les élèves.

Ces pistes sont actuellement poursuivies dans la suite de la recherche, entraînant, du fait du travail de type DI-formation, une réflexion d'ordre épistémologique et didactique sur la pratique scientifique.

Merci à Céline Lepareur et David Cross pour la réalisation des vidéos.

Bibliographie

- BALACHEFF N. (1988), *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège*, Thèse de doctorat. Université J. Fourier Grenoble.
- BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- GANDIT M., GIROUD N. & GODOT K. (2011), « Les situations de recherche en classe : un modèle pour travailler la démarche scientifique en mathématiques », *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique. Pratiques de classe, travail collectif enseignant, acquisition des élèves*, M. Grangeat (dir.), Lyon, Ecole normale supérieure, p.38-51.
- GANDIT M., TRIQUET E. & GUILLAUD J.-C. (2012), « Des représentations sur les démarches d'investigation aux pratiques de classe : le cas d'enseignants débutants en mathématiques et en sciences expérimentales », *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone (EMF) 2012*, Groupe de Travail n°10 : La démarche d'investigation dans la classe : fondements et pratiques. Genève, 3-7 février 2012, <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>, consulté le 20 juillet 2013.
- GANDIT M., TRIQUET E. & GUILLAUD J.-C. (2013), « Séances d'investigation en classe en mathématiques et en sciences expérimentales », *Symposium Pratiques enseignantes et*

- démarches d'investigation en sciences*, In G. Gueudet (dir.), *Actes du colloque Formes d'éducation et processus d'émancipation*, mai 2012. Rennes, http://python.bretagne.iufm.fr/recace/fepe_2012/plage_4.html, consulté le 20 juillet 2013.
- GLAESER G. (1990), *Analyse et synthèse*, Lyon, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
- GRANGEAT M. (dir.) (2011), *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique, Pratiques de classe, travail collectif enseignants, acquisition des élèves*, Lyon, Ecole Normale Supérieure.
- GRANGEAT M. (dir.) (2013), *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation, Des formations et des pratiques de classe*, Grenoble, Presses universitaires de Grenoble.
- GRENIER D. & PAYAN C. (2002), « Situations de recherche en classe : essais de caractérisation et proposition de modélisation », *Cahiers du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques*, Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.
- GUEUDET G. & LEBAUD M.-P. (2013), « Démarches d'investigation en sciences, collectifs dans la formation des enseignants : enquête sur un lien complexe », *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation, Des formations et des pratiques de classe*, M. Grangeat (dir.), Grenoble, Presses universitaires de Grenoble, p.95-113.
- IFé (Institut Français de l'Éducation) (2013), Bulletin de la recherche n°25. <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/bulletins/2013/bulletin-nb025>, consulté le 25/05/2014.
- LEGRAND M. (1990), « Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique », *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3, p.365-406.
- OECD (2000), *Measuring Student Knowledge and Skills: A new Framework for Assessment*, Paris, OECD.
- PASTORI M. (2013), « Faire pratiquer une démarche d'investigation en classe en mathématiques : un exemple de coopération entre enseignants et chercheurs », *Les enseignants de sciences face aux démarches d'investigation, Des formations et des pratiques de classe*, M. Grangeat (dir.), Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble, p.45-58.
- PERRIN D. (2007), « L'expérimentation en mathématiques », *Petit x*, n°73, Grenoble, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, p.6-34.
- ROCARD M., CESRMLEY P., JORDE D., LENZEN D., WALBERG-HERNIKSSON H., HEMMO V. (2007), *Science education NOW: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe*. Retrieved March 2010, from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf, consulté le 27 janvier 2014.
- SENSEVY G. (2007), « Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique », *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, G. Sensevy & A. Mercier (dirs.), Rennes, Presses universitaires de Rennes, p.13-49.