



HAL
open science

Identification du signal source dans un problème de transmission

Ginette Saracco

► **To cite this version:**

Ginette Saracco. Identification du signal source dans un problème de transmission. [Rapport de recherche] Publications du LMA, numéro 131, LMA. 1991, 83 p. hal-01365725

HAL Id: hal-01365725

<https://hal.science/hal-01365725>

Submitted on 13 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PUBLICATIONS DU L.M.A.

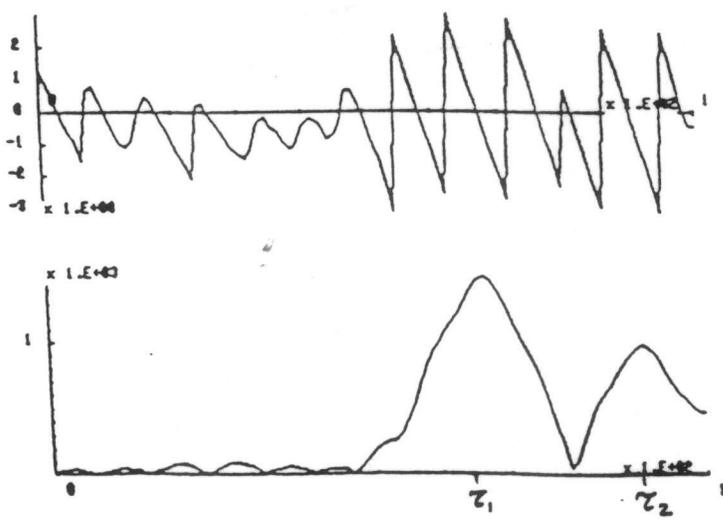
n° 131 (juin 1991)



NOTES SCIENTIFIQUES

IDENTIFICATION DU SIGNAL SOURCE DANS UN PROBLEME DE TRANSMISSION

Ginette SARACCO



NOTE SCIENTIFIQUE n° 131 (juin 1991) IDENTIFICATION DU SIGNAL SOURCE DANS UN PROBLEME DE TRANSMISSION Ginette SARACCO

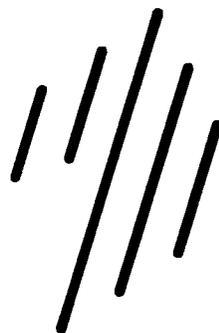
Légende de la figure de couverture :

Reconstruction du signal sonore à partir de la mesure de la pression acoustique totale dans le second milieu :

- a) phase
- b) module.

PUBLICATIONS DU L.M.A.

n° 131 (juin 1991)



NOTES SCIENTIFIQUES

IDENTIFICATION DU SIGNAL SOURCE DANS UN PROBLEME DE TRANSMISSION

Ginette SARACCO

MEC

PHYS

Publication répertoriée dans la base PASCAL de l'INIST



Sommaire.

| | |
|---|-------|
| I - Introduction générale. | p. 5 |
| II - Propagation d'ondes sphériques dépendant arbitrairement du temps: Problème inverse. | p. 9 |
| II - 1. Rappel des résultats acquis dans le cas du problème direct. | p. 9 |
| II - 2. Problème inverse: Reconstruction de la dépendance temporelle du signal source. Formules de reconstruction. | p. 10 |
| 2.1. Relation entre pression et coefficient d'ondelettes. | p. 10 |
| 2.2. Expressions des deux types d'ondelettes analysantes pour la reconstruction du signal. | p. 13 |
| 2.2.a. Ondelette analysante associée à la contribution géométrique. | p. 14 |
| 2.2.b. Ondelette analysante associée à la contribution de surface. | p. 15 |
| 2.3. Reconstruction du signal source. | p. 16 |
| II - 3. Problème inverse: Reconstruction de la dépendance temporelle du signal source. Applications numériques. | p. 20 |
| 3.1. Evaluations numériques. | p. 21 |
| 3.2. Analyse des résultats obtenus. | p. 22 |
| 3.3. Représentations graphiques. | p. 23 |
| II - 4. Conclusion. | p. 79 |
| Références du chapitre II | p. 80 |

I - Introduction générale.

Dans cette étude nous nous sommes intéressés à un type particulier de problème inverse, spécifique à la propagation d'ondes acoustiques transitoires (signal dépendant arbitrairement du temps) à travers un milieu inhomogène fluide.

A partir de la mesure du champ de pression transmis dans un milieu, nous voulons identifier le signal source d'origine émis (signature acoustique).

Pour cela nous chercherons à élaborer une formule de reconstruction de la partie temporelle du signal source originel et définirons le domaine de validité ainsi que les conditions nécessaires. Nous appliquerons cette formule de reconstruction au cas d'une source émettrice située dans l'air, pour des récepteurs se trouvant dans l'eau (cas typique de l'acoustique sous-marine). Des évaluations numériques seront présentées pour différentes positions des hydrophones (antenne verticale), en fonction de la distance radiale source-hydrophones.

1) Reconstruction de la dépendance temporelle du signal-source.

On considère dans l'espace tridimensionnel deux milieux homogènes séparés par une interface plane. Le milieu de plus faible célérité contient une source ponctuelle qui émet un signal dépendant arbitrairement du temps. A partir de la mesure de la pression transmise dans le second milieu, on cherche à reconstruire la dépendance temporelle $F(t)$ du signal-source.

Pour une distance radiale fixe et un temps d'observation donné, on montre que le milieu où se trouve le point d'observation, peut être approché par une série de filtres à $\Delta f/f = C^{ste}$ (f étant la fréquence). Par analogie à la formule dite de "reconstitution simple" de la transformée en ondelettes, nous pouvons élaborer une formule de reconstruction de la fonction temporelle associée à la source. Cette fonction est donnée par la somme d'une signal originel et de sa réplique décalée dans le temps, tant que la durée du signal source émis est plus petite que l'intervalle de temps séparant les deux échos (échos mis en évidence lors du problème direct).

En effet, on montre que la pression acoustique transmise totale s'écrit sous forme intégrale comme le produit de la transformée de Fourier du signal temporel $F(t)$ par une famille de pseudo-ondelettes Γ_r qui dépend de deux paramètres, la fréquence temporelle $\omega/2\pi$ et la profondeur z . Cette fonction n'est autre que la pression associée à la contribution "géométrique" $\Gamma_{\text{géo}}$ et de "surface" Γ_{sur} ("latérale") de la fonction de Green. Nous obtenons ainsi l'analogie de la transformée en ondelettes du signal temporel où la pression mesurée joue un rôle équivalent à celui d'un coefficient d'ondelettes.

Une remarque est à faire: les fonctions de Green $\Gamma_{\text{géo}}$ et Γ_{sur} ne sont pas formellement des ondelettes. Néanmoins, leur support fréquentiel vérifie une loi de comportement en $\frac{\Delta\omega}{\omega} = C^{\text{st}}$, lorsque z varie. On peut donc modéliser le champ de pression acoustique transmis, le long d'une verticale (distance radiale r fixe) comme étant le résultat d'un "filtrage multi-échelle" à $\frac{\Delta\omega}{\omega} = C^{\text{st}}$, où la profondeur z joue le rôle de paramètre de dilatation. Les fonctions Γ_{sur} et $\Gamma_{\text{géo}}$ jouent alors le rôle d'une famille de "pseudo-ondelettes". En particulier, la fonction de Green Γ_{sur} s'écrit comme l'ondelette de T. Paul.

Les expressions analytiques permettant la reconstruction du signal ont pu être établies sous des hypothèses "hautes fréquences" de la source (approximation asymptotique sur la variable spatiale). C'est-à-dire que chaque composante spectrale de la source doit vérifier la condition d'asymptotisme $\frac{\omega_r}{c_1} \gg 1$, (c_1 célérité du milieu 1 où se trouve la source).

2) *Evaluations numériques: Application numérique au cas du dioptre air-eau.*

Les évaluations numériques de ce problème en revanche n'utilisent pas d'approximation asymptotique et tiennent compte de l'ensemble des contributions ("géométrique", de "surface" et "évanescence") [17,26]. Les

résultats numériques simulent la propagation d'une gaussienne modulée (ondelette de Morlet).

Ces travaux peuvent déboucher sur la réalisation d'une antenne verticale spécifique et sur l'élaboration de traitements appropriés. En effet, les capteurs seraient disposés suivant un réseau ou grille par analogie à la transformée en ondelettes discrète. La connaissance de la pression (coefficient d'ondelettes), à toute profondeur suivant une même verticale pourrait ne plus être nécessaire, grâce à l'existence de formules d'interpolation de la transformée en ondelettes.

Expérimentalement, à partir de mesures de pression le long d'une même verticale dans l'eau, on reconstruit une fonction temporelle associée au signal source émis dans l'air. Deux séries d'expériences ont été réalisées en laboratoire. Les signaux source émis à 1m du plan d'eau ont été d'une part une gaussienne modulée (ondelette de Morlet), d'autre part un train d'ondes modulées linéairement en fréquence et convolué par une fenêtre gaussienne. La pression transmise mesurée à différentes profondeurs pour une distance radiale de 1m et 1,5m a été ensuite numérisée et enregistrée sur disque dur de façon à pouvoir être traitée numériquement sur ordinateur. Les données expérimentales sont en cours d'exploitation.

La validation théorique de ces résultats à un milieu stratifié fluide (milieu marin présentant un gradient de célérité et de densité dépendant de la profondeur) est envisageable.

II - Propagation d'ondes sphériques dépendant arbitrairement du temps: Problème inverse.

II - 1. Rappel des résultats acquis dans le cas du problème direct [16-18, 20, 21-26].

Dans le cas du problème direct, l'étude théorique et numérique par transformation en ondelettes de la propagation d'ondes sphériques en régime impulsionnel a permis de mettre en évidence l'existence et l'influence de la contribution de "surface" pour des fréquences audibles. Le calcul numérique du potentiel acoustique associé aux différentes contributions ("géométrique", de "surface" et "évanescence") du champ transmis total a pu être obtenu de façon précise en n'importe quel point d'observation et à n'importe quel instant, grâce aux propriétés, d'une part de la transformée en ondelettes et d'autre part de l'ondelette analysante (stabilité du calcul numérique pour des fonctions présentant pourtant des singularités particulières).

Nous avons pu montrer ainsi que la contribution de "surface" contrairement à la contribution "géométrique" présentait un caractère "dispersif" (atténuation différente de celle-ci en fonction de la fréquence et de la profondeur). Pour de faibles valeurs du paramètre d'échelle nous avons obtenu à partir d'une certaine distance radiale, un phénomène transitoire très bref (échos), échos que l'on a retrouvés dans le champ transmis total. L'analyse temps-échelle du champ de pression transmis expérimental en régime impulsionnel a permis de retrouver pour de grandes distances radiales, conformément aux résultats théorique et numérique, ce phénomène d'échos. La transformée en ondelettes a permis enfin de montrer qu'il était possible de localiser et de calculer avec précision l'arrivée des différents fronts d'ondes.

La mise en évidence, à des instants particuliers, de phénomènes d'échos dépendant de la géométrie du problème, et de la fréquence du signal émis, permet d'envisager l'étude de la reconstruction du signal source à partir de la mesure du champ de pression transmis dans le second milieu.

II - 2. Problème inverse: Reconstruction de la dépendance temporelle du signal source, formules de reconstruction [32,38]

2.1. Relation entre pression et coefficient d'ondelettes

On considère dans l'espace tridimensionnel deux milieux homogènes séparés par une interface plane. Le milieu de plus faible célérité contient une source ponctuelle S qui émet un signal dépendant arbitrairement du temps $F(t)$. A partir de la mesure de la pression transmise dans le second milieu, on cherche à reconstruire la dépendance temporelle du signal-source, lorsque les récepteurs se trouvent à une distance radiale r grande par rapport à la verticale issue de la source.

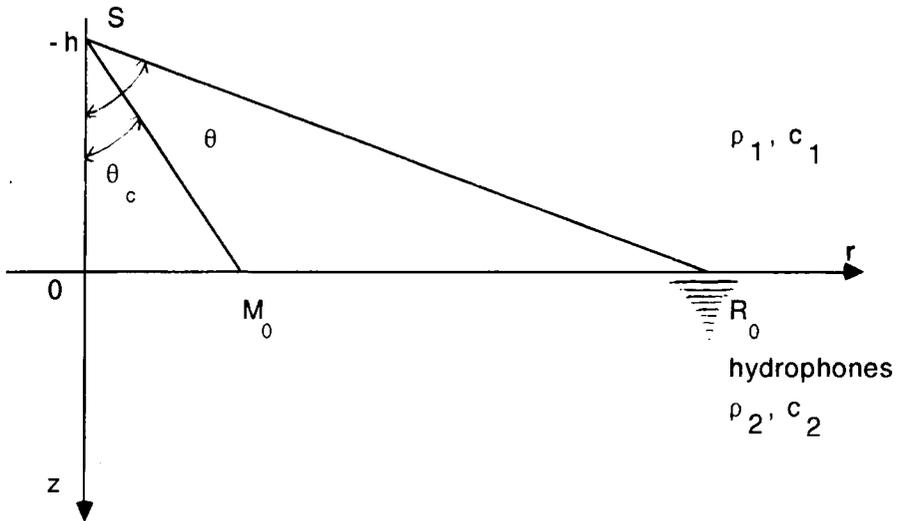


figure 1: Représentation schématique du problème inverse avec antenne verticale.

$$m = \frac{\rho_1}{\rho_2} \approx 850 \text{ (rapport des densités),}$$

$$n = \frac{c_1}{c_2} \approx 0.23 \text{ (rapport des célérités),}$$

$$\theta_c = \arcsin n \approx 13^\circ \text{ (angle critique).}$$

L'expression de la pression transmise totale est d'après [1]:

(1)

$$P_{\text{tot}}(r,z,t) = \frac{\rho_2}{\pi c_1} \int_{u=0}^{\infty} \left\{ \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \hat{F}(\omega) \omega^2 \frac{e^{\frac{i\omega}{c_1} [h\sqrt{1-u^2} + z\sqrt{n^2-u^2}]}{m\sqrt{1-u^2} + \sqrt{n^2-u^2}}} J_0\left(\frac{u\omega r}{c_1}\right) e^{-i\omega t} d\omega \right\} u du$$

La pression transmise totale P_{tot} peut encore s'écrire sous la forme suivante:

$$(2.a) \quad P_{\text{tot}}(r,z,t) = \text{Cste} \int \hat{F}(\omega) \hat{\Gamma}_r(\omega,z) e^{-i\omega t} d\omega ,$$

où

$$(2.b): \quad \omega = \frac{\mu c_1}{u} ,$$

μ : fréquence spatiale, ω : fréquence temporelle, c_1 : célérité du milieu 1.

L'intégrand est alors le produit de la transformation de Fourier du terme source temporel $F(t)$ par une fonction Γ_r qui dépend de deux paramètres, la fréquence temporelle ω et la profondeur z . Cette fonction n'est autre que la pression associée à la contribution "géométrique" et de "surface" ("latérale") de la fonction de Green pour une distance radiale r fixe.

Nous pouvons par analogie à la définition de la transformée en ondelettes L_F [2], associer l'expression (2) à l'expression de la transformation en ondelettes du signal source \hat{F} dans l'espace dual des fréquences.

Nous rappelons que si L_F est la transformée en ondelettes d'une fonction $F(t)$, avec pour ondelette analysante $g(t)$, celle-ci s'écrit comme le produit scalaire de cette fonction par la famille d'ondelettes dilatée et translatée:

$$(3) \quad T^{bDa}[g(t)] = a^{-1/2} g\left(\frac{t-b}{a}\right), \text{ (suivant la normalisation } L^2\text{).}$$

(b,a) représente le demi-plan temps-échelle ($a>0, b \in \mathbb{R}$).

soit: (4)
$$L_F(b,a) = a^{-1/2} \int F(t) \bar{g}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

Notons: $\hat{F}(\omega)$ la transformée de Fourier de la fonction $F(t)$,
et $\hat{g}(\omega)$ la transformée de Fourier de l'ondelette
analysante $g(t)$.

La transformée ondelettes L_F sera alors le produit scalaire
de la fonction $\hat{F}(\omega)$ par l'ondelette analysante dilatée et translatée dans
l'espace fréquentiel:

(5)
$$T^b D^a [\hat{g}(\omega)] = a^{1/2} \hat{g}(a\omega) \exp(-ib\omega) ,$$

Soit l'expression:

(6)
$$L_F(b,a) = a^{1/2} \int \hat{F}(\omega) \bar{\hat{g}}(a\omega) \exp(-ib\omega) d\omega .$$

Nous avons égalité des expressions (4) et (6), et l'ondelette
analysante vérifie la condition d'admissibilité suivante:

(7)
$$\int \frac{|\hat{g}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty .$$

Après analyse des expressions (2) et (6), nous avons une analogie
entre le coefficient d'ondelettes $L_F(b,a)$ et la pression transmise totale
observée pour une distance radiale r fixe $P_{tot}(t,z)$.

(8)
$$L_F(b,a) \approx P_{tot}(t,z)$$

Nous pouvons envisager d'extraire des ondelettes analysantes
nécessaire à la reconstruction du signal. Cette reconstruction par
rapport aux problèmes inverses classiques ne demande pas une
inversion de l'opérateur de propagation, et le problème de la
déconvolution du signal source ne se pose pas.

2.2. Expressions des deux types d'ondelettes analysantes pour la reconstruction du signal.

Si la pression transmise est le résultat d'un filtrage appliqué au signal source $F(t)$, avec comme fonction de transfert $\hat{F}_r(\omega, z)$, le rôle joué par la fonction $\hat{F}_r(\omega, z)$ (fonction de Green associée aux différentes contributions d'ondes) est "analogue" à celui de l'ondelette analysante $\hat{g}(a\omega)$ avec comme paramètre d'échelle, la profondeur z .

Une expression analytique de ces contributions peut être obtenue en effectuant l'intégrale sur la variable u sous des conditions asymptotiques. Dans ce cas la fonction $\hat{F}_r(\omega, z)$ se décompose en deux contributions [1]:

$$(9) \quad \hat{F}_r(\omega, z) = \hat{F}_{\text{géo}}(r, \omega, z) + \hat{F}_{\text{sur}}(r, \omega, z)$$

$$\text{avec:} \quad \hat{F}_{\text{géo}}(r, \omega, z) = \gamma_{\text{géo}}(r, z, h) i\omega e^{i\omega(SM/c_1 + MR/c_2)}$$

$$\hat{F}_{\text{sur}}(r, \omega, z) = \gamma_{\text{sur}}(r, h) i\omega e^{i\omega SR_0/c_1} e^{-\alpha |\omega| z/c_2}$$

$$\text{et } \alpha = \sqrt{\frac{r^2}{r^2+h^2} - n^2}$$

Une remarque est à faire: Les fonctions $\Gamma_{\text{géo}}$ et Γ_{sur} associées respectivement aux contributions "géométrique" et de "surface" ne sont pas "formellement" des ondelettes. Néanmoins, leur support fréquentiel vérifie une loi de comportement à $\frac{\Delta\omega}{\omega} = C^{\text{st}}$, lorsque le paramètre z varie.

En effet, plaçons nous à grande distance radiale r (ie: dans une zone d'incidences sur-critiques $\frac{r}{h} > \frac{n}{\sqrt{1-n^2}}$). La profondeur z est considérée comme faible par rapport aux autres grandeurs physiques.

2.2.a. Ondelette analysante associée à la contribution géométrique.

Considérons la fonction de Green $\Gamma_{\text{géo}}$. Nous sommes dans les conditions où :

(10) $u = \sin\theta = n - \epsilon$ (ϵ petit), n indice de réfraction

$n = \frac{c_1}{c_2}$, θ angle d'incidence tel que: $\theta = \text{arctg} \frac{r}{h}$ et θ_c l'angle critique, $\theta_c = \arcsin n$.

Nous avons la relation: (11): $r = h \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} + z \frac{u}{\sqrt{n^2 - u^2}}$

D'après (10) et (11), la profondeur vérifie alors:

(12) $z = \sqrt{2n\epsilon} \left(\frac{r}{n} - \frac{h}{\sqrt{1-n^2}} \right) + o(\epsilon^{3/2})$

L'expression $\hat{\Gamma}_{\text{géo}}$ s'écrit alors, si $\omega > 0$:

(13.a) $\hat{\Gamma}_{\text{géo}} = 2r \sqrt{\frac{n}{r}} \left(\frac{r}{n} - \frac{h}{\sqrt{1-n^2}} \right)^{-3/2} z \omega e^{i\omega\tau_1} e^{i[\omega \alpha z^2/c_1]} + o(\epsilon^{3/2})$

avec

(13.b) $\tau_1 = \frac{h\sqrt{1-n^2} + nr}{c_1}$ et $\alpha = \left(\frac{r}{n} - \frac{h}{\sqrt{1-n^2}} \right)^{-1}$

Soit:

(14) $\hat{\Gamma}_{\text{géo}} = C^{\text{st}}(r, h) \omega z e^{i(\omega z^2/\alpha c_1)}$
 $= C^{\text{st}} \frac{1}{z} \omega \hat{g}_1(\omega z^2).$

La fonction analysante est alors:

(15) $\hat{g}_1(\omega) = \omega e^{i(\omega/\alpha c_1)}$

2.2.b. Ondelette analysante associée à la contribution de surface.

Nous obtenons pour la contribution de "surface" ($\omega > 0$), la fonction \hat{f}_{sur} :

$$(16.a) \quad \hat{f}_{sur} = \omega i \frac{2hz e^{i\omega\sqrt{r^2+h^2}/c_1}}{(r^2+h^2)\left(\frac{mh}{\sqrt{r^2+h^2}} + i\sqrt{\frac{r^2}{r^2+h^2} - n^2}\right)} e^{-\omega z \xi / c_1},$$

où

$$(16.b) \quad \xi = \sqrt{\frac{r^2}{r^2+h^2} - n^2} \quad \text{et} \quad \tau_2 = \sqrt{r^2+h^2}/c_1$$

$$(17) \quad \begin{aligned} \text{Soit:} \quad \hat{f}_{sur} &= \frac{2h C^{st}(r,h)}{(r^2+h^2)} \omega z e^{-\omega z/\xi c_1} \\ &= C^{st} z \omega \hat{g}_2(\omega z), \end{aligned}$$

L'ondelette analysante $\hat{g}_2(\omega)$ est ici l'ondelette de T. Paul [24]:

$$(18) \quad \boxed{\hat{g}_2(\omega) = \omega e^{-(\omega \xi / c_1)}}.$$

Pour les valeurs de $\omega < 0$, on utilise la symétrie hermitienne:

$$\hat{f}(\omega) = \bar{\hat{f}}(-\omega).$$

On peut donc modeliser le champ de pression acoustique transmis, le long d'une verticale (distance radiale r fixe) comme étant le résultat d'un "filtrage multi-échelle" à $\frac{\Delta\omega}{\omega} = C^{st}$, où la profondeur z joue le rôle de paramètre de dilatation. Les fonctions \hat{f}_{sur} et $\hat{f}_{géo}$ jouent alors le rôle d'une famille de "pseudo-ondelettes", pour chaque valeur donnée de la distance radiale.

2.3. Reconstruction du signal source.

Le problème que l'on se pose est de savoir s'il est possible de restituer le signal source par une formule inverse analogue à la transformation en ondelettes inverse, en l'occurrence la formule dite de reconstitution simple ?

La formule de reconstitution simple a l'avantage de reconstruire le signal par simple sommation des coefficients d'ondelettes sur le paramètre de dilatation, c'est-à-dire:

$$(19) \quad F(t) = \operatorname{Re} \left[K_g^{-1} \int a^{-1/2} L_F(t, a) \frac{da}{a} \right]$$

où K_g est une constante non nulle définie par:

$$(20) \quad K_g = (2\pi)^{1/2} \int \frac{\hat{g}(\omega)}{|\omega|} d\omega$$

L'ondelette analysante doit vérifier dans ce cas la condition d'admissibilité suivante:

$$(21) \quad \int \frac{\hat{g}(\omega)}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (\text{et } \neq 0)$$

Autrement dit: est-ce-que par simple sommation de la pression transmise totale (coefficient d'ondelettes) le long d'une même verticale (variation du paramètre d'échelle z pour une distance radiale r fixée), nous pouvons obtenir le signal source? si oui, sous quelles conditions?

Nous devons calculer l'intégrale:

$$(22.a) \quad \ln(r, t) = \int_{z=0}^{\infty} P_{\text{tot}}(r, z, t) dz$$

soit:

$$(22.b) \quad \int_{z=0}^{\infty} e^{i\omega/c_1 z \sqrt{n^2-u^2}} dz$$

avec $\sqrt{n^2-u^2}$ définie par $i \operatorname{sgn}(\omega) \sqrt{|n^2-u^2|}$ si $u > n$

Introduisons l'opérateur de Poisson agissant dans $L_2(\mathbb{R}^n)$:

$$\Pi_z = e^{-z\Lambda} \quad \text{où } z > 0 \quad \text{et} \quad \Lambda = \sqrt{-\Delta}$$

et définissons l'opérateur: $Q_z = -z \frac{dz}{z}$

A cause du fait que Π_y est une approximation de l'identité, c'est-à-dire que:

$$\lim_{z \rightarrow 0} \Pi_z = I \quad \text{et} \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \Pi_z = 0$$

Nous pouvons déduire la décomposition de l'identité suivante:

$$(23) \quad I = \int_0^{\infty} Q_z \frac{dz}{z}$$

Cette expression est connue sous le nom de décomposition de Littlewood-Paley . En Remarquant que $\frac{dz}{z}$ est la mesure invariante par dilatation sur \mathbb{R}^+ , nous pouvons déduire de (23) une expression qui se trouve être la transformée en ondelettes inverse [].

L'expression (23) permet notamment d'analyser un signal avec une chaîne continue de filtres associés à l'opérateur Q_z , soient $Q_z(\omega)$ ces filtres :

$$Q_z(\omega) = z |\omega| e^{-y|\omega|}$$



Ces filtres dépendent de la profondeur z et de la fréquence ω . Ce sont des sphères centrées de R^n de rayons $1/z$ et largeur de bande $\Delta Q_z = \frac{c_n}{z}$ (c_n est une constante qui dépend de la normalisation).

D'autre part $Q_z(\omega)$ tend vers zéro à l'origine. Une telle propriété est nécessaire pour assurer la convergence de l'intégrale (23) en $z=0$.

De façon similaire, nous avons convergence de l'intégrale (22.b) en $z=0$. Les conditions de causalité de la source et de rayonnement de l'énergie à l'infini assure la convergence de l'intégrale (22.b) en $z \rightarrow \infty$.

Les filtres $Q_z(\omega)$ sont ici déduit des expressions (14) et (17). Nous pouvons calculer l'expression (22.a).

Supposons que la source soit de nature "haute fréquence", c'est-à-dire que:

$$(24) \quad \hat{F}(\omega) = 0 \quad \text{si} \quad |\omega| \leq \omega_{\min} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{\min} r}{c_1} \gg 1.$$

Les intégrations sur les variables u et ω étant indépendantes, l'intégrale sur la variable spatiale duale u peut alors être estimée à l'aide d'un développement asymptotique, avec la condition d'asymptotisme (24): $\frac{\omega r}{c_1} \gg 1$.

Nous obtenons la formule asymptotique suivante [1,2]:

$$(25) \quad \int_{z=0}^{\infty} P_{\text{tot}}(r,z,t) dz \approx C_1(r,h) F(t-\tau_1) + C_2(r,h) F(t-\tau_2) + C_3 HF(t-\tau_2)$$

où H est la transformée de Hilbert et $C_j(r,h)$ des constantes dépendant seulement de la position de la source et des récepteurs.

La présence de la transformée de Hilbert est due d'une part à la condition $\frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}} > n$ (distance radiale du point d'observation grande par rapport à la verticale issue de la source) et aux conditions d'asymptotisme imposées pour obtenir une expression analytique de (25). Celle-ci disparaît dans le cas opposé.

Les expressions de τ_1 et τ_2 sont données respectivement par les formules (13.b) et (16.b): $\tau_1 = \frac{h\sqrt{1-n^2} + nr}{c_1}$ et $\tau_2 = \sqrt{r^2+h^2}/c_1$.

Elles correspondent au temps que met l'onde pour parcourir le trajet SM_0 , M_0R_0 et SR_0 avec les célérités c_1 et c_2 correspondant aux milieux respectifs (Cf. fig. 1).

En prenant en compte le fait que dans le cas du dioptre air-eau nous avons $m = \frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 850$, nous obtenons pour expressions des constantes $C_j(r,h)$:

$$C_1(r,h) \approx \frac{\rho_1}{4\sqrt{1-n^2}\sqrt{r(-hn+r\sqrt{1-n^2})}} + O\left(\frac{1}{m}\right),$$

$$(26) \quad C_2(r,h) \approx O\left(\frac{1}{m}\right)$$

$$C_3(r,h) \approx \frac{\rho_1 h \sin^{1/2}\alpha}{\left((r^2+h^2)^{3/4}(\sqrt{\sin^2\alpha-n^2} m \cos\alpha) r\right)} + O\left(\frac{1}{m}\right)$$

avec $\sin\alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}}$

Les expressions analytiques permettant la reconstruction du signal ont pu être établies sous des conditions "hautes fréquences" de la source (approximation asymptotique sur la variable spatiale). C'est-à-dire que chaque composante spectrale de la source doit vérifier la condition d'asymptotisme $\frac{\omega r}{c_1} \gg 1$, (c_1 célérité du milieu 1 où se trouve la source).

Les évaluations numériques de ce problème en revanche n'utiliseront pas d'approximation asymptotique et tiendront compte de l'ensemble des contributions.

II - 3. Problème inverse: Reconstruction de la dépendance temporelle du signal source. Simulations numériques.

3.1. Evaluations numériques

Si l'obtention d'une expression analytique pour la reconstruction du signal source nous a obligé à utiliser, pour calculer l'expression intégrale, une approximation asymptotique, c'est-à-dire:

- des hypothèses "hautes fréquences" pour le signal source,
- une décomposition de la pression transmise totale en deux contributions où seule la partie principale autour du point stationnaire est considérée; nous avons en revanche évalué numériquement la sommation de la pression sur toutes les profondeurs de façon précise (ie: sans l'aide de considération asymptotique).

L'ensemble des contributions (géométrique, de surface et évanescence) sont prises en compte. Les résultats numériques simulent la propagation d'une gaussienne modulée (de type ondelette de Morlet [22]) dans une bande de fréquences comprise entre 3 et 10kHz.

Les évaluations numériques de la reconstruction du signal source ont été effectuées pour les variables réduites (distance radiale réduite) $r/h = 1$ et $r/h = 1.5$, pour des valeurs de la profondeur réduite $0 \leq z/h \leq 1$. Nous rappelons que la zone d'incidence sur-critique dans l'approximation de l'acoustique géométrique ou théorie des rayons (si on décompose l'onde sphérique incidente en une somme infinie d'ondes planes) existe à partir de la valeur $r/h = 0.23$. Nous avons considéré un rapport de masses volumiques $m=820$ et de célérités $n= 0.2266$. Les pas de discrétisation sont respectivement pour la profondeur: $\Delta z/h = 0.01$ et pour le temps: $\Delta t/\tau_0 = 0.02$. τ_0 est le temps unitaire que met l'onde pour parvenir à l'interface:

$$\tau_0 = h/c_1$$

Nous avons étudié à différentes profondeurs la propagation de chaque contribution (figures 1 à 12), et le champ de pression transmis total (figures 13 et 20).

En fonction de l'immersion supposée de l'antenne, nous avons analysé les reconstructions partielles du signal-source en termes de module et de phase ou en termes de parties réelle et imaginaire (figures 14 à 19 et figures 21 à 26).

Les reconstructions du signal à la profondeur $z/h = 1$, pour les distances radiales $r/h = 1$ et $r/h = 1.5$ sont comparées au signal source émis dans le premier milieu (figures 27 à 32).

Les valeurs des temps τ_1 et τ_2 sont respectivement pour $r/h = 1$:

$$\tau_1 / \tau_0 = 1.2 \quad \text{et} \quad \tau_2 / \tau_0 = 1.414 \quad , \quad t_a / \tau_0 = 0.747$$

et pour la distance radiale réduite $r/h = 1.5$:

$$\tau_1 / \tau_0 = 1.313 \quad \text{et} \quad \tau_2 / \tau_0 = 1.802 \quad , \quad t_a / \tau_0 = 0.633$$

t_a est un temps parasite (artéfact) dû à la perte de l'analyticité de la pression lorsque l'on tronque l'intégrale sur la variable u pour obtenir les expressions des différentes contributions. Il disparaît après sommation de celles-ci, fournissant ainsi le champ de pression acoustique totale: $t_a / \tau_0 = (\tau_1 - 2 n r/h)$.

La différence d'échelle uniquement entre les courbes représentant les parties réelles et imaginaires et celles représentant les modules et phases des pressions provient d'une normalisation différente des valeurs numériques, pour des raisons essentiellement graphiques.

Toutes évaluations ont été effectuées en simple précision. Enfin le calcul de l'intégrale de la dernière, qui ne comporte pas de partie propagative, a été fait uniquement pour la distance $r/h = 1$, avec une précision inférieure aux autres contributions. Ceci ne gêne en rien la reconstruction car cette contribution est par rapport à la contribution de surface inférieure à 10^{-2} à l'interface, pour atteindre très vite un rapport de 10^{-5} ($z/h = 0.5$), mais explique l'allure de cette contribution.

3.2. Analyse des résultats obtenus

L'analyse des différentes reconstructions du signal source fournit des valeurs correctes du signal $F(t)$. Nous obtenons conformément à la théorie, le signal source aux instants τ_1 et τ_2 . Cette reconstruction dépend du nombre de sommations en fonction de la distance radiale. Nous voyons que pour 30 sommations (ie: $z/h = 0.3$ donc faible profondeur), nous pouvons reconstruire le signal lorsque la distance radiale est $r/h = 1.5$ (figures: 20, 23). Ce qui est impossible pour une distance radiale inférieure: $r/h = 1$ (figures: 14, 17).

Il faut noter que l'obtention de l'expression analytique de la reconstruction du signal source, sous l'hypothèse "hautes fréquences", (c'est-à-dire en utilisant la méthode de la phase stationnaire), faisait apparaître à l'instant τ_2 la transformée de Hilbert de celui-ci. Ce qui se traduirait par un déphasage de $\pi/4$ des composantes du signal à l'instant τ_2 par rapport au signal reconstruit en τ_1 . Les évaluations numériques s'effectuant, sans hypothèses asymptotiques, permettent d'obtenir le signal correctement et de façon précise.

Lorsque la durée du signal est supérieure au temps séparant les deux échos $\Delta t > (\tau_2 - \tau_1)$, il apparaît conformément à la théorie un phénomène de battements entre les deux échos ($F(t-\tau_1)$ et $F(t-\tau_2)$), (Cf. figures 15,16 et 18,19).

Les valeurs des constantes $C_j(r,h)$ modifient l'enveloppe des deux échos, mais n'interviennent pas sur les temps où apparaît le signal source. Ces temps sont obtenus de façon précise en accord avec la théorie. On peut remarquer la différence entre le signal mesuré par un hydrophone, c'est-à-dire la pression acoustique transmise totale à une profondeur fixe (Cf. figs: 13 et 20), et le signal reconstruit à cette même profondeur (Cf. figs:14 à19 et 21 à 28). La reconstruction s'obtient bien par la simulation d'une antenne verticale conformément à la théorie.

Enfin, les reconstructions effectuées fournissent une valeur maximum de l'amplitude constante et identique au signal source, indépendamment de la profondeur où a été effectuée la resynthèse ($z/h > 0.3$) (Cf. figs: 18 à 32).

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h = 1$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 0.01$ (A
L'INTERFACE)**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 1.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 2.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

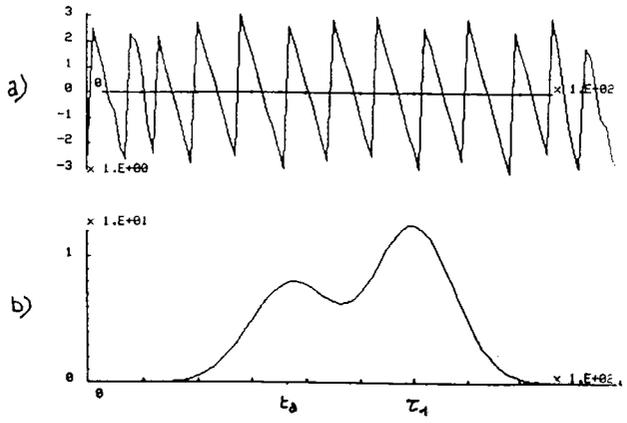


Fig: 1.1

Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

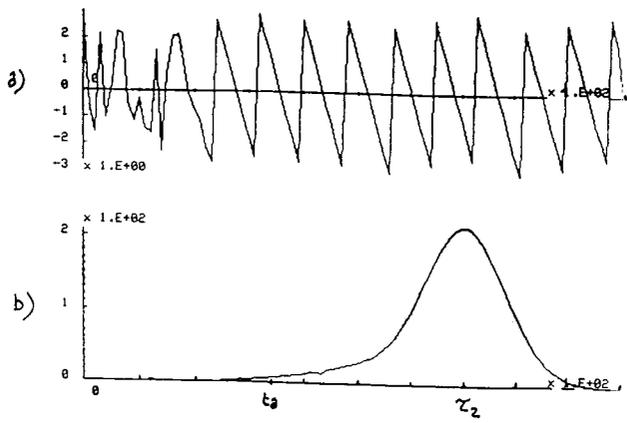


Fig: 1.2

Contribution associée à la pression de "surface".

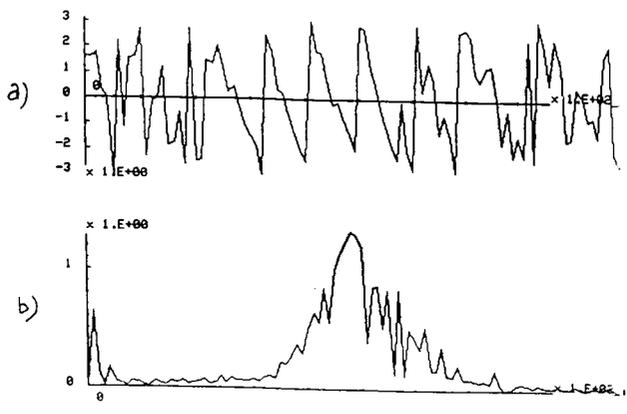


Fig: 1.3

Contribution associée à la pression "évanescente".

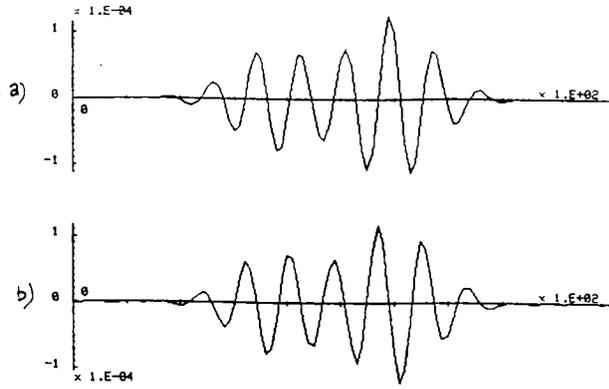


Fig. 2.1

Contribution associée à la pression "géométrique".

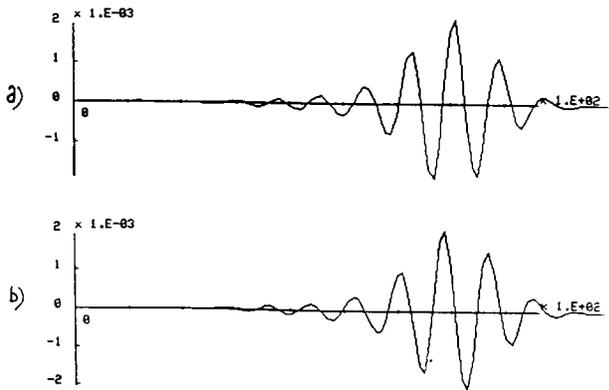


Fig. 2.2

Contribution associée à la pression de "surface".

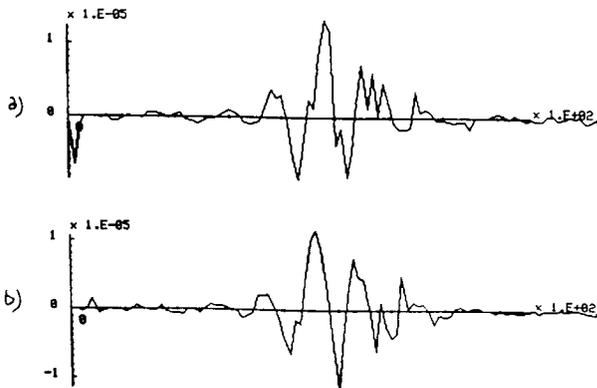


Fig. 2.3

Contribution associée à la pression "évanescente".

a) Partie imaginaire

b) Partie réelle

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h=1$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 0.5$**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 3.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 4.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

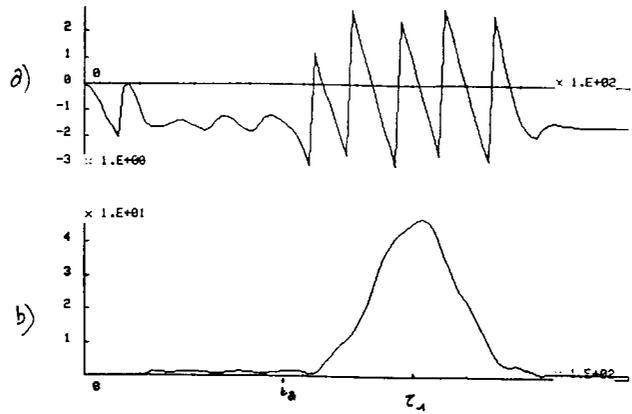


Fig. 3.1: Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

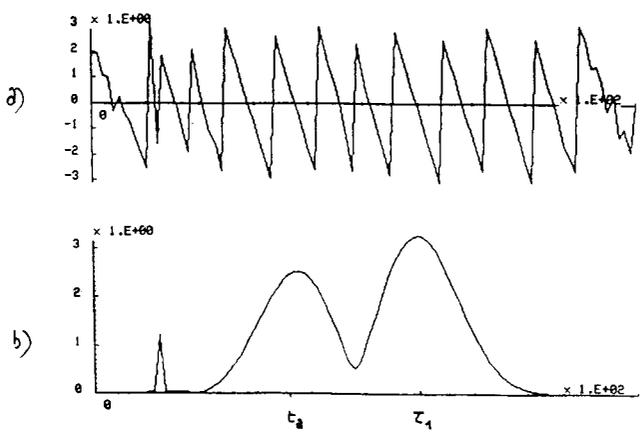


Fig. 3.2: Contribution associée à la pression de "surface".

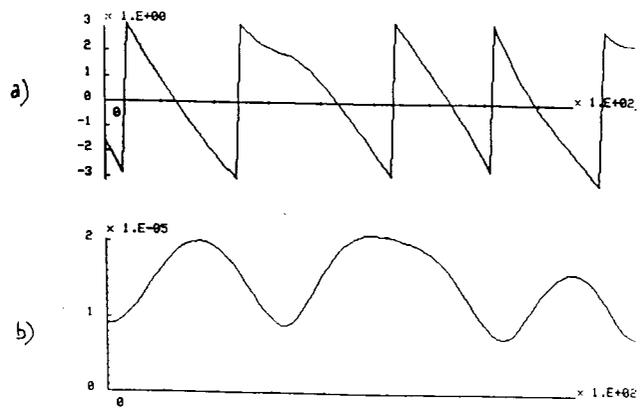


Fig. 3.3: Contribution associée à la pression "évanescence".

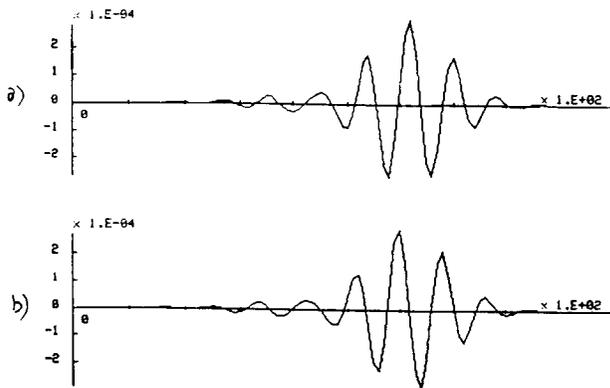


Fig. 4.1

Contribution associée à la pression "géométrique".

a) Partie imaginaire b) Partie réelle

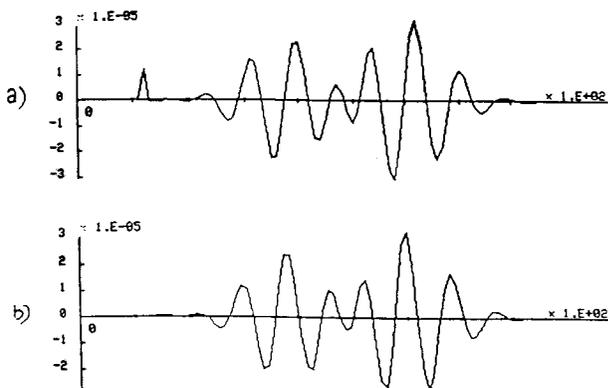


Fig. 4.2

Contribution associée à la pression de "surface".

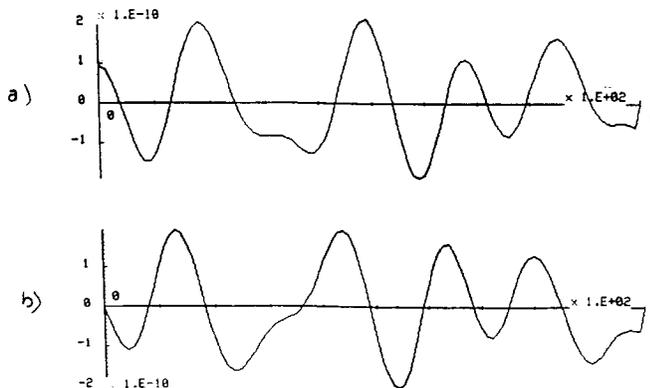


Fig. 4.3

Contribution associée à la pression "évanescence".

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h=1$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 1$**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 5.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 6.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

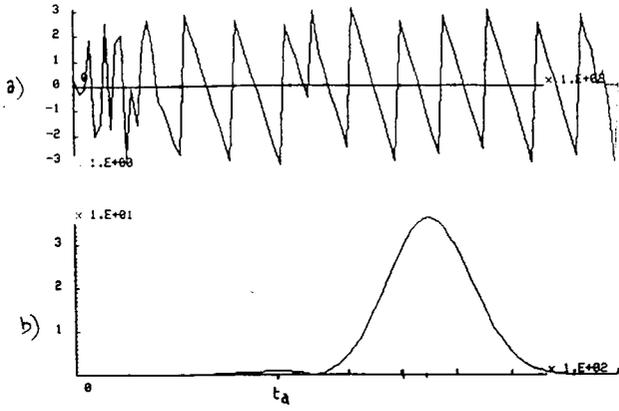


Fig: 5.1

Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

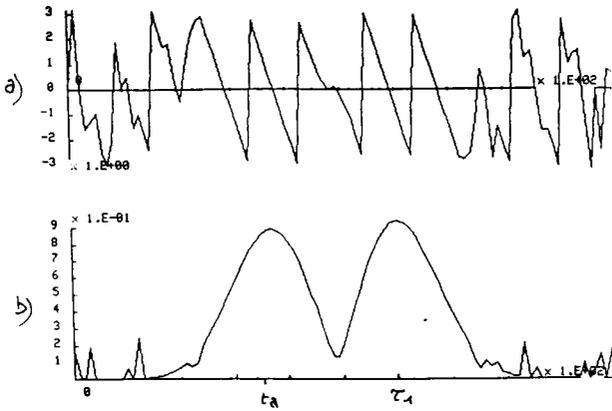


Fig: 5.2

Contribution associée à la pression de "surface".

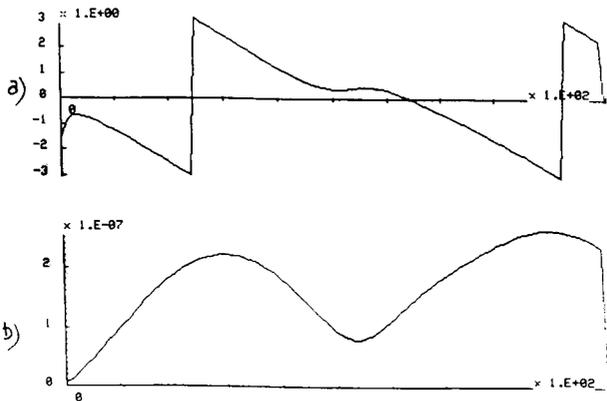


Fig: 5.3

Contribution associée à la pression "évanescence".

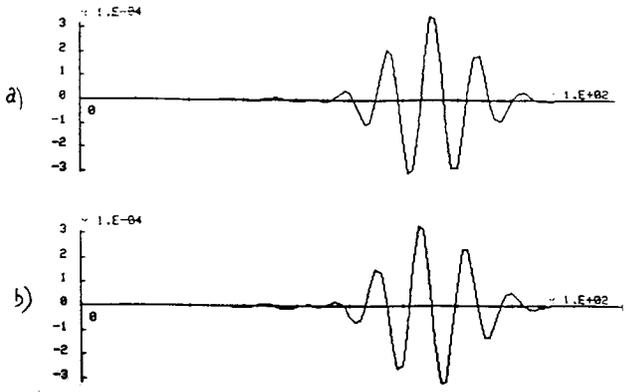


Fig: 6.1

Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

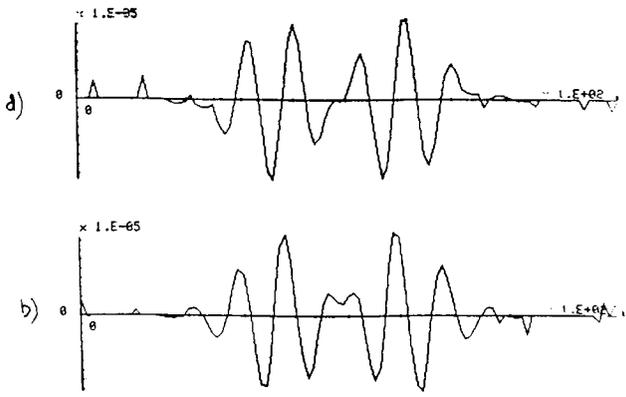


Fig: 6.2

Contribution associée à la pression de "surface".

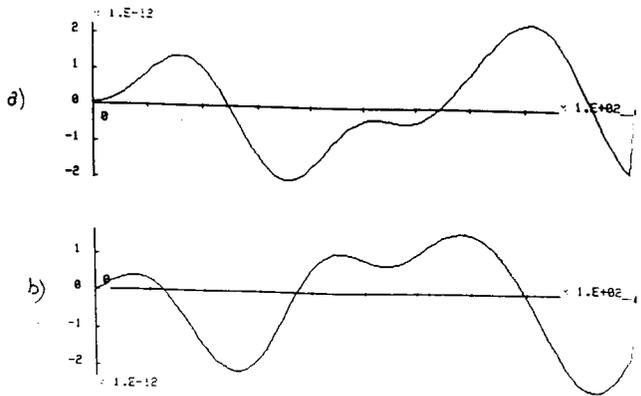


Fig: 6.3

Contribution associée à la pression "évanescence".

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 0.01$ (A
L'INTERFACE)**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 7.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 8.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

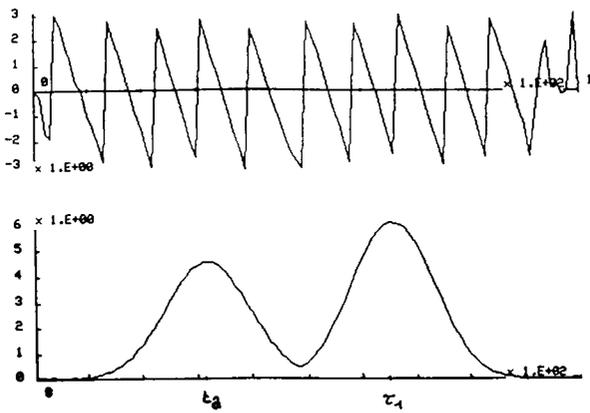


Fig: 7.1: Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

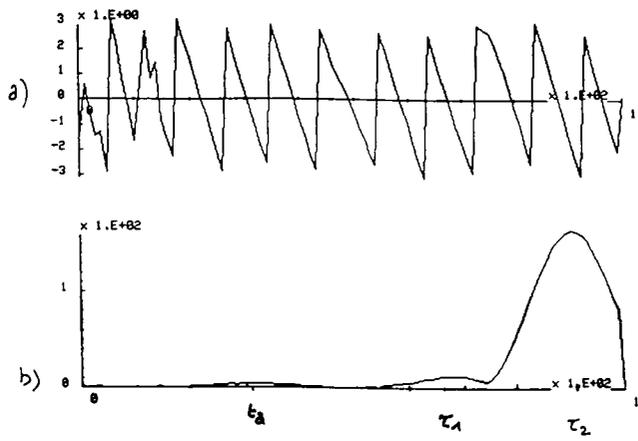


Fig: 7.2: Contribution associée à la pression de "surface".

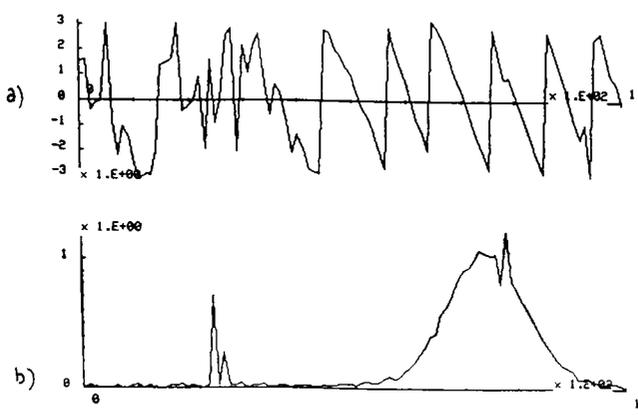


Fig: 7.3: Contribution associée à la pression "évanescence".

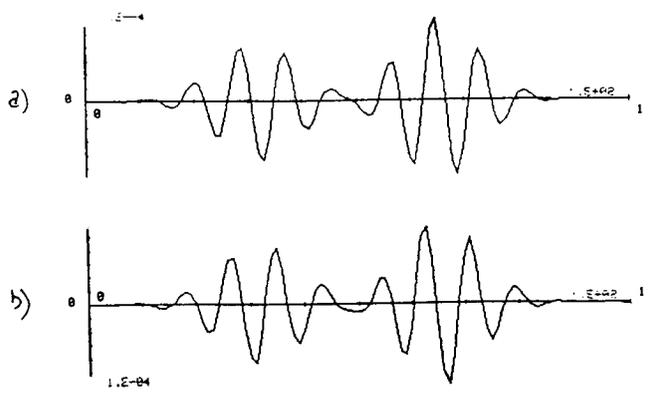


Fig: 8.1 Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

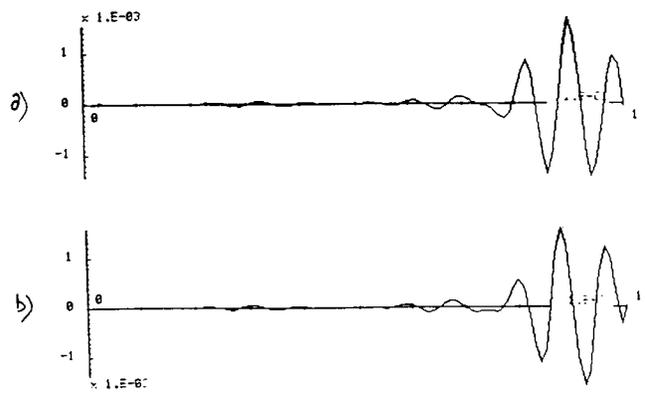


Fig: 8.2 Contribution associée à la pression de "surface".

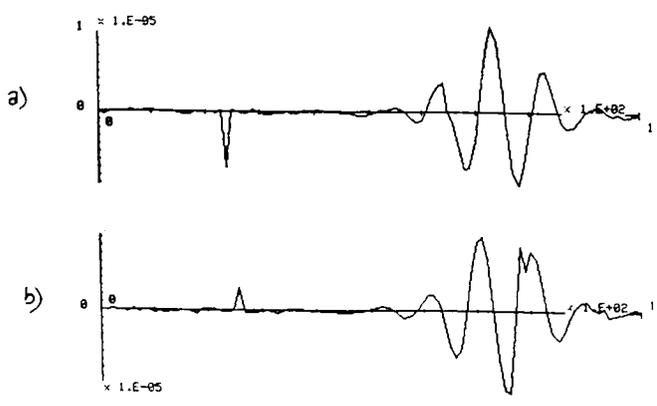


Fig: 8.3 Contribution associée à la pression "évanescence".

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 0.5$**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 9.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 10.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

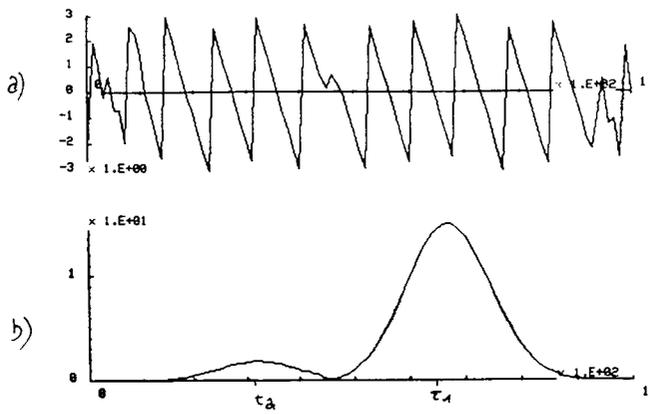


Fig. 9.1: Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

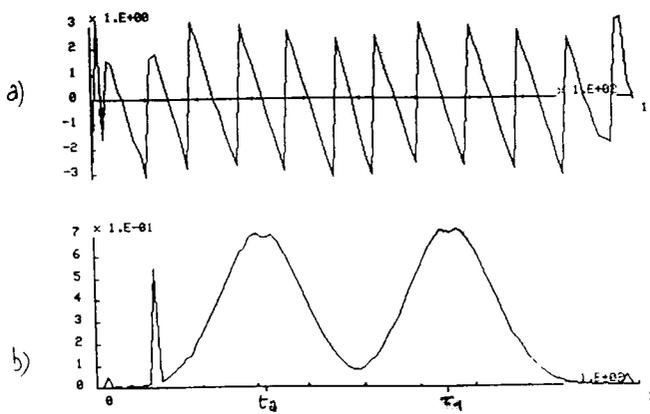


Fig. 9.2: Contribution associée à la pression de "surface".

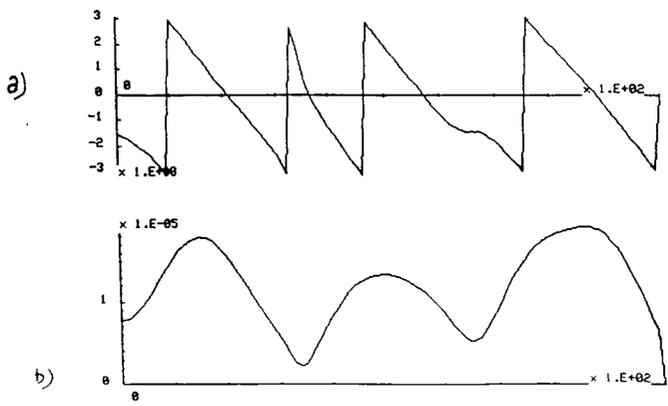


Fig. 9.3: Contribution associée à la pression "évanescence".

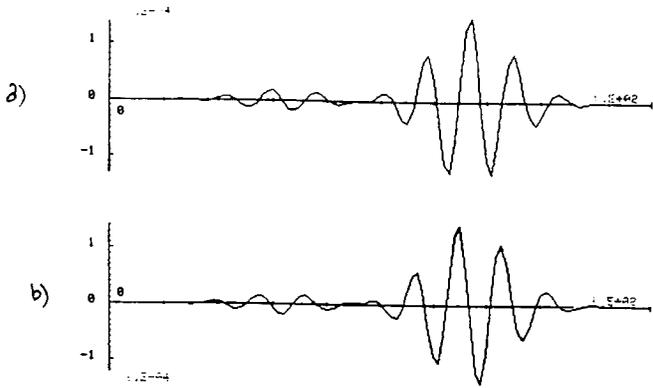


Fig: 10.1

Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

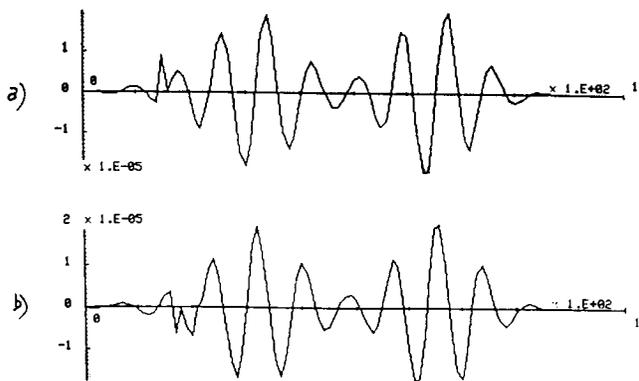


Fig: 10.2

Contribution associée à la pression de "surface".

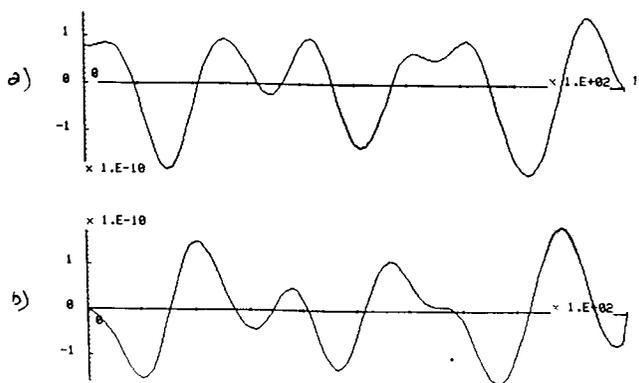


Fig: 10.3

Contribution associée à la pression "évanescence".

**PROPAGATION DES DIFFERENTES CONTRIBUTIONS ASSOCIEES A
LA PRESSION ACOUSTIQUE DANS LE SECOND MILIEU, POUR UNE
DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$ ET UNE PROFONDEUR $z/h = 1$**

- 1) "GEOMETRIQUE"
- 2) "SURFACE"
- 3) "EVANESCENTE"

**FIGURES 11.i.a,b : PHASE ET MODULE DE CHAQUE CONTRIBUTION
FIGURES 12.i.a,b: PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DE CHAQUE
CONTRIBUTION**

(pas en temps: 0.02)

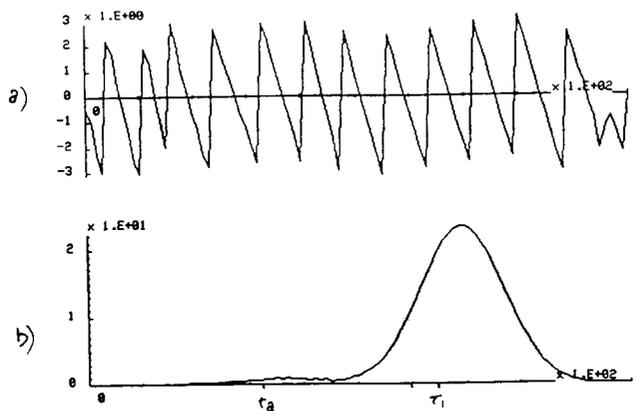


Fig. 11.1: Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Phase b) Module

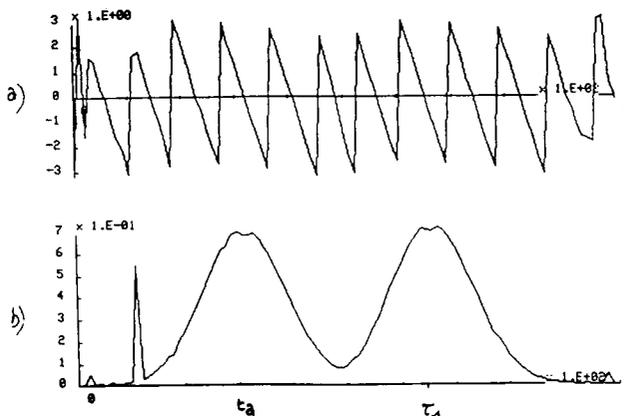


Fig. 11.2: Contribution associée à la pression de "surface".

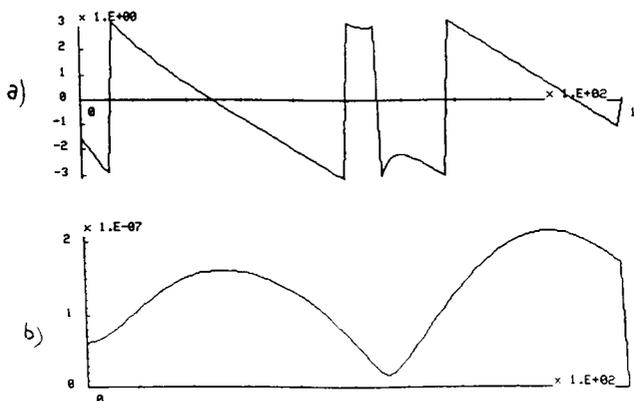


Fig. 11.3: Contribution associée à la pression "évanescence".

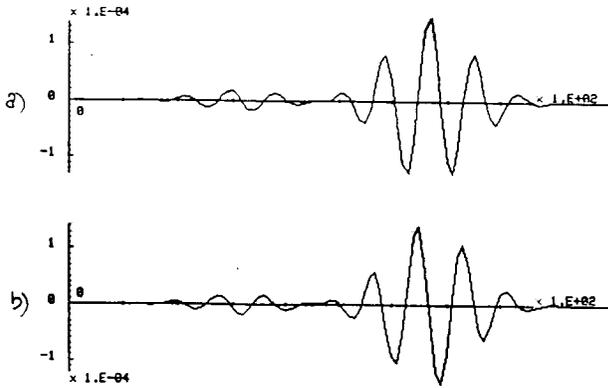


Fig: 12.1

Contribution associée à la pression "géométrique".
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

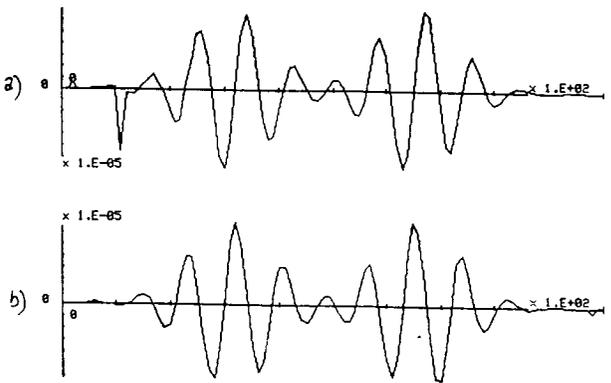


Fig: 12.2

Contribution associée à la pression de "surface".

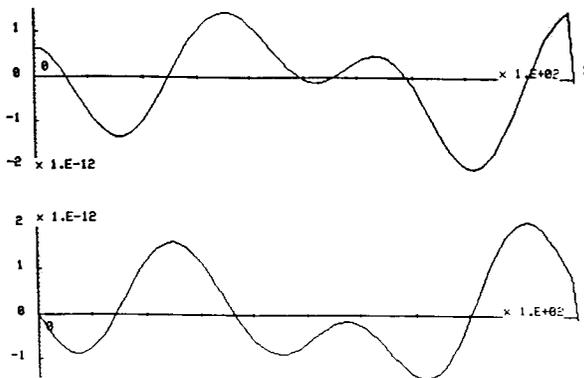


Fig: 12.3

Contribution associée à la pression "évanescence".

**EVOLUTION DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE
SECOND MILIEU, POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1$ ET POUR
LES PROFONDEURS RESPECTIVES:**

1) $z/h = 0.01,$ 2) $z/h = 0.5,$ 3) $z/h = 1$

**FIGURES 13.i.a,b : PHASE ET MODULE DE LA PRESSION
ACOUSTIQUE TOTALE AU FUR ET A MESURE QUE L'ONDE PENETRE
LE MILIEU
(pas en temps: 0.02)**



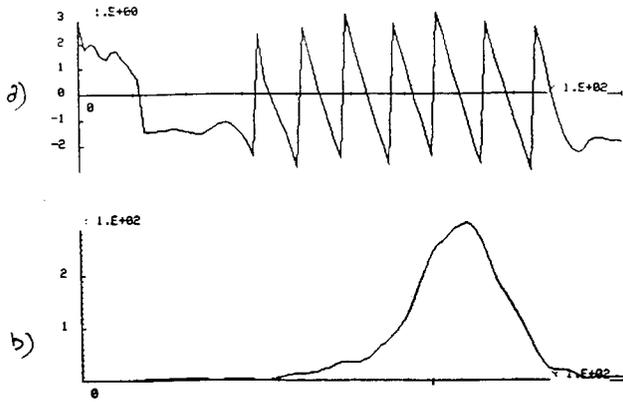


Fig: 13.1

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=0.01$
a) Phase b) Module

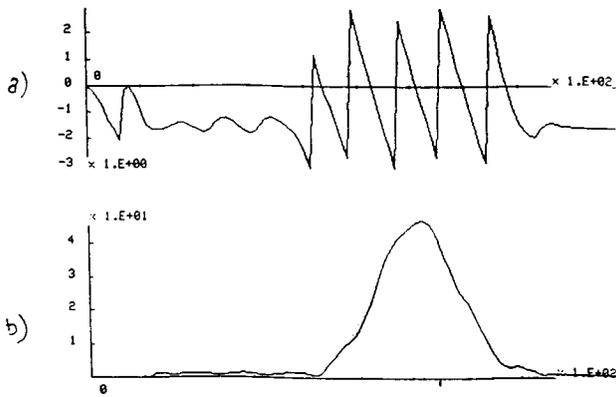


Fig: 13.2

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=0.5$

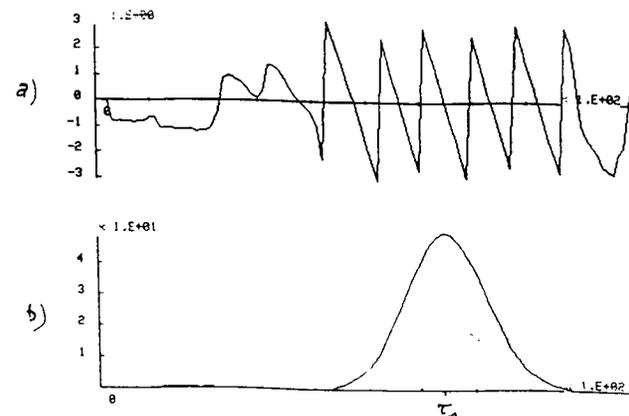


Fig: 13.3

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=1$

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1$**

**FIGURES 14.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.3$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 15.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.5$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 16.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.8$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

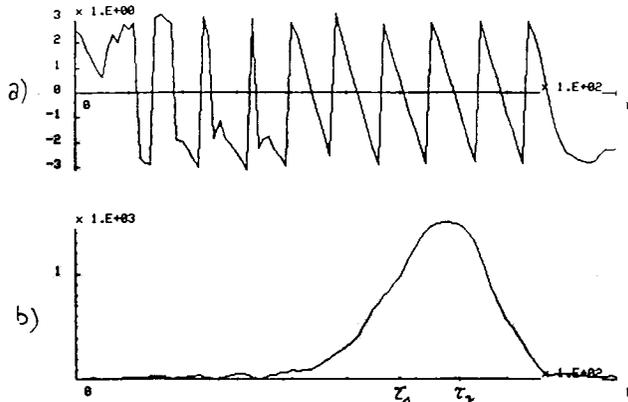


Fig: 14

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.3$
a) Phase b) Module

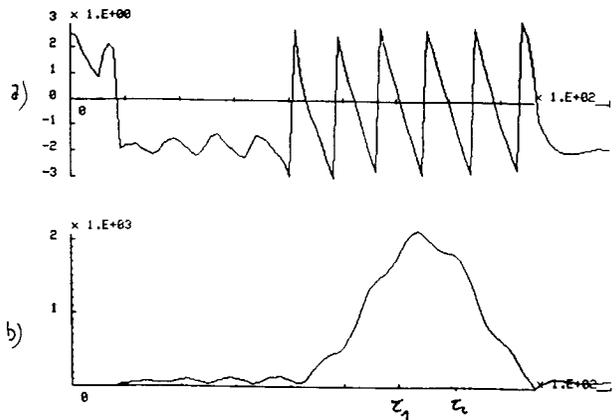


Fig: 15

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.5$

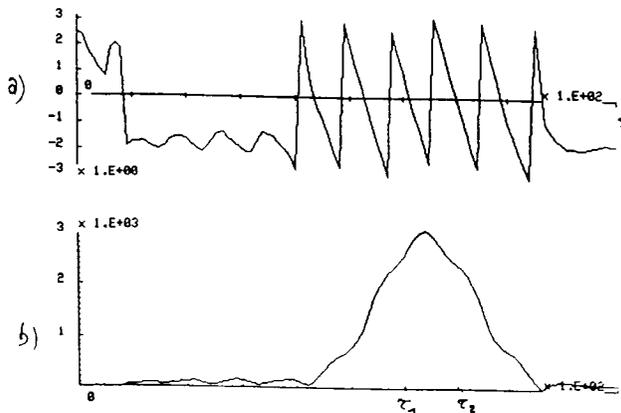


Fig: 16

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.8$

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1$**

**FIGURES 17.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.3$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

**FIGURES 18.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.5$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

**FIGURES 19.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.8$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

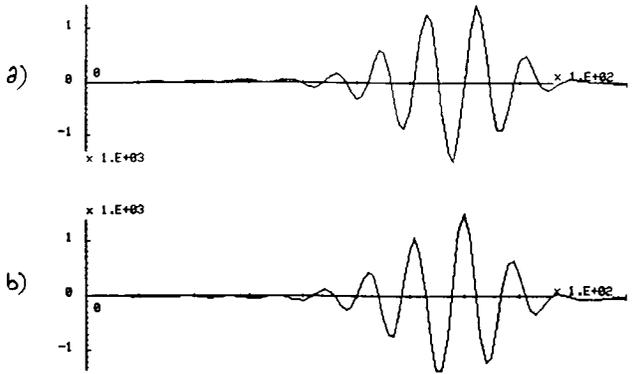


Fig: 17

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.3$
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

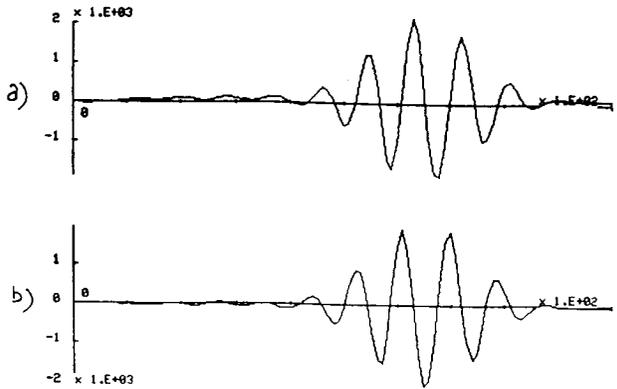


Fig: 18

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.5$

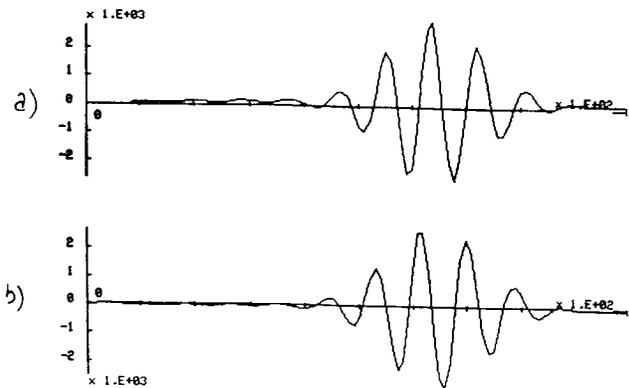


Fig: 19

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.8$

**EVOLUTION DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE
SECOND MILIEU, POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$ ET POUR
LES PROFONDEURS RESPECTIVES:**

1) $z/h = 0.01$, 2) $z/h = 0.5$, 3) $z/h = 1$

**FIGURES 20.i.a,b : PHASE ET MODULE DE LA PRESSION
ACOUSTIQUE TOTALE AU FUR ET A MESURE QUE L'ONDE PENETRE
LE MILIEU
(pas en temps: 0.02)**

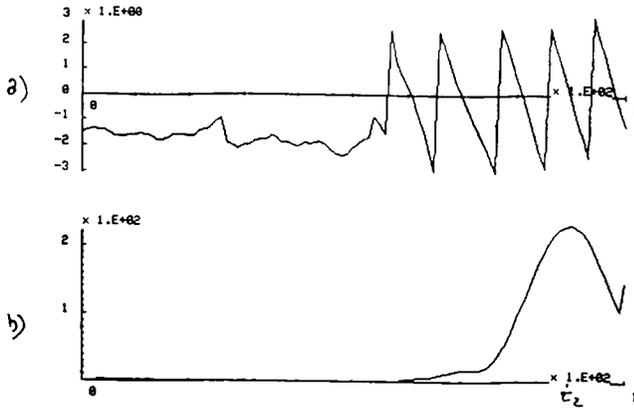


Fig: 20.1

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=0.01$
a) Phase b) Module

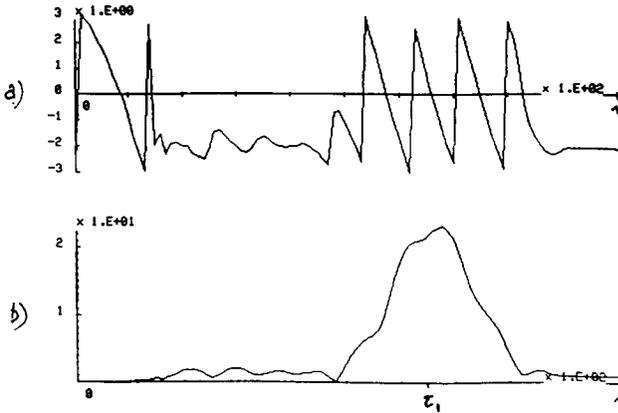


Fig: 20.2

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=0.5$

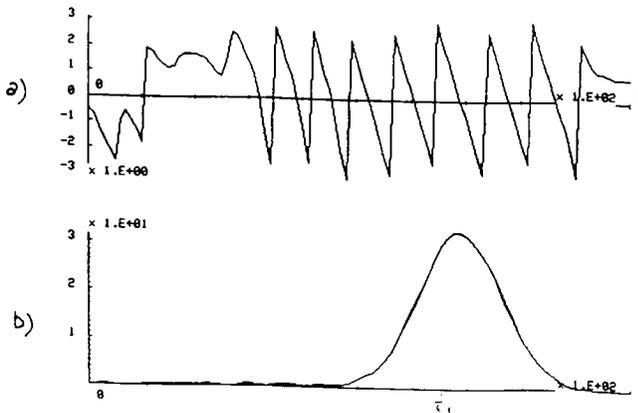


Fig: 20.3

Pression acoustique transmise totale à la profondeur $z/h=1$

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$**

**FIGURES 21.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.3$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 22.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.5$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 23.a,b : PHASE ET MODULE DU SIGNAL RECONSTRUIT A
LA PROFONDEUR $z/h = 0.8$ (pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

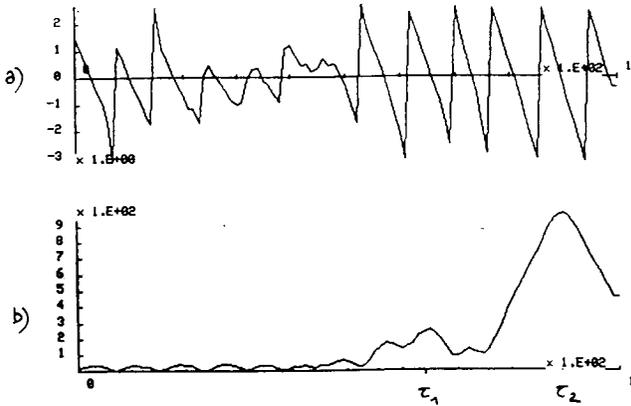


Fig: 21

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.3$
a) Phase b) Module

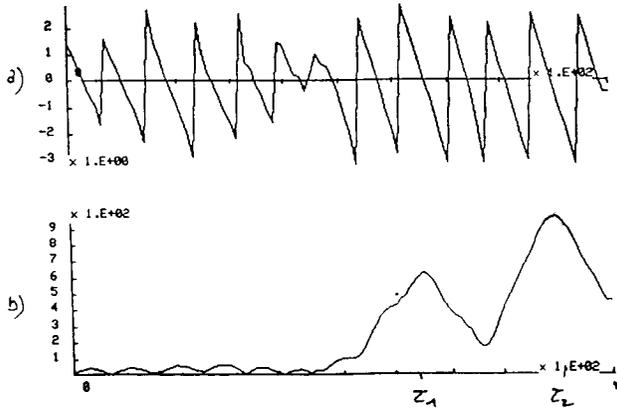


Fig: 22

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.5$

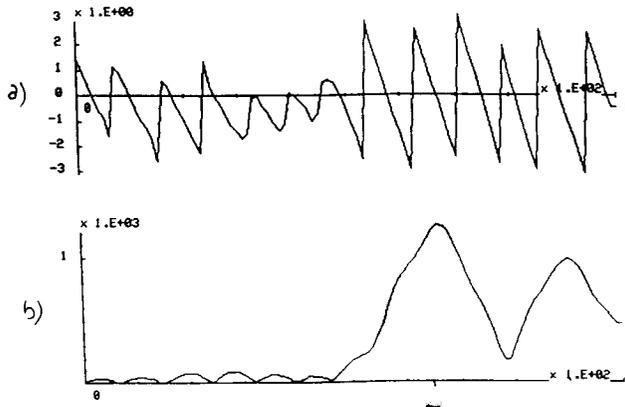


Fig: 23

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.8$

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h=1.5$**

**FIGURES 24.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.3$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

**FIGURES 25.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.5$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

**FIGURES 26.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT A LA PROFONDEUR $z/h = 0.8$ (pas en z : 0.01, pas
en temps: 0.02)**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

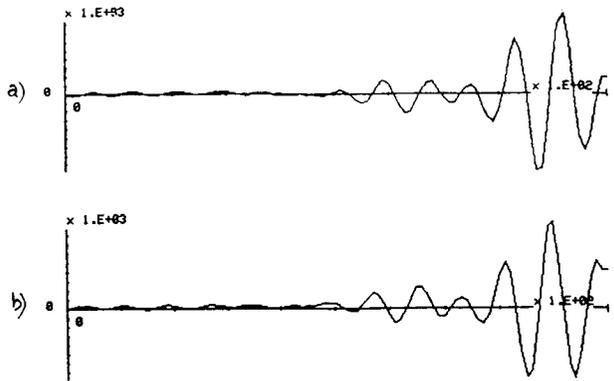


Fig: 24

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.3$
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

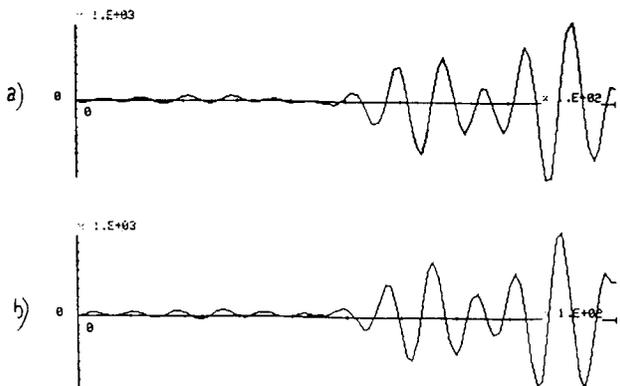


Fig: 25

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.5$

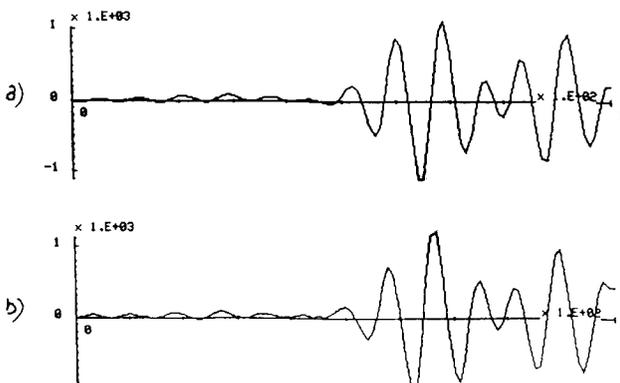


Fig: 26

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 0.8$

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
A LA PROFONDEUR $z/h = 1$.**

**FIGURES 27.a,b : MODULE ET PHASE DU SIGNAL RECONSTRUIT
POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h = 1$
(pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 28.a,b : MODULE ET PHASE DU SIGNAL DU SIGNAL
RECONSTRUIT POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h = 1.5$
(pas en z : 0.01, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 29.a,b : MODULE ET PHASE DU SIGNAL DU SIGNAL
SOURCE**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

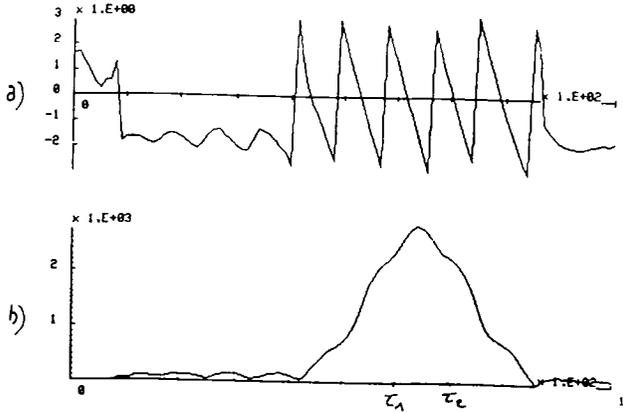


Fig: 27

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 1$
a) Phase b) Module

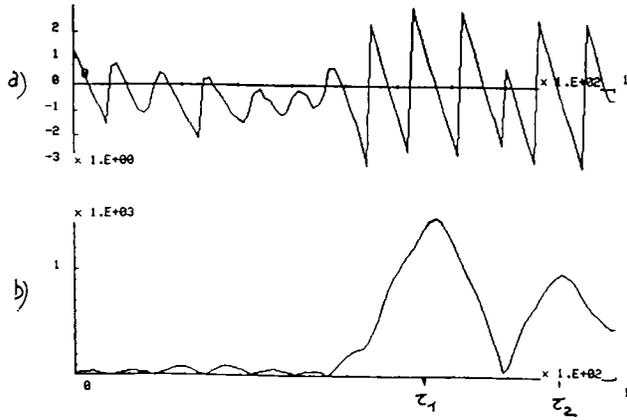


Fig: 28

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 1$

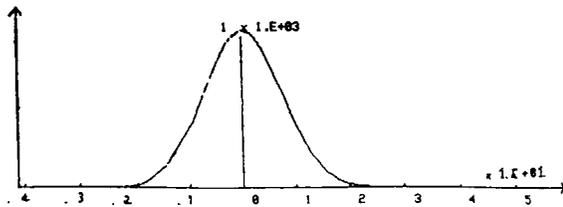


Fig: 29

Signal source émis originel (Module)

**RECONSTRUCTION DU SIGNAL SOURCE A PARTIR DE LA MESURE
DE LA PRESSION ACOUSTIQUE TOTALE DANS LE SECOND MILIEU,
A LA PROFONDEUR $z/h = 1$**

**FIGURES 30.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h = 1$
(pas en $z : 0.01$, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 31.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
RECONSTRUIT POUR UNE DISTANCE RADIALE $r/h = 1.5$
(pas en $z : 0.01$, pas en temps: 0.02)**

**FIGURES 32.a,b : PARTIES IMAGINAIRE ET REELLE DU SIGNAL
SOURCE**

$$\begin{array}{lll} c_1 = 340\text{m/s} & \text{et} & c_2 = 1500\text{m/s} \\ n = \frac{c_1}{c_2} = 0.2266 & \text{et} & m = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 820 \end{array}$$

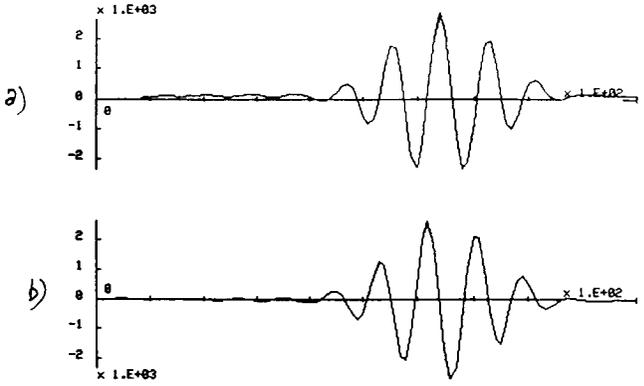


Fig: 30

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 1$
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

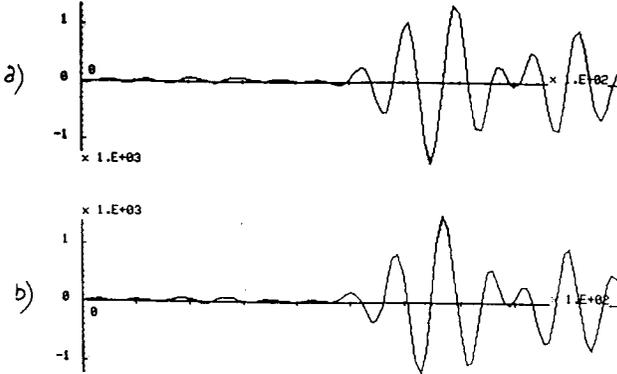


Fig: 31

Reconstruction du signal source émis par sommation de la pression transmise totale à $r/h=1.5$ et profondeurs $0.01 \leq z/h \leq 1$

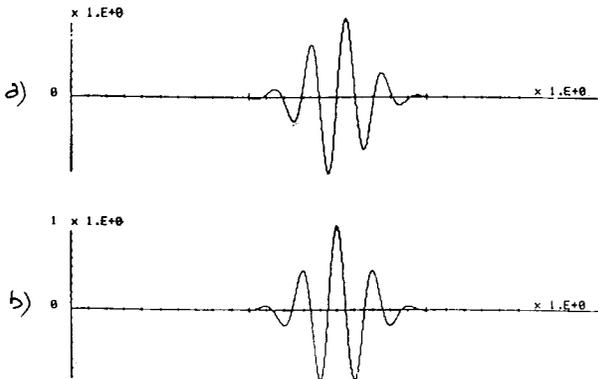


Fig: 32

Signal source émis original
a) Partie imaginaire b) Partie réelle

II -4. Conclusion

La comparaison entre les résultats numériques obtenus pour la reconstruction du signal source et le signal source émis sont en parfait accord. La formule de reconstruction que nous avons établi est non seulement valable, mais indique avec précision les temps τ_1 et τ_2 auxquels nous pouvons obtenir le signal source et son "écho" (temps: que nous avons retrouvé de façon précise dans notre évaluation numérique, et indépendamment de la profondeur).

La puissance de cette méthode réside premièrement: dans le fait qu'on se dispense d'une inversion de l'opérateur de propagation; deuxièmement qu'on se dispense des problèmes de "déconvolution" du signal de pression enregistré; et troisièmement que cette méthode est valable lorsque l'antenne se trouve à une distance radiale grande par rapport à la position de la source, (d'où son intérêt dans l'application à des problèmes concrets).

Nous avons mis en évidence le rôle de filtres particuliers (ie: à $\frac{\Delta\omega}{\omega} = Cst$), joué par la mer. Nous avons pu déterminer la nature et l'expression de ces filtres qui sont de deux types, et mis en évidence l'intervention de la profondeur comme un paramètre d'échelle identique à celui défini dans la transformée en ondelettes continue.

D'autre part, nous avons pu mettre en évidence aussi bien théoriquement que numériquement l'analogie existant entre pression acoustique transmise et coefficient d'ondelettes. Ceci permet d'envisager la réalisation d'une antenne verticale particulière où les capteurs seraient disposés suivant un réseau de façon analogue au réseau formé par les coefficients d'ondelettes dans le cas de la transformée en ondelettes discrète. Ce qui permet d'autre part d'envisager des formules d'interpolation pour déduire certaines valeurs de coefficients d'ondelettes (ie: certaines valeurs de la pression transmise)

Enfin, la précision obtenue sur les temps τ_1 et τ_2 dans la reconstruction du signal source, indépendamment de la profondeur, permet non seulement de reconstruire le terme source temporel, mais

de localiser la source. Pour cela il suffit d'avoir une deuxième antenne verticale à sa disposition.

La généralisation de ce type de reconstruction, à un milieu stratifié plus général est envisageable.

Remarque:

Nous donnons une liste de références sur des méthodes particulières qui permettent d'étudier le problème direct, sur la transformée en ondelettes en générale, et sur nos travaux se rapportant au problème direct par transformée en ondelettes, sachant que nous n'avons pas à notre connaissance de méthode de reconstruction du signal source semblable à la notre. Néanmoins on pourra trouver dans le livre "Review of progress in QUANTITATIVE NONDESTRUCTIVE EVALATION" (vol. 1) édité par D.O. Thompson et D.E. Chimenti, (Plenum Press) des articles se rapportant à des méthodes de reconstruction de la partie temporelle de signaux source.

Références

- [1]: Gerjuoy, E., 1948, Refraction of Waves from a Point Source into a Medium of Higher Velocity, *Phys. Rev.*, 73, 1442-1449.
- [2]: M. Ewing, 1957, "Elastic waves in layered media, McGraw-Hill Book Company Inc. Ney-York, pp. 74-121.
- [3]: Brekhovskikh, L., M., 1960, *Waves in Layered Media*, (Wiley, New-York), 292-302.
- [4]: Pierce, A. D., 1967, "Relation of exact transient solution for a line source near an interface between two fluids to geometrical acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.* , vol. 44, n°1, pp. 33-37.
- [5]: Towne, D., H., , 1968, Pulse Shapes of Spherical Waves Reflected and Refracted at a Plane Interface separating Two Homogeneous Fluids, *J.Acoust.Soc.Am.*, 44 (1), 65-76 et Pulse Shape of Totally Reflected Plane waves as a limiting case of the Cagniard solution for Spherical waves, pp.77-83.
- [6]: Urick, R., J., 1972, Noise Signature of an Aircraft in Level Flight over a Hydrophone in the Sea, *J.Acoust.Soc.Am.* , 52, 993-999.
- [7]: Cagniard, L., 1939, *Réflexion et réfraction des ondes séismiques progressives*, Gauthier-Villars, Paris.
- [8]: Copson, E. t., 1967, *Asymptotic expansions* (The University Press, Cambridge).
- [9]: L. B. Felsen, N. Marcuvitz, 1973, "Radiation and scattering of waves", Ch.4: Asymptotic evaluation of integrals, Prentice-Hall, Inc Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 370-441.
- [10]: C. H. Wilcox, 1977, "Spectral and asymptotic analysis of acoustic wave propagation." (Boundary value problems for linear evolution partial différentiel equation). H. G. Garnir, Ed. Reidel, Boston, pp. 385-473.
- [11]: Donato, R. J., 1976, "Spherical-wave reflection from a boundary of reactive impedance using a modification of Cagniard's method", *J. Acoust. Soc. Am.* , vol. 60, n°5, pp. 999-1002.
- [12]: G. Saracco, 1986, "Etude de la transmission acoustique à travers le dioptré air-eau", preprint C.N.R.S.-L.M.A., n°101, ISSN: 0750-7356.
- [13]: De Hoop, A. T. and Van Der Hijden, J., 1984, "Generation of acoustic waves by an impulse point source in a fluid/solid configuration with a plane boundary", *J. Acoust. Soc. Am.* , vol. 75, n°1, pp. 1709-1715.
- [14]: Van Der Hijden, J., 1987, "Propagation of transient elastic waves in stratified anisotropic medium", North-Holland ser. in *Appli. Math. and Mech.*, Amsterdam, PP. 107-166.
- [15]: Westwood, E. K., 1989, "Complex ray methods for acoustic interaction at a fluid-fluid interface", *J.A.S.A.* , vol. 85(5), pp. 1872-1884.

- [16]: Saracco, G., Corsain, G., Gazanhes, C., Holtzer, R., Léandre, J., 1989, Mise en évidence expérimentale des ondes latérales dans le cas de la transmission acoustique à travers le dioptre plan air-eau, 12^{ème} colloque G.R.E.T.S.I., Juans-Les-Pins.
- [17]: Saracco G., 1989, Propagation acoustique en régime harmonique et transitoire à travers un milieu inhomogène: Méthodes asymptotiques et transformation en ondelettes, Thèse de Doctorat de l'U.E.R II-Marseille-Luminy.
- [18]: G. Saracco, G. Corsain, J. Leandre, C. Gazanhes, 1991, "Propagation d'ondes sphériques monochromatiques à travers une interface plane fluide/fluide: applications numériques et expérimentales au dioptre plan air-eau", *Acustica*, n°73, p. 21-32
- [19]: D. Casserau, 1988, "Nouvelles méthodes et applications de la propagation transitoire dans les milieux fluides et solides, Nouv. Thèse, U.E.R. Paris VII, Paris.
- [20]: G. Saracco, 1987, "Documentation du Logiciel de décomposition de signaux en ondelettes", Note-technique L.M.A.-C.N.R.S. Marseille, n°5/87.
- [21] : G. Saracco, 1988, "Transmission acoustique à travers le dioptre air-eau", *J. Acoust.*, n°1, pp. 71-79.
- [22]: A. Grossmann, J. Morlet, 1984, "decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", *Soc. Int. Am. Math., Journ. of Math. Analys.*, 15, p. 723-736.
- [23]: P. Goupillaud, A. Grossmann, J. Morlet, 1984, "Cycle-Octave and related transforms in seismic signal analysis", *Geoexploration*, vol. 23, Elsevier, pp. 85-102.
- [24] Grossmann, A., Paul, T., 1984, *Lectures Notes in Physics*, Springer-Verlag, p. 211.
- [25]: G. Saracco, A. Grossmann, P. Tchamitchian, 1989, "Use of wavelet transform in the study of propagation of transient acoustic signals across a plane interface between two homogeneous media", (*Wavelet, Time-Frequency Methods and Phase Space: 14-18 Dec 1987*), Springer-Verlag, Berlin, pp. 139-146.
- [26]: G. Saracco, P. Tchamitchian, 1989, "A study of acoustic transmission of transient signals in homogeneous medium with the help of wavelet transform. Application to an air-water interface", (*Electromagnetic and Acoustic Scattering. Detection and Inverse Problems: Juin 1988*), World Scientific, Singapore, p. 222-241.
- [27]: *Proceed. "Wavelet, Time-Frequency Methods and Phase Space"*, 14-18 déc.87. C.I.R.M.-Luminy, (1989), Springer-Verlag, Berlin.
- [28]: A., Grossmann, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, 1987, "Reading and understanding continuous wavelet transforms", (*Wavelet, Time-Frequency Methods and Phase Space*), Springer-Verlag, Berlin.

- [29]: A., Grossmann, M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, 1987, "Detection of abrupt changes in sound signals with the help of wavelet transforms", *Advances in Electr. and Electron Physics, Suppl.* 19, Inv. Prob., Acad. Press, pp. 289-306.
- [30]: A. Grossmann, 1986, "Wavelet transforms and edge detection", (*Stochastic processes in physics and engineering*), Ph. Blanchard, L. Streit and M. Hazewinkel, Editors. Reidel Publishing Co.
- [31]: R. Kronland-Martinet, J. Morlet, A. Grossmann, 1987, "Analysis of sound patterns through wavelet transforms", *Int. J. pattern Recog. and Artif. Intellig.*, vol. n°1, 273-302.
- [32]: G. Saracco, P. Tchamitchian, 1990, "Retrieval of time-dependent source in an acoustic propagation problem", Edt P.C. Sabatier, *Invers. Probl. in Action, (Invers. Probl. and Theoret. Imag.)*, Springer-Verlag, Berlin, p.207-211.
- [33]: G. Saracco, P. Tchamitchian, C. Gazanhes, 1990, "Transmission à travers un dioptré et reconstruction du signal source", 1er Congrès C.F.A.- Lyon, Vol 2, Tome 51, Edt de Physique, Les Ullis, France, p. 1049-1052.
- [34]: M. T. Silvia, 1982, "Some results on the three-dimensional geophysical inverse problem", *I.F.A.C. Identif. and Syst. Paramt. Estimt.*, Washington D. C., pp. 967-973.
- [35]: F. R. Dinapoli and R. L. Deavenport, 1980, "Theoretical and numerical Green's function field solution in a plane multilayered medium", *J. Acoust. Soc. Am.* , 67, n°1, pp. 92-105.
- [38] N.N. Hsu, D.G. Eitzen, 1988, "The inverse problem of acoustic emission: Explicit determination of acoustic emission source time-functions", *Review of Progr. in Quantitat. Nondesctr. Evalt.*, Vol 1, Ed D.O. Thompson, D.E. Chimenti, Plenum Press, New York and London, p. 405-412.
- [39] B. Defacio, 1988, "Rigorous results on inverse source and inverse scattering theory", *Review of Progr. in Quantitat. Nondesctr. Evalt.*, Vol 1, Ed D.O. Thompson, D.E. Chimenti, Plenum Press, New York and London, p.219-225.



LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE (L.M.A.)
31, chemin Joseph-Aiguier
13402 MARSEILLE CEDEX 09
Téléphone : 91 16 40 00
Télécopieur : 91 22 08 75
Téléscripteur : CNRSMAR 430 225 F