



**HAL**  
open science

## **Pertes magnétiques des systèmes électromagnétiques : Circuit Magnétique Equivalent & Modèle LS**

Oualid Messal, Frédéric Dubas, Afef Kedous-Lebouc, Christian Chillet, Christophe Espanet

### ► To cite this version:

Oualid Messal, Frédéric Dubas, Afef Kedous-Lebouc, Christian Chillet, Christophe Espanet. Pertes magnétiques des systèmes électromagnétiques : Circuit Magnétique Equivalent & Modèle LS. Symposium de Genie Electrique, Jun 2016, Grenoble, France. ⟨hal-01361599⟩

**HAL Id: hal-01361599**

**<https://hal.science/hal-01361599v1>**

Submitted on 7 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Pertes magnétiques des systèmes électromagnétiques : Circuit Magnétique Équivalent & Modèle LS

Oualid Messal<sup>(1)</sup>, Frédéric Dubas<sup>(2)</sup>, Afef Kedous-Lebouc<sup>(1)</sup>, Christian Chillet<sup>(1)</sup> et Christophe Espanet<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Univ. Grenoble Alpes, G2Elab, F-38000 Grenoble, France

CNRS, G2Elab, F-3800 Grenoble, France

<sup>(2)</sup>Département Énergie, Institut FEMTO-ST, UMR CNRS 6174, UBFC, Belfort, France

**RESUME** – Dans cet article, nous présentons une approche inédite permettant l'évaluation des pertes magnétiques à partir des formes d'ondes des inductions issues d'un circuit magnétique équivalent (CME) adaptatif non-linéaire par le modèle Loss Surface (LS). L'approche a été appliquée à une machine synchrone à flux radial et à aimants enterrés. Les résultats ont été comparés avec les calculs a posteriori opérés dans Flux2D. Une mention spéciale doit tout de même être faite sur le gain considérable en temps de calcul que pourrait apporter le CME par rapport aux Éléments Finis. L'influence du maillage du CME sur les pertes magnétiques ainsi que sur les performances électromagnétiques de la machine a été abordée.

*Mots-clés* – Circuit magnétique équivalent adaptatif non-linéaire, modèle LS, pertes magnétiques, machines électriques, systèmes électromagnétiques.

## 1. INTRODUCTION

Dans le contexte du dimensionnement des systèmes électromagnétiques, il est devenu nécessaire de modéliser précisément les pertes magnétiques pour espérer une bonne évaluation des performances (notamment le rendement et les échauffements). Cela est d'autant plus vrai que actuellement on recherche assez souvent à augmenter les performances massiques et volumiques grâce à l'augmentation de la fréquence de conversion d'énergie.

Dans ce cadre, les concepteurs disposent d'un large choix de modèles et d'approches pour décrire les pertes magnétiques. Parmi ces modèles, nous rencontrons ceux basés sur l'équation générale de Steinmetz [1]. Bien plus tard, de nombreuses études ont permis de faire évoluer la première représentation de Steinmetz pour la prise en compte des formes d'ondes non conventionnelles. Ces études ont abouti à l'équation de Steinmetz modifiée (MSE) [2], généralisée (GSE) [3], généralisée améliorée (IGSE) [4] et étendue (NSE) [5]. Une deuxième catégorie de modèles regroupe les formalismes basés sur l'hypothèse de la séparation des pertes magnétiques qui doit sa grande popularité à Bertotti [6]-[8] définissant trois contributions : pertes par hystérésis, pertes par courants de Foucault et pertes par excès. Ayant été créé d'abord pour des formes d'ondes sinusoïdales, ce modèle a été amélioré dans [9] pour prendre en compte les ondes non-sinusoïdales et les phénomènes de rotation de l'induction. À ces deux catégories, viennent s'ajouter les modèles d'hystérésis. Parmi ces modèles, on peut mentionner le modèle de Preisach (dans ses deux versions statique [10] et dynamique [11], [12]), le modèle Opera [13], [14] disponible dans le logiciel commercial Opera de la société Cobham (du Royaume-Uni), le modèle à base de viscosité-magnétodynamique [15], etc. Plus récemment, un modèle baptisé « Vector Play Model » [16] a été intégré dans les codes de calcul électromagnétique par éléments finis (EF) 2-D/3-D de la société Ansys (e.g. logiciel Maxwell). Dans le même esprit, à Grenoble, au G2Elab, une méthode dénommée modèle LS [17] a été conçue et améliorée au cours de la dernière décennie. Ce modèle est mis en œuvre dans le logi-

ciel Flux<sup>TM</sup> de la société Cedrat (et porté par le G2Elab) pour le calcul a posteriori des pertes magnétiques dans les structures électromagnétiques.

Toutes ces catégories de méthodes/modèles diffèrent en termes de :

- capacité à considérer des formes d'ondes complexes (i.e. harmoniques élevées) et quelconques ;
- capacité à considérer le champ tournant ;
- capacité à intégrer la physique du matériau ;
- nombre et nature des données expérimentales pour la modélisation ;
- temps de calcul et de précision.

Les modèles utilisant l'équation de Steinmetz ainsi que ceux basés sur la séparation des pertes sont généralement repris dans la littérature pour leur facilité d'utilisation et leur simplicité de mise en œuvre. Cependant, de tels modèles ne peuvent que donner un ordre de grandeur des pertes, calculées sans prendre en compte les phénomènes additionnels de dissipation. En effet, en régime alternatif, les systèmes électromagnétiques notamment les machines sont le lieu de phénomènes dynamiques complexes engendrés par l'alimentation, la géométrie du circuit, la présence ou non d'aimants ou encore des fuites magnétiques, etc. Ces phénomènes affectent le matériau magnétique et donc les distributions de  $B$  et de  $H$  dans le circuit magnétique en termes de forme et d'amplitude. Il est donc plus commode de recourir à des modèles plus complexes i.e. modèles d'hystérésis pour une évaluation plus précise des pertes magnétiques des systèmes électromagnétiques.

Ces modèles de pertes se nourrissent des résultats de la simulation électromagnétique du dispositif, i.e. de l'induction  $B$ . Ainsi, la résolution électromagnétique a pour vocation de déterminer précisément la répartition de la variation temporelle du signal  $B(t)$  dans le circuit magnétique. Pour cela, elle doit intégrer en fonction du problème étudié les divers phénomènes mis en jeu : mouvement du rotor (cas des machines), couplage ou non avec les équations des circuits électriques/mécaniques/thermiques, l'échauffement des conducteurs, la nature et la forme de l'alimentation ou encore les effets de bord, etc. Les modélisations peuvent être classées en différentes catégories, à savoir :

- méthodes numériques (i.e. EF [18], DF [19], intégrales aux frontières [20], etc.) ;
- circuits équivalents (CE) [21]-[22] ;
- méthode de Schwarz-Christoffel (SC) [23] ;
- méthode des sous-domaines basée sur la résolution des équations de Maxwell [24]-[25].

Les modèles numériques, s'ils semblent irréprochables en termes de précision, ne sont pas souvent envisageables notamment dans un processus d'optimisation à cause des temps de calcul importants. De ce fait, les travaux de conception sont souvent réorientés vers la voie des modèles (semi-)analytiques à savoir, les CE, la méthode de SC et des sous-domaines.

Comparées aux méthodes numériques, ces méthodes (semi-)analytiques ont l'avantage d'être explicites, précises et rapides. De plus, elles permettent de prendre en compte de façon rigoureuse la géométrie des domaines ainsi que leur propriété conductrice ou non. Cependant, la méthode de SC et des sous-domaines ne prennent pas en compte l'effet de saturation. Ceci peut être résolu en utilisant un CME non-linéaire. Dans ce type de modélisation, on note cependant que les pertes magnétiques sont estimées à partir de modèles tels que Steinmetz [26]-[30], Bertotti [31]-[34] ou d'autres [35], adaptés au circuit magnétique constituant le dispositif. À ce jour, nous n'avons recensé aucune étude dans la littérature sur l'évaluation des pertes magnétiques à partir des formes d'ondes des inductions provenant d'un CME en utilisant un modèle d'hystérésis précis.

Dans cet article, et dans un contexte du dimensionnement rapide des systèmes électromagnétiques, nous présentons donc une approche inédite pour l'évaluation des pertes magnétiques dans ces systèmes. Cette approche exploite les formes d'ondes des inductions issues d'un CME adaptatif non-linéaire et le modèle LS des pertes magnétiques. Ce couplage entre le CME et le modèle LS a été appliqué - à titre d'exemple - à une machine synchrone à flux radial et à aimants enterrés. Pour ce faire, plusieurs étapes ont été accomplies :

- développement du CME adaptatif non-linéaire permettant de calculer l'état magnétique de la machine ;
- caractérisation de l'alliage constitutif de la machine et élaboration du modèle LS ;
- utilisation du CME pour calculer l'évolution temporelle des inductions pour chaque élément de la machine et ensuite du modèle LS pour le calcul a posteriori des pertes magnétiques pour chaque élément.

Les comparaisons entre les résultats obtenus et les calculs a posteriori faits dans Flux2D attestent de la validité de la démarche. Une mention spéciale doit tout de même être faite sur le gain considérable en temps de calcul obtenu par rapport aux EF.

## 2. CME ADAPTATIF NON-LINÉAIRE GÉNÉRALISÉ

### 2.1. Hypothèses générales

Les hypothèses adoptées pour la construction du CME peuvent être synthétisées dans les points suivants :

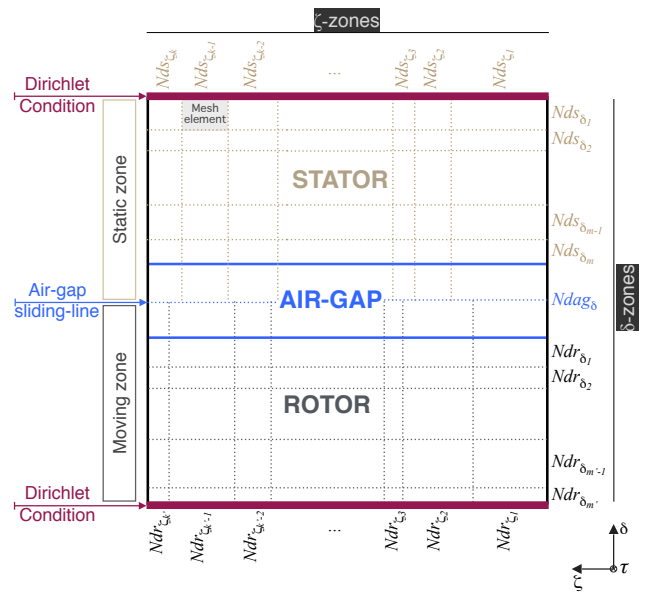
- modèle 2-D ou quasi 3-D ;
- effets de bords négligés ;
- non prise en compte de l'hystérésis ;
- matériaux magnétiques considérés isotropes ;
- pas d'effet des contraintes mécaniques sur la caractéristique  $B(H)$  ;
- conductivité électrique des matériaux supposée nulle.

Dans les machines électriques, le CME adaptatif non-linéaire généralisé permet de prendre en compte :

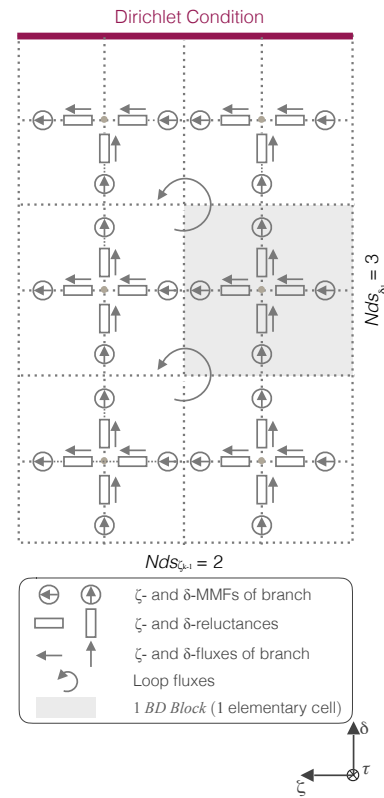
- les machines rotatives/linéaires ;
- les machines à flux radial/axial/transverse ;
- les machines à pas entier/fractionnaire (i.e. nombre d'encoches sous un pôle entier ou fractionnaire) ;
- les topologies de rotor (interne/externe) ;
- les bobinages (non-)concentriques à une ou plusieurs couches ;
- l'effet d'encoche et de courbure ;
- les flux magnétiques de fuite ;
- et la saturation croisée entre les axes  $d - q$ .

### 2.2. Maillage automatique

Dans [36], Dubas *et al.* présentent un CME adaptatif non-linéaire généralisé en 2-D/quasi 3-D permettant de calculer les grandeurs locales/intégrales dans les systèmes électromagnétiques. Dans [37], ce modèle semi-analytique généralisé a été appliqué à une machine synchrone à flux axial et à aimants



(a) Représentation du découpage de la section droite d'une machine.



(b) Mesh element

Fig. 1. Discrétisation généralisée [36].

enterrés.

La Fig. 1a représente la discrétisation généralisée des machines électriques dans un repère  $(\delta, \zeta, \tau)$ . On peut distinguer une zone statique et une zone mobile, ayant un nombre de tranches  $N_{slice}$  selon l'axe  $\tau$ . Chaque zone peut être modélisée indépendamment et la connexion entre les 2 zones est réalisée à l'aide d'une ligne de glissement au milieu de l'entrefer dite "Air-gap sliding-line technic" [36]. Par conséquent, la topologie du stator et/ou du rotor peut être remplacée par d'autres topologies.

Le stator (**rotor**) peut être divisé en  $m$  ( $m'$ ) zones selon l'axe  $\delta$  et  $k$  ( $k'$ ) zones selon l'axe  $\zeta$ . Les  $k$  ( $k'$ ) zones peuvent être dupliquées  $n$  ( $n'$ ) fois selon la structure du stator (**rotor**). L'entrefer est divisé en une seule zone selon l'axe  $\delta$ . Les *mesh elements*, de même perméabilité magnétique, résultant de l'intersection des  $\delta$  et  $\zeta$ -zones, peuvent être discrétisés en un ou plusieurs cellules (*BD blocks*) à partir de  $Nds_\delta$  ( $Ndr_\delta$ ) et  $Nds_\zeta$  ( $Ndr_\zeta$ ). La zone « entrefer » peut être discrétisée en  $Ndag_\delta$ , qui doit être un nombre impair pour faire apparaître la ligne de glissement dans l'entrefer. La discrétisation des différentes zones est la même pour chaque tranche dans l'axe  $\tau$ . Les *mesh elements* sont donc constitués de *BD blocks* selon la discrétisation imposée par le concepteur. La Fig. 1b représente un exemple de discrétisation d'un *mesh element*. Les *BD blocks*, connectés entre eux par des flux de mailles  $\psi^l$ , sont décrits par des points mi-lieux reliés à (hormis sur les bords du stator et du rotor) :

- 4 forces magnétomotrices (MMFs) de branches (i.e. 2  $\delta$ -MMFs et 2  $\zeta$ -MMFs) ;
- et 4 réluctances (i.e. 2  $\delta$ -réluctances  $\mathfrak{R}_\delta^l$  et 2  $\zeta$ -réluctances  $\mathfrak{R}_\zeta^l$ ) parcourues par des flux de branches  $\phi^l$ ,

où  $l$  est l'indice des tranches (i.e.  $l = 1, 2, \dots, N_{slice}$  avec  $N_{slice}$  = nombre de tranches selon l'axe  $\tau$ ).

### 2.3. Écriture matricielle et résolution

À partir des équations électromagnétiques, le CME adaptatif non-linéaire généralisé (où les flux de mailles  $\psi^l$  sont les inconnues) peut être exprimé, pour chaque tranche et  $\forall \zeta_{rs}$  ( $\zeta_{rs}$  représente la position mécanique entre le rotor et le stator), par :

$$[F^l] - [\chi^l] \cdot [\mathfrak{R}^l] \cdot [\chi^l]^T \cdot [\psi^l] = 0 \quad (1)$$

où  $[\mathfrak{R}^l]$  représente la matrice diagonale des réluctances,  $[\chi^l]$  la matrice topologique (ou d'incidence) et  $[F^l]$  le vecteur des MMFs de mailles qui est défini par :

$$[F^l] = [\chi^l] \cdot [MMF^l] \quad (2)$$

avec  $[MMF^l]$  le vecteur des MMFs de branches, qui dépend des sources électromagnétiques (i.e. aimants avec une aimantation quelconque, bobinage parcouru par des courants de forme d'onde quelconque [38]). Ces matrices et vecteurs dépendent de la discrétisation des *mesh elements* du stator et du rotor. Leurs dimensions sont invariantes par rapport à  $\zeta_{rs}$  [36].

Connaissant  $[\psi^l]$ , le vecteur des inductions magnétiques  $[B^l]$  peut être déterminé, pour chaque tranche  $\forall \zeta_{rs}$ , par :

$$\begin{cases} [B^l] = [S^l]^{-1} \cdot [\phi^l] \\ [\phi^l] = [\chi^l]^T \cdot [\psi^l] \end{cases} \quad (3)$$

où  $[S^l]$  est le vecteur des surfaces de passage des flux de branches dans les *BD blocks*.

Analytiquement, (1) peut être résolue linéairement de façon itérative par la méthode du point fixe ( $\mu_r$  est constant pour chaque itération). La caractéristique  $B(H)$  du circuit ferromagnétique est décrite par une fonction mathématique, dite de Marrocco [39]. L'organigramme de résolution du CME adaptatif non-linéaire généralisé est illustré sur la Fig. 2. Sur cette figure,  $\mu_{ri}$  représente la perméabilité magnétique relative initiale du circuit magnétique et  $N_{sat}$  le nombre total d'itérations pour la convergence magnétique au niveau de la saturation.

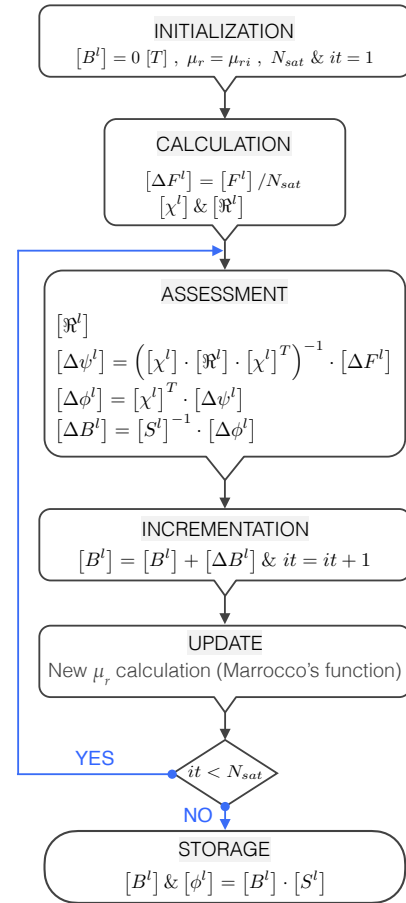


Fig. 2. Organigramme de résolution du CME adaptatif non-linéaire généralisé [36].

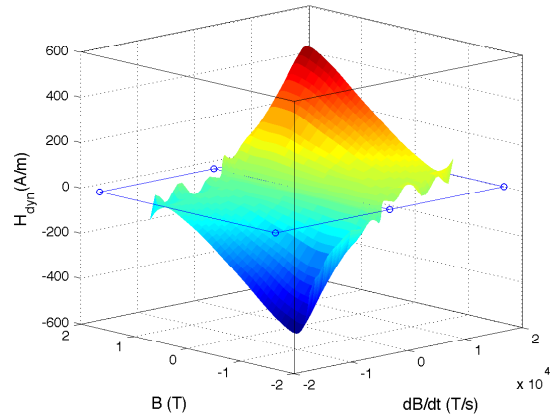


Fig. 3. Surface dynamique interpolée  $H_{dyn}(B, dB/dt)$  du matériau de la machine.

## 3. MODÈLE LS

### 3.1. Description

Le modèle LS est un modèle scalaire d'hystérésis dynamique, qui permet de reproduire le comportement magnétique d'un matériau en fonction de la forme d'onde et de la fréquence de l'excitation. Il s'agit donc d'un modèle  $H(B)$ , qui est basé sur la connaissance de l'induction  $B(t)$  et de ses variations temporelles  $dB/dt$ . Son identification s'appuie sur une surface caractéristique unique  $H_0^{mes}(B, dB/dt)$  déterminée expérimentalement. Ainsi, pour une induction  $B(t)$  de forme quelconque, le

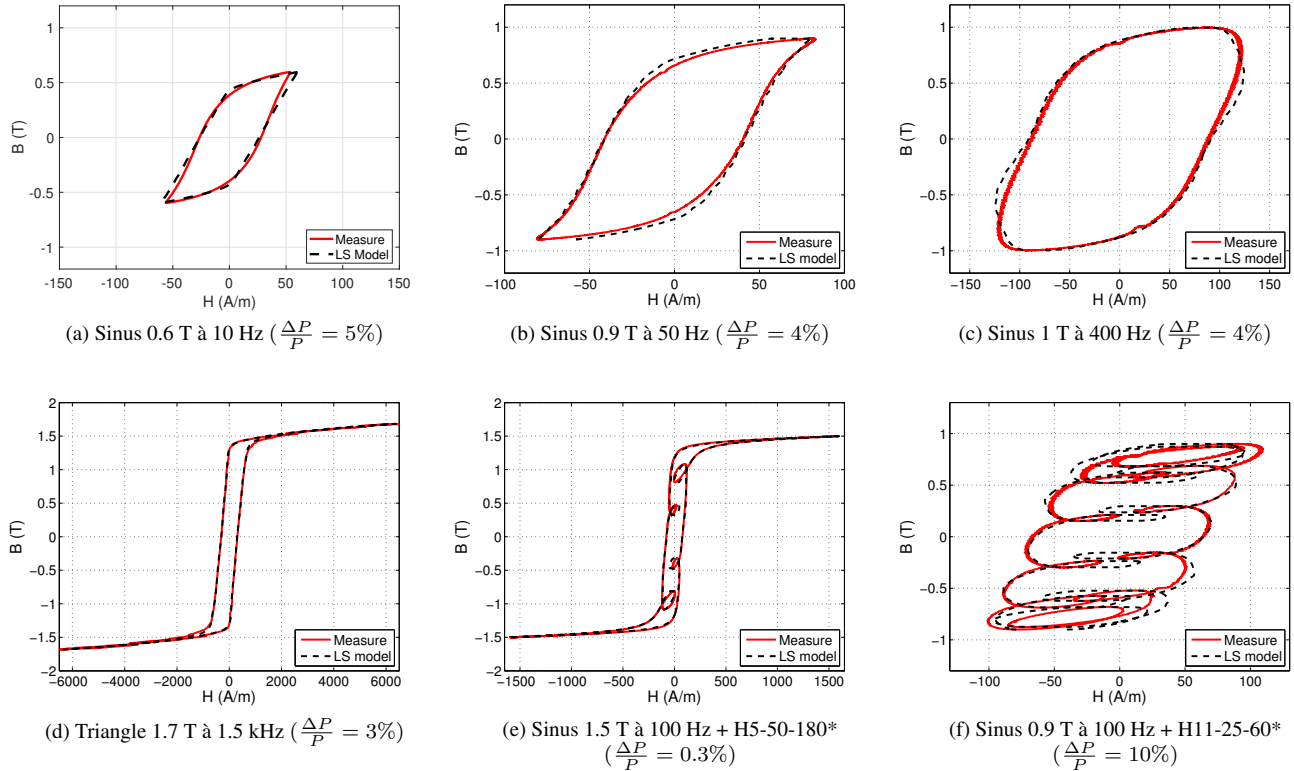


Fig. 4. Exemples de cycles mesurés et simulés sur l'alliage constitutif de la machine pour différentes formes d'ondes et différentes fréquences.  
 \* HX-Y-Z : harmonique n° X, Y = son amplitude en % du fondamental, Z = sa phase en °.

champ  $H(B, dB/dt)$  est déterminé en évaluant 2 termes :

$$H(B, dB/dt) = H_{stat}(B, histoire) + H_{dyn}(B, dB/dt) \quad (4)$$

où

- $H_{stat}(B, histoire)$  représentant le comportement quasi-statique du matériau. Il est évalué par un modèle d'hystérésis statique simple mais relativement précis, identifié par un cycles statique majeur et quelques cycles intermédiaires.
- $H_{dyn}(B, dB/dt)$  globalisant tous les phénomènes dynamiques qui se développent dans le matériau (courants induits dus aux déplacements des parois des domaines magnétiques, variation du nombre de parois avec la fréquence et le niveau d'induction...). Ce terme est calculé à partir de la surface  $H_{dyn}^{mes}(B, dB/dt)$  extraite de la surface globale  $H_0^{mes}(B, dB/dt)$  après soustraction de la contribution quasi-statique (Fig. 3).

### 3.2. Modélisation appliquée et implémentation dans Flux<sup>TM</sup>

Le modèle LS de l'alliage constitutif de la machine a été élaboré, développé et validé. La Fig. 4 illustre quelques exemples de résultats de simulation de cycles d'hystérésis  $B(H)$  pour différentes formes d'ondes et à différentes fréquences. La très bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux atteste de la validité du modèle élaboré.

Le modèle a été implanté et exploité ensuite en mode de calcul a posteriori dans le logiciel de simulation EF Flux<sup>TM</sup> de Cedrat pour estimer les pertes magnétiques dans un système électrotechnique. En effet, les simulations EF permettent la détermination de l'évolution temporelle de l'induction  $B(t)$  en tout point du circuit magnétique en tenant compte des conditions de fonctionnement et en supposant une loi  $B(H)$  non-linéaire, isotrope et sans hystérésis. Le modèle LS est ensuite appliqué pour

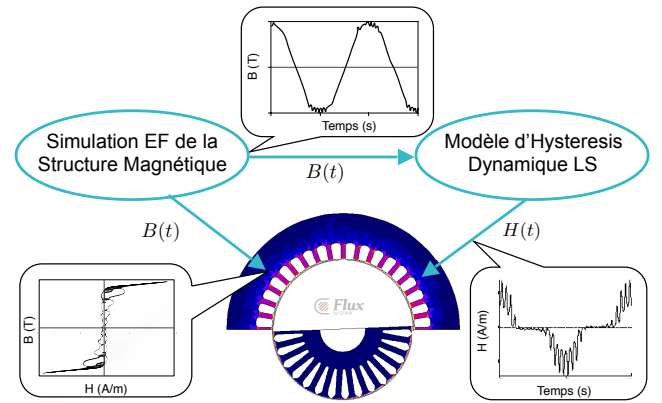


Fig. 5. Estimation des pertes magnétiques dans les systèmes électromagnétiques dans Flux<sup>TM</sup>.

évaluer le cycle d'hystérésis dans chaque élément du maillage, les pertes magnétiques locales et les pertes globales.

## 4. COUPLAGE DU CME ADAPTATIF NON-LINÉAIRE ET DU MODÈLE LS

### 4.1. Principe

Afin d'exploiter les sorties du modèle CME, i.e. les formes d'ondes  $B(t)$  dans chaque réductance, nous avons élaboré une approche permettant de calculer les pertes magnétiques par le modèle LS dans une cellule élémentaire du réseau. Cette approche est ensuite généralisée sur tout le CME. L'automatisme du couplage ainsi mis en œuvre repose sur l'emploi successif

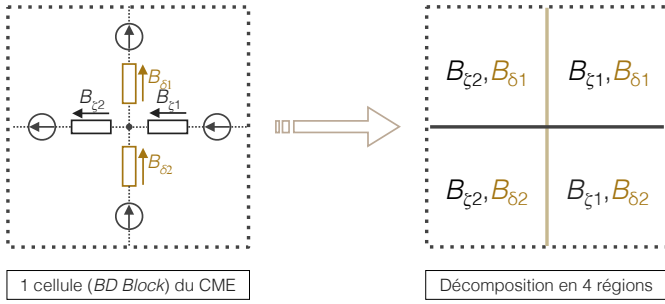
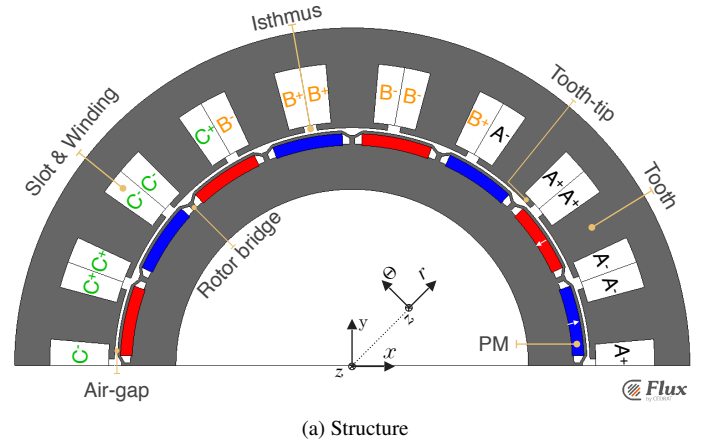
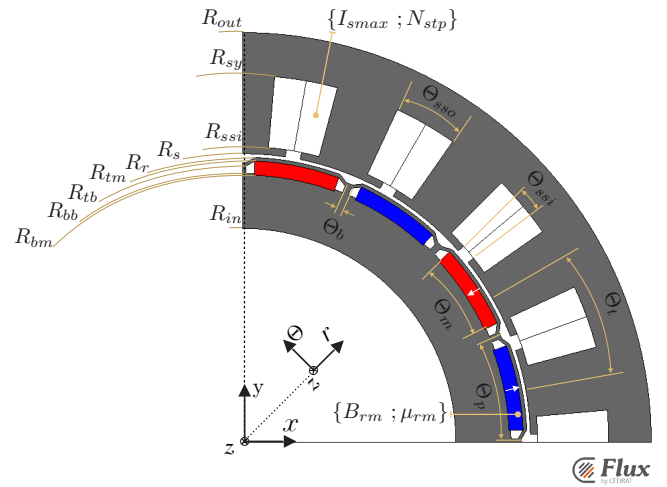


Fig. 6. Principe de la méthode d'évaluation des pertes magnétiques dans une cellule élémentaire (*BD block*) du CME.



(a) Structure



(b) Paramètres géométriques

Fig. 8. Machine synchrone à flux radial et à aimants enterrés.

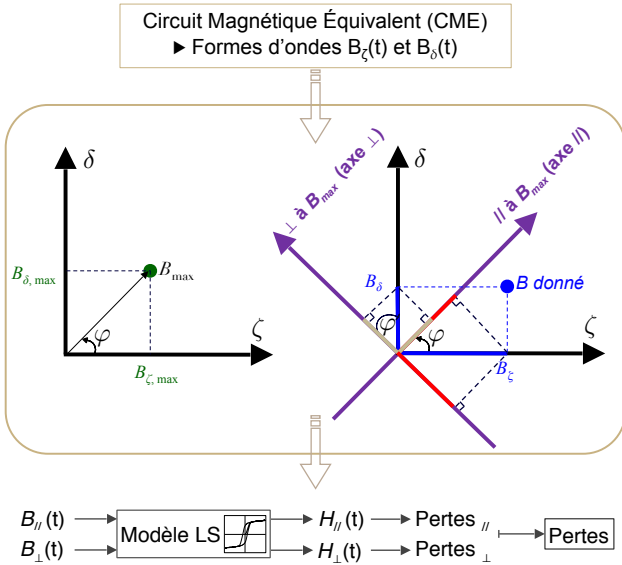


Fig. 7. Changement de repère pour le calcul des pertes magnétiques.

de la méthode sur  $N$  *BD blocks*.

L'idée maîtresse de la méthode est de considérer les 4 régions de la cellule élémentaire du CME (i.e. le *BD block*) (Fig. 6) dans lesquelles on retrouve systématiquement 2 inductions, une radiale  $B_\delta$  et une tangentielle  $B_\zeta$ . Ainsi, pour chaque 1/4 de la cellule et pour une période de simulation, la procédure de calcul suit les étapes suivantes :

- évaluation de la direction pour laquelle  $B$  est maximale ;
- association d'un repère local à cette direction ( $//$  et  $\perp$ ) ;
- projection des composantes  $B_\zeta$  et  $B_\delta$  sur les axes  $//$  et  $\perp$  ;
- calcul des pertes LS sur ces 2 nouveaux axes et leur addition pour remonter aux pertes moyennes par période.

On considère ainsi pour chaque 1/4 de la cellule, un nouveau repère orthonormé lié au vecteur  $B(t)$  dont l'un des deux axes est parallèle à la direction sur laquelle l'amplitude de  $B(t)$  est maximale. Les composantes  $B_{//}$  et  $B_\perp$  sont alors utilisées comme entrées du modèle pour calculer  $H_{//}$  et  $H_\perp$  et en déduire les cycles d'hystérésis correspondants (cf. Fig. 7).

Il est à noter que le choix de ces axes ( $//$  et  $\perp$ ) n'est pas arbitraire. En effet, cela permet d'appliquer directement le modèle scalaire dans le cas d'une induction uniaxiale.

À noter en outre que la connaissance des volumes de chaque 1/4 de cellule est indispensable pour passer des pertes massiques aux pertes totales en [W].

## 5. APPLICATION : MACHINE SYNCHRONE À FLUX RADIAL ET À AIMANTS ENTERRÉS

### 5.1. Description de la machine

La Fig. 8 représente la structure et les paramètres géométriques de la machine à flux radial et à aimants enterrés (18-encoches/16-pôles) étudiée. La machine, ayant un bobinage concentrique à double couche, est alimentée par un onduleur de tension régulé en courant (de forme sinusoïdale et d'amplitude maximale  $I_{smax}$ ). Les 3 phases du bobinage sont connectées en étoile. Les aimants, enterrés dans le noyau rotorique et aimantés radialement, sont isotropes et possèdent une caractéristique de démagnétisation linéaire. Cette machine est dédiée aux applications de traction automobile (16 kW @ 1000 tr/min) avec une température de fonctionnement maximale des aimants  $T_{mf}$  égale à 100 °C. Dû à la périodicité du bobinage, la machine peut être réduite à sa moitié (i.e. 9-encoches/8-pôles). Les paramètres géométriques et physiques de la machine sont donnés dans le Tab. 1.

### 5.2. Discrétisation

En utilisant les notions du CME adaptatif non-linéaire généralisé (voir §2) et en remplaçant  $(\delta, \zeta, \tau)$  par  $(r, \Theta, z)$ , un CME en 2-D (avec  $N_{slice} = 1$ ) a été développé en coordonnées polaires  $(r, \Theta)$ . La Fig. 9 représente les *mesh elements* de la zone statique (**zone mobile**) sous un pas dentaire (**sous un pas polaire**) qui est divisée en  $m = Nds_r = 3$  ( $m' = Ndr_r = 4$ ) zones selon l'axe  $r$  et  $k = Nds_\Theta = 5$  ( $k' = Ndr_\Theta = 5$ )

Tableau 1. Paramètres géométriques et physiques de la machine

Paramètres	Valeurs
$Q_s/2p$	18/16
$L_z$ [mm]	70
$\{R_{out}; R_{sy}; R_{ssi}; R_s\}$ [mm]	{115; 103; 83; 81}
$\{R_r; R_{tm}; R_{tb}; R_{bb}; R_{bm}; R_{in}\}$ [mm]	{80; 79; 72.5; 74.5; 75; 60}
$\{\Theta_{sso}/\Theta_t; \Theta_{ssi}/\Theta_{sso}\}$ [%]	{50; 30}
$\{\Theta_m/\Theta_p; \Theta_b/\Theta_p\}$ [%]	{78; 5.95}
$\{\mu_{rm}; \mu_{ri}\}$ [-]	{1.05; 6000}
$B_{rm}$ [T]	1.15
$I_{smax}$ [A]	282.8
$N_{stp}$ [-]	39

zones selon l'axe  $\Theta$ . Les  $k$  ( $k'$ ) zones doivent être dupliqués en 9 (8) fois pour obtenir la Fig. 8a.

La discrétisation des zones statoriques et rotoriques, pour le couplage du CME avec le modèle LS permettant de déterminer les pertes magnétiques, est donnée dans le Tab. 2. La zone «entrefers» a été discrétisée en  $Ndag_r = 3$ . Par conséquent, le système (1) est composé de :

- 340 flux de mailles et 1446 flux de branches pour la *discrétisation minimale* ;
- 844 flux de mailles et 3588 flux de branches pour la *discrétisation moyenne*.

Il doit être résolu pour chaque pas de rotation et chaque itération au niveau de la saturation. La discrétisation  $N_{pts}$  relative à  $\zeta_{rs} \rightarrow \Theta_{rs}$  pour le mouvement du rotor est égal à 100. Le nombre total d'itérations pour la convergence magnétique au niveau de la saturation, i.e.  $N_{sat}$ , a été imposé à 20 avec une perméabilité magnétique relative initiale du circuit magnétique  $\mu_{ri} = 6000$ .

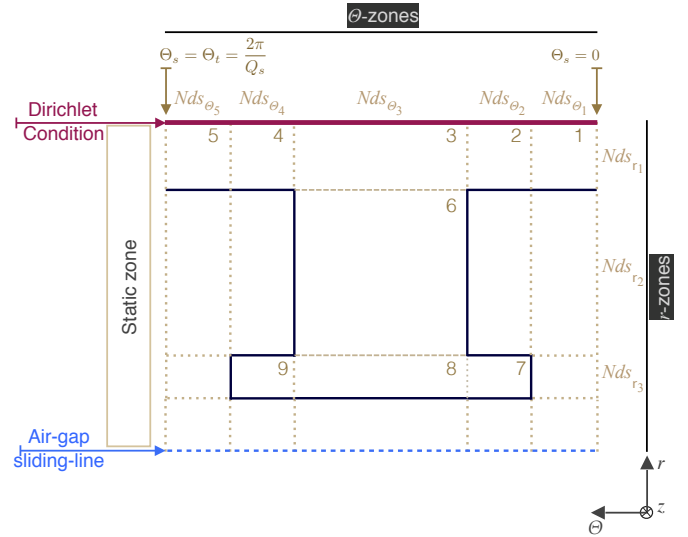
Tableau 2. Discrétisation introduite dans le CME de la machine

	Discrétisation	
	Minimale	Moyenne
$Nds_r$	[1 1 1]'	[1 1 1]'
$Nds_\Theta$	[1 1 1 1 1]	[1 2 5 2 1]
$Ndr_r$	[1 1 1 1]'	[1 1 1 1]'
$Ndr_\Theta$	[1 1 1 1 1]	[1 1 10 1 1]

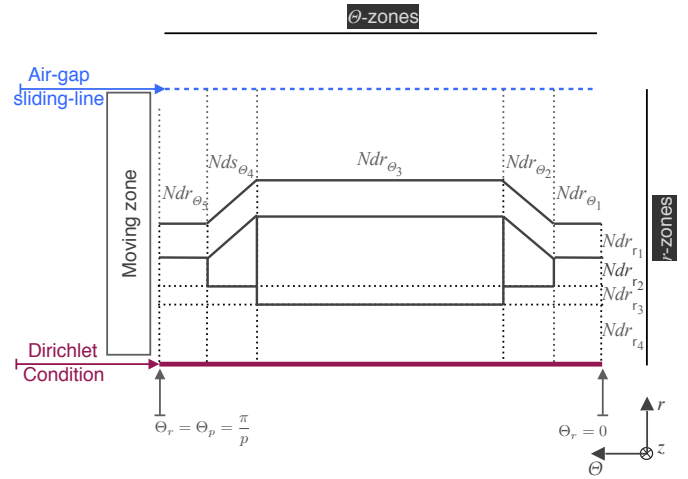
### 5.3. Couplage CME & LS et résultats

Pour pouvoir conclure sur l'adéquation de l'approche proposée, les pertes magnétiques ont été évaluées (à partir des formes d'ondes issues du CME de la machine) à 1000 tr/min à vide et en charge. L'influence de la discrétisation du CME sur les pertes et les performances électromagnétiques de la machine a été analysée. Les résultats obtenus ont été comparés avec les calculs a posteriori opérés dans Flux2D pour le même nombre de pas de temps (100). Les pertes magnétiques générées au niveau du rotor étant faibles, nous présentons ici uniquement celles au stator.

Le Tab. 3 renseigne les pertes magnétiques totales au stator (à vide et en charge et pour une vitesse de 1000 tr/m) calculées à partir du CME pour la discrétisation moyenne. Ce calcul est confronté dans le même tableau à celui mené dans Flux<sup>TM</sup>. Le résultat montre que l'approche proposée est apte à prédire de manière fine les pertes magnétiques à partir du CME avec un gain en temps de calcul d'environ 1.5 (pour cette machine) par



(a) Pas dentaire du stator



(b) Pas polaire du rotor

Fig. 9. Discrétisation de la machine.

rapport aux EF.

Pour illustrer l'influence de la discrétisation du CME sur les pertes magnétiques et les performances électromagnétiques, un pas dentaire du stator a été défini comme démonstrateur (cf. Fig. 9a). Ce dernier, divisé en 9 *mesh elements*, est très représentatif des différentes évolutions de l'induction au sein des diverses régions de la machine i.e. dents, culasse, « becs » des dents...

Les Tab. 4 et Tab. 5 rapportent les confrontations de l'approche de calcul des pertes magnétiques à partir du CME avec les calculs opérés dans Flux2D pour les 2 discrétisations minimale et moyenne considérées.

Conformément à ce que nous présentons, on peut noter que la discrétisation minimale donne lieu à des écarts moyens significatifs. Ces écarts sont de l'ordre de  $\approx 15\%$  (en charge) à  $\approx 30\%$  (à vide). L'examen de la Fig. 10 permet d'expliquer ces écarts dus à cette discrétisation grossière. En effet, si l'on se focalise, par exemple, sur le cas de la dent (mesh n°6 de la Fig. 9a), en charge, les composantes temporelles  $r$  et  $\Theta$  de l'induction données par le CME et utilisées dans le calcul des pertes sont différentes de celles issues de la simulation EF de la machine. À noter que les data acquis dans l'environnement Flux<sup>TM</sup> sont associés aux capteurs ponctuels (induction spatiale en un point) dont les coordonnées géométriques correspondent aux milieux des réluctances  $r_2$  et  $\Theta_1$  de la cellule « dent » du CME. En

Tableau 3. Pertes magnétiques totales au stator en [W] à 1000 tr/min pour une discrétisation moyenne

En charge			À vide		
CME	Flux	$\varepsilon$ [%]	CME	Flux	$\varepsilon$ [%]
75	78	3.5	28	30	6

Tableau 4. Pertes magnétiques en [W] à 1000 tr/min sur un pas dentaire pour une discrétisation minimale (cf. Fig. 9a pour la numérotation des meshes)

Mesh	En charge			À vide		
	CME	Flux	$\varepsilon$ [%]	CME	Flux	$\varepsilon$ [%]
1	0.14	0.13	6	0.09	0.05	88
2	0.33	0.31	5	0.20	0.11	86
3	1.16	0.83	39	0.69	0.22	214
4	0.32	0.26	21	0.2	0.11	82
5	0.13	0.11	20	0.08	0.05	83
6	0.87	2.05	58	0.51	0.89	42
7	0.08	0.11	30	0.07	0.05	39
8	0.39	0.27	46	0.27	0.17	59
9	0.11	0.06	95	0.03	0.04	16
Total	3.51	4.12	15	2.15	1.68	28

Tableau 5. Pertes magnétiques en [W] à 1000 tr/min sur un pas dentaire pour une discrétisation moyenne (cf. Fig. 9a pour la numérotation des meshes)

Mesh	En charge			À vide		
	CME	Flux	$\varepsilon$ [%]	CME	Flux	$\varepsilon$ [%]
1	0.12	0.13	8	0.04	0.05	11
2	0.28	0.31	10	0.10	0.11	12
3	0.87	0.83	5	0.26	0.22	18
4	0.24	0.26	8	0.10	0.11	14
5	0.10	0.11	9	0.04	0.05	13
6	1.95	2.05	5	0.75	0.89	16
7	0.09	0.11	18	0.03	0.05	40
8	0.24	0.27	11	0.20	0.17	18
9	0.03	0.06	47	0.05	0.04	25
Total	3.92	4.12	5	1.56	1.68	7

termes de performances électromagnétiques, le couple moyen  $\Gamma_{em}$  avec une telle discrétisation est de 50 N.m, très différent de celui issu du calculé EF (150 N.m).

Pour la discrétisation moyenne, les résultats démontrent la très bonne évaluation des pertes magnétiques locales i.e. dans les 9 régions de la Fig. 9a à partir des inductions  $B(t)$  des cellules qui leurs sont associées. On note un écart de  $\approx 5\%$  par rapport au calculs faits dans Flux2D. Si l'on scrute de très près les résultats, on peut remarquer à l'examen de la Fig. 11 que les composantes temporelles radiales des inductions, par exemple, dans la dent, s'accordent bien avec la simulation EF. Cependant on note un écart sur les composantes tangentielles. Le calcul des pertes magnétiques n'est pas impacté par cette composante du fait d'une part des faibles valeurs des inductions par rapport aux composantes radiales et d'autre part du changement de repère ( $//$  et  $\perp$ ) opéré lors du calcul. Le couple moyen avec cette discrétisation est très proche de celui calculé par EF.

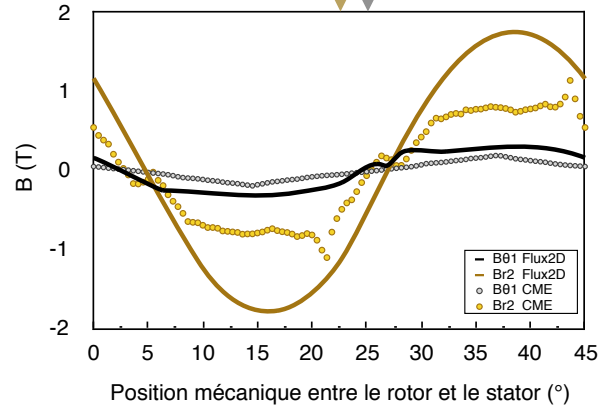
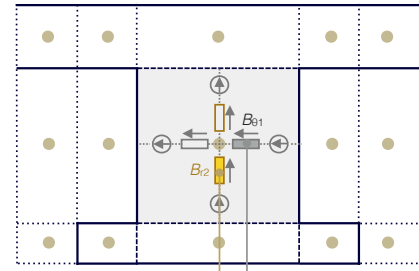


Fig. 10. Explication des écarts obtenus dans le cas de la discrétisation minimale.

## 6. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons établi les bases d'un couplage entre un modèle de type circuit magnétique équivalent (CME) d'une machine électrique et une approche originale permettant de prédire les pertes magnétiques dans la machine (sur la base du modèle LS). Cette approche permet de réduire le temps de calcul comparativement aux EF tout en fournissant des résultats très proches moyennant un maillage suffisant du CME.

## 7. REMERCIEMENTS

Ce travail est mené dans le cadre du projet COCTEL (Conception Optimale des Chaînes de Traction Électrique) piloté par RENAULT-SAS et financé par l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie).

## 8. RÉFÉRENCES

- [1] C. Steinmetz, « On the law of hysteresis », Proceedings of the IEEE, vol. 72, no. 2, pp. 197–221, Feb. 1984.
- [2] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. De Doncker, « Calculation of losses in ferro and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation », IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, Jan. 2001.
- [3] J. Li, T. Abdallah, and C. Sullivan, « Improved calculation of core loss with non-sinusoidal waveforms », 36th IAS Annual Meeting Industry Applications Conference, vol. 4, pp. 2203–2210, Chicago, IL, USA, Oct. 2001.
- [4] K. Venkatachalam, C. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, « Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters », IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, pp. 36–41, Jun. 2002.
- [5] A. Van den Bossche, V. Valchev, and G. Georgiev, « Measurement and loss model of ferrites with non-sinusoidal waveforms », IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC), vol. 6, pp. 4814–4818, Jun. 2004.
- [6] G. Bertotti, « Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. I. Theoretical considerations », Journal of Applied Physics, vol. 57, no. 6, pp. 2110–2117, Mar. 1985.
- [7] G. Bertotti, « Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. II. Analysis of experimental results », Journal of Applied Physics,

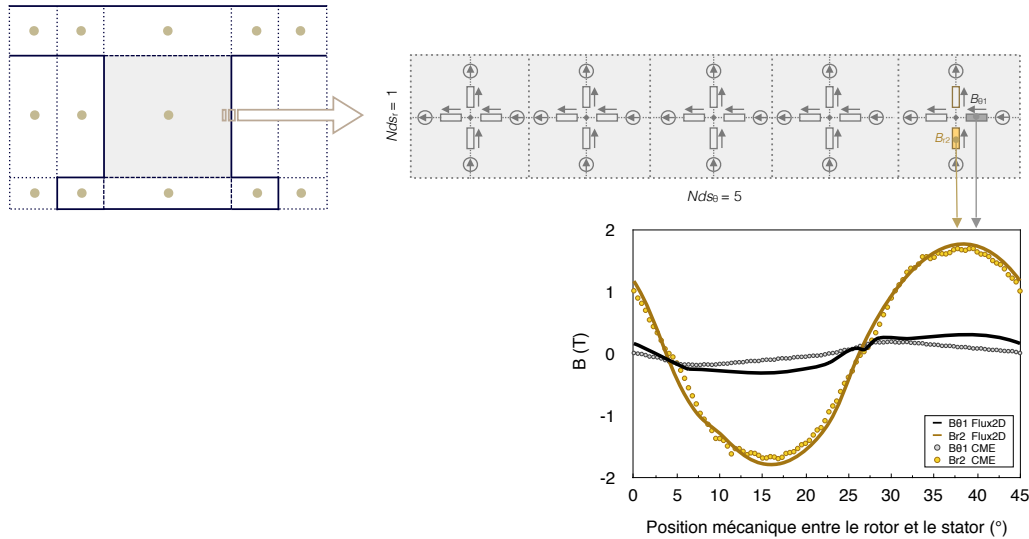


Fig. 11. Formes d'ondes  $B(t)$  : CME vs Flux2D (cas de la discrétisation moyenne).

- vol. 57, no. 6, pp. 2118-2126, Mar. 1985.
- [8] G. Bertotti, « General properties of power losses in soft ferromagnetic materials », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 24, no. 1, pp. 621-630, Jan. 1988.
- [9] F. Fiorillo and A. Novikov, « An improved approach to power losses in magnetic laminations under non sinusoidal induction waveform », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 26, no. 5, pp. 2904-2910, Jan. 1990.
- [10] F. Preisach, « Über die magnetische Nachwirkung », *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, no. 5, pp. 277-302, May. 1935.
- [11] I. D. Mayergoyz, « Mathematical models of hysteresis and their applications », 2nd ed. Academic Press, 2003, ISBN : 0124808735.
- [12] G. Bertotti, « Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 28, no. 5, pp. 2599-2601, Sep. 1992.
- [13] A. Michaelides, J. Simkin, P. Kirby, and C. Riley, « Permanent magnet demagnetization and soft iron hysteresis effects : A comparison of FE analysis techniques », *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 29, no. 4, pp. 1090-1096, Jul. 2010.
- [14] S. E. Zirka and Y. I. Moroz, « Hysteresis modeling based on transplantation », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 31, no. 6, pp. 3509-3511, Nov. 1995.
- [15] S. Zirka, Y. Moroz, P. Marketos, and A. Moses, « Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 42, no. 9, pp. 2121-2132, Sep. 2006.
- [16] Dingsheng Lin, Ping Zhou, and Anders Bergqvist, « Improved vector play model and parameter identification for magnetic hysteresis materials », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 50, no. 2, pp. 357-360, Feb. 2014.
- [17] T. Chevalier, A. Kedous-Lebouc, B. Cornut, « A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet », *Physica B : Physics of Condensed Matter*, vol. 275, no. 1-3, pp. 197-201, Jan. 2000.
- [18] J. Jin, *The finite element method in electromagnetics - Second Edition*, New York : John Wiley and Sons, Inc., 2002.
- [19] G.D. Smith, *Numerical solution of partial differential equations : Finite difference methods - Third edition*, Clarendon press - Oxford, 1985.
- [20] L.C. Wrobel, M.H. Aliabadi, *The boundary element method*, New York : John Wiley and Sons, Inc., 2002.
- [21] P.L. Alger, *Induction machines : Their behavior and uses*, Gordon and Breach Publisher, 1970.
- [22] V. Ostovic, *Dynamics of saturated electric machines*, New York : Springer-Verlag, 1989.
- [23] T.A. Driscoll, L.N. Trefethen, *Schwarz-Christoffel mapping*, Cambridge, U.K. : Cambridge Univ. Press, 2002.
- [24] B. Hague, *Electromagnetic Problems in Electrical Engineering*, London, U.K. : Oxford Univ. Press, 1929.
- [25] S.J. Farlow, *Partial differential equations for scientists and engineers*, New York : Dover, Inc., 1993.
- [26] C.B. Rasmussen, and E. Ritchie, « Magnetic Equivalent Circuit Method For Designing Permanent Magnet Motors », in *Proc. ICEM*, Vigo, Spain, Sep. 1996.
- [27] B. Sheikh-Ghalavand, S. Vaez-Zadeh, and A. Hassanpour Isfahani, « An Improved Magnetic Equivalent Circuit Model for Iron-Core Linear Permanent-Magnet Synchronous Motors », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 46, no. 1, pp. 112-120, Jan. 2010.
- [28] J.K. Tangudu, T.M. Jahns, and A. EL-Refai, « Core loss prediction using magnetic circuit model for fractional-slot concentrated-winding interior permanent magnet machines », in *Proc. ECCE*, Madison, W.I., Sep. 2010.
- [29] M.L. Bash, and S.D.P. Pekarek, « Modeling of Salient-Pole Wound-Rotor Synchronous Machines for Population-Based Design », *IEEE Trans. on Energy Conv.*, vol. 26, no. 2, pp. 381-392, Jun. 2011.
- [30] K. Nakamura, S. Fujio, and O. Ichinokura, « A Method for Calculating Iron Loss of an SR Motor Based on Reluctance Network Analysis and Comparison of Symmetric and Asymmetric Excitation », *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 42, no. 10, pp. 3440-3442, Oct. 2006.
- [31] C.B. Rasmussen, and E. Ritchie, « A Magnetic Equivalent Circuit Approach for Predicting PM Motor Performance », in *Proc. IEEE IAS Annual Meeting*, New Orleans, Louisiana, Oct. 1997.
- [32] T. Raminosa, I. Rasoanarivo, and F.M. Sargos, « Reluctance Network Analysis of High Power Synchronous Reluctance Motor with Saturation and Iron Losses Considerations », in *Proc. EPE -PEMC*, Portoroz, Slovenia, August - Sep. 2006.
- [33] A.R. Tariq, C.E. Nino, and E.G. Strangas, « A Novel Numerical Method for the Calculation of Iron and Magnet Losses of IPMSMs », in *Proc. IEMDC*, Miami, Florida, May 2009.
- [34] A. Hemeida, and P. Sergeant, « Analytical Modeling of Surface PMSM Using a Combined Solution of Maxwell's Equations and Magnetic Equivalent Circuit (MEC) », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 50, no. 12, 7027913, Dec. 2014.
- [35] O. Maloberti, R. Figueredo, C. Marchand, Y. Choua, D. Condamin, L. Kobylanski, and E. Bommé, « 3-D - 2-D Dynamic Magnetic Modeling of an Axial Flux Permanent Magnet Motor With Soft Magnetic Composites for Hybrid Electric Vehicles », *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 50, no. 6, 8201511, Jun. 2014.
- [36] F. Dubas, R. Benlamine, S-A. Randi, D. Lhotellier, and C. Espanet, « 2-D or Quasi 3-D Nonlinear Adaptive Magnetic Equivalent Circuit, Part I : Generalized Modeling with Air-Gap Sliding-Line Technic », *Applied Mathematical Modelling*, under review.
- [37] F. Dubas, R. Benlamine, S-A. Randi, D. Lhotellier, and C. Espanet, « 2-D or Quasi 3-D Nonlinear Adaptive Magnetic Equivalent Circuit, Part II : Application to Axial-Flux Interior Permanent-Magnet Synchronous Machines », *Applied Mathematical Modelling*, under review.
- [38] F. Dubas, and A. Rahideh, « 2-D Analytical PM Eddy-Current Loss Calculations in Slotless PMSM Equipped with Surface-Inset Magnets », *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 50, no. 3, 6300320, March 2014.
- [39] A. Marrocco, « Analyse numérique de problèmes d'électrotechnique », *Ann. Sc. Math.*, vol. 01, pp. 271-296, 1977.