



# **Placement journalier de la production avec contrainte sur le creux de fréquence en cas de perte d'un groupe par décomposition de Benders**

Carmen Cardozo, Laurent Capely, Wim van Ackooij

## **► To cite this version:**

Carmen Cardozo, Laurent Capely, Wim van Ackooij. Placement journalier de la production avec contrainte sur le creux de fréquence en cas de perte d'un groupe par décomposition de Benders. Symposium de Genie Electrique, Jun 2016, Grenoble, France. <hal-01361587>

**HAL Id: hal-01361587**

**<https://hal.science/hal-01361587v1>**

Submitted on 7 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Placement journalier de la production avec contrainte sur le creux de fréquence en cas de perte d'un groupe par décomposition de Benders

Carmen CARDOZO \*, Laurent CAPELY \*, Wim VAN ACKOOIJ †

\* EDF R&D EFESSE, † EDF R&D OSIRIS

**RESUME** – L'augmentation de la part des sources non-synchrones dans le mix énergétique entraîne une dégradation de la réponse dynamique d'un système électrique. En particulier, une baisse de performance de la régulation primaire de fréquence pourrait augmenter le risque de délestage de charge suite à de forts déséquilibres de puissance. Ceci remet en cause les considérations simplificatrices dans la définition de la contrainte de sûreté lors de l'optimisation du placement de la production. Ces travaux proposent une reformulation de ce problème par la méthode de décomposition de Benders afin de prendre en compte les paramètres dynamiques des groupes dans le placement de la réserve primaire. Cette nouvelle méthode permettrait d'augmenter la part des sources renouvelables, non-synchrones, tout en garantissant la sûreté de fourniture d'électricité à coût maîtrisé.

**Mots-clés** – Régulation primaire de fréquence, Programmation linéaire en nombre entiers (PLNE), Décomposition de Benders.

## 1. INTRODUCTION

L'insertion des énergies renouvelables (ENR) variables pose de nouveaux défis aux gestionnaires de réseaux (GR) pour concilier optimisation économique, sûreté et qualité de fourniture. Aujourd'hui, l'éolien et le photovoltaïque (PV) sont les ENR avec la plus forte croissance, mais elles s'accompagnent d'une variabilité peu contrôlable et d'une imprévisibilité partielle de leur production, ce qui affecte, entre autres, la gestion du parc. De plus, ces moyens de production sont souvent raccordés de façon asynchrone, par le biais d'électronique de puissance, et ne participent, de façon naturelle, ni à la réponse inertielle ni à la fourniture des services système. Ceci dégrade le comportement dynamique du système électrique, ce qui pourrait devenir un frein majeur au développement de ces sources.

Des travaux précédents ont montré une augmentation du risque de délestage par sous-fréquence (DSF) avec l'insertion des sources non-synchrones dans un système électrique du type insulaire [1]. Pour y faire face, plusieurs leviers ont été proposés dans la littérature, depuis le calcul avancé des réserves classiques jusqu'au déploiement des nouvelles technologies [2, 3]. Ce travail présente une nouvelle formulation du problème de placement de production avec contrainte sur le creux de fréquence, nommée FCUC (pour *Frequency Constrained Unit Commitment*). La formulation proposée prend en compte la dynamique du déploiement de la réserve primaire dès la phase d'optimisation court-terme afin d'éviter le DSF.

Cette section introduit le principe de la régulation primaire de fréquence et du DSF, ainsi que l'intérêt d'une optimisation plus fine de la réserve primaire. La section 2 décrit les modèles classiques de placement journalier de production. La section 3 présente le modèle dynamique implémenté. La section 4 explique la formulation proposée pour intégrer la contrainte sur le creux de fréquence dans un modèle de placement de production. La section 5 présente des résultats de simulations. La section 6 conclut avec les apports de ces travaux et propose quelques perspectives.

### 1.1. Régulation primaire de fréquence et DSF

Dans un système électrique la fréquence doit rester aux alentours de sa valeur nominale. Cependant, elle peut subir des excursions importantes lors de certains événements, comme par exemple l'arrêt fortuit d'un groupe de production. Dans ce cas, la fréquence du système chute tel que l'illustre la Fig. 1.

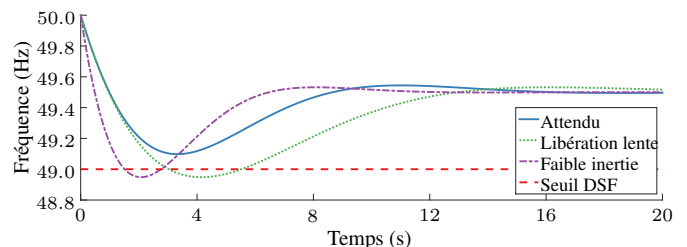


Fig. 1. Trajectoires typiques de la fréquence suite à la perte d'un groupe

Le gradient initial de la chute de fréquence est limité par l'inertie des groupes synchrones raccordés au réseau. Par la suite, la régulation primaire de fréquence augmente la puissance produite par les unités désignées pour fournir ce service de façon automatique et locale [4]. Cette régulation permet de rétablir l'équilibre entre l'offre et la demande et ainsi stabiliser la fréquence (courbe bleue en trait plein).

Si la régulation primaire de fréquence ne parvient pas à maintenir la fréquence dans la plage acceptable, les relais fréquence-métriques placés dans certains postes sources délestent une partie de la consommation afin d'éviter l'effondrement du système.

Cette action, appelée délestage par sous-fréquence (DSF) [5], est conçue pour faire face aux événements plus graves qu'un incident de référence tel que la perte d'une unité de production. Cependant, dans les petits systèmes, le DSF pourrait être déclenché même dans ce cas. La faible inertie de ce type de système couplée à une dynamique de libération de la réserve primaire trop lente ne permet pas de rétablir l'équilibre de puissance avant que le seuil de fréquence ne soit atteint (courbe verte en pointillé). Ce comportement indésirable peut-être accentué lorsque la production conventionnelle est substituée par de la production non-synchrone dont les ENR en vue d'une baisse de l'inertie équivalente (courbe violette discontinue). Une optimisation de la réserve primaire par des critères dynamiques pourrait éviter l'activation intempestive du DSF, en ramenant les courbes verte et violette vers la courbe bleue.

### 1.2. Optimisation de la réserve primaire

La réserve est constituée par la capacité raccordée disponible. Elle est destinée à gérer l'incertitude et les aléas tout en assurant la continuité de fourniture des consommateurs. En général, la réserve est spécifiée suivant des critères statiques de fiabilité. Le critère le plus répandu pour la prescription de la réserve primaire est donné par la règle N-1.

Ceci établit une réserve minimale par rapport à un incident de référence qui est défini par la perte de la plus grosse unité. L'objectif est d'assurer que le système résistera à l'incident de référence sans déconnexion de charge. Cependant, pour les raisons discutées dans la section 1.1, différents travaux sur l'optimisation de la réserve primaire suivant des critères dynamiques existent dans la littérature.

Une première contribution sur ce sujet propose une approche itérative augmentant le volume de réserve pas à pas dans le placement de production. Des simulations dynamiques sont effectuées *a posteriori* pour vérifier que le DSF est bien maîtrisé [6]. Cependant cette approche ne permet d'agir que sur le volume de réserve primaire. Or, la prise en compte des autres paramètres, tels que l'inertie, permettrait d'obtenir des solutions avec les performances dynamiques attendues mais à un coût plus faible.

Par la suite, des méthodologies plus sophistiquées, basées sur la simulation hors ligne de plusieurs scénarios, ont été proposées [7, 8]. Elles permettent la construction des approximations linéaires des contraintes de sûreté. Ces travaux ont révélé l'intérêt d'améliorer la modélisation des contraintes sur la réserve primaire pour déterminer des programmes d'appel sécurisés et économiques. Cependant, les approches basées sur des calculs hors ligne ont des inconvénients bien connus, comme par exemple le fait que la base de données pourrait ne plus être valable lorsque certains paramètres du système changent, comme le taux de pénétrations des ENR. Plus récemment, des formulations du problème de placement de production avec contrainte sur la réponse de la régulation de fréquence ont été publiées [9, 10, 11, 12, 13].

Cependant, quelques limites peuvent être identifiées en ce qui concerne la modélisation de la dynamique de libération de la réserve primaire. Restrepo *et al.* [9] et Daly *et al.* [10] considèrent des contraintes indirectes sur certains paramètres, tels que le statisme (gain proportionnel puissance-fréquence) et l'inertie.

Ela *et al.* [11], quant à eux, proposent un design du marché avec des considérations sur les services de régulation de fréquence pour des grands systèmes. Ce travail prend en compte les différents niveaux hiérarchiques de la régulation de fréquence. Par contre, les variables d'intérêt majeur liées à régulation primaire restent la réserve et le statisme. Le temps du creux est considéré connu avant le transitoire, et des paramètres de sensibilité sont calculés de façon empirique. Ensuite, la formulation proposée par Ahmadi *et al.* [13] est basée sur des hypothèses fortes, telles que la considération d'une constante de temps unique associée au déploiement de la réserve primaire pour toutes les unités de production raccordées au réseau.

Enfin, la révision des contraintes de sûreté dans les outils d'optimisation est aujourd'hui un sujet d'actualité, et des travaux sont régulièrement publiés [14]. La formulation ici proposée permet de s'affranchir des inconvénients mentionnés ci-dessus. D'une part, on inclut de façon explicite une contrainte sur le creux de fréquence à travers son modèle des plans sécants, et ce malgré sa non-linéarité. D'autre part, les différentes caractéristiques des groupes sont représentées finement.

## 2. PLACEMENT DE PRODUCTION CLASSIQUE

Le placement de production est une famille de problèmes d'optimisation qui déterminent l'état et la puissance de consigne des groupes de production pour satisfaire la demande électrique à moindre coût. Ces problèmes sont décrits de façon générique par l'équation (1). Historiquement, leur formulation a évolué de façon continue, entraînée par la croissance simultanée des systèmes électriques et des capacités à résoudre des problèmes d'optimisation complexes [15].

On appelle UC (pour *Unit Commitment*) l'ensemble des modèles qui traitent l'état des groupes, et ED (pour *Economic Dispatch*) l'ensemble des modèles qui traitent la puissance de consigne des groupes de production. Aujourd'hui, l'UC est souvent exprimé comme un problème de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE) [16], tandis que l'ED consiste uniquement en des variables continues. L'UC s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser}_{x \in X, y \in Y} f_0(x, y) \\ & \text{sous les contraintes} \quad f_i(x, y) = b_i, \quad i = 1, \dots, i, \\ & \quad \quad \quad h_j(x, y) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, j. \end{aligned} \quad (1)$$

où  $y$  and  $x$  sont les variables d'optimisation et  $X$  and  $Y$  leurs domaines. Dans l'UC  $x \in X \subseteq \mathbb{R}^{n1}$  est le vecteur de variables continues (puissances de consigne) et  $y \in Y \subseteq \{0, 1\}^{n2}$  est le vecteur de variables binaires qui représente l'état des groupes de production à chaque pas de temps (démarré ou arrêté).

La fonction objectif  $f_0 : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  représente les coûts d'exploitation des groupes tout au long de l'horizon d'optimisation.

Les contraintes d'égalité  $f_i(x) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall i = 1, \dots, i$  comprennent, entre autre, l'équation d'équilibre offre-demande à tout instant. Les contraintes d'inégalité  $h_j(x) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall j = 1, \dots, j$  comprennent, entre autre, des limites techniques, opérationnelles et de sûreté.

Cette dernière contrainte établit communément un volume minimal de réserve, ce qui permet de préserver la structure linéaire du problème d'optimisation, à défaut d'une représentation détaillée des processus physiques sous-jacents. La résolution de l'UC peut alors être effectué dans un temps compatible avec la conduite d'un système électrique grâce à l'utilisation de solveurs PLNE commerciaux efficaces et fiables.

La recherche sur ce sujet reste de nos jours un élément clé pour répondre aux besoins des futurs systèmes électriques, par le biais d'une représentation plus réaliste de leur environnement opérationnel dans des outils industriels.

## 3. MODÈLE DYNAMIQUE

L'évolution de la fréquence dans un système électrique suite à un incident, tel que la perte d'une unité de production, constitue un phénomène électromécanique à l'échelle de quelques secondes. Elle est régie par l'équation des masses tournantes [17] et peut être déterminée par la résolution d'un modèle d'ordre réduit (*reduced order system frequency response model*).

La Fig. 2 montre une représentation schématique du modèle utilisé, qui s'inspire des travaux disponibles dans la littérature [18, 19]. Dans ce travail, la puissance produite est saturée aux limites maximales de capacité et de réserve primaire.

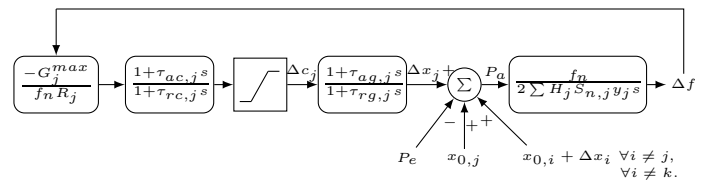


Fig. 2. Modèle électromécanique qui détermine l'évolution de la fréquence

où  $f_n$  est la fréquence nominale du système,  $G_j^{max}$  est la puissance maximale de l'unité  $j$  et  $S_{n,j}$  sa puissance apparente nominale. Les paramètres dynamiques de chaque unité incluent la constante d'inertie ( $H_j$ ), le statisme ou gain proportionnel de la régulation primaire de fréquence ( $R_j$ ) et les constants de temps du contrôleur et du processus ( $\tau_{ac,j}$ ,  $\tau_{rc,j}$ ,  $\tau_{ag,j}$ ,  $\tau_{rg,j}$ ).

La déviation de fréquence  $\Delta f$  dépend aussi du point de fonctionnement du système, ici caractérisé par la demande électrique ( $P_e$ ), et les variables de décision du modèle de placement de production qu'on appelle  $y$  et  $x_0$ , ainsi que du déséquilibre de puissance, ici défini par la perte de l'unité  $k$  ( $x_{0,k}$ ). Enfin, l'apport en inertie de la charge pourrait aussi être inclus.

Ce modèle se traduit par un système d'équations différentielles non linéaires d'ordre  $2K+1$ , où  $K$  est le nombre de groupes disponibles. Sa résolution s'opère via un algorithme d'intégration numérique à pas fixe basé sur une méthode standard (e.g. Euler explicite) implémenté en MATLAB [20].

#### 4. NOUVELLE FORMULATION DU PROBLÈME FCUC

Dans cet article, nous proposons une formulation du problème de placement de la production sous contrainte sur les creux de fréquence basée sur la décomposition de Benders.

##### 4.1. Décomposition de Benders appliqué au FCUC

La méthode proposée par Benders [21] facilite la résolution de problèmes d'optimisation avec une structure appropriée par une séparation en deux sous-problèmes.

Dans le cas du FCUC, il semble naturel de décomposer le problème en fonction du type de variable : binaires et continues, comme cela est présenté sur la Fig. 3.

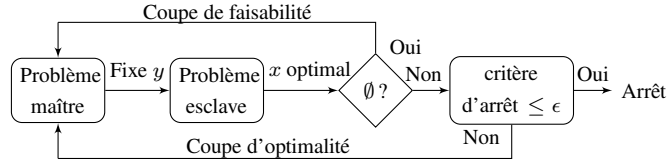


Fig. 3. Schéma général de la décomposition de Benders

La première partie, appelée le « problème maître » dans la terminologie de la méthode (*Master*), fixe un ensemble de variables, ici  $y$ , rendant ainsi la deuxième partie, le « problème esclave » (*Slave*) qui n'est plus que fonction de  $x$ , plus facile à résoudre. Des contraintes, appelées « coupes » (*cuts*), sont générées au fur et à mesure que l'algorithme progresse vers la solution. Ces contraintes, sont envoyées de « l'esclave » au « maître » pour assurer que le problème original est bien résolu.

Formuler un problème d'optimisation en suivant cette approche consiste alors à définir deux sous-problèmes et à construire des « coupes ».

Pour cela, la fonction objectif du problème UC classique (1) est décomposée en deux parties,  $f_1(x) : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}$  qui inclut les coûts proportionnels qui dépendent des variables continues et  $f_2(y) : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  qui tient compte des coûts fixes, de démarrage et d'arrêt dépendant des variables binaires.

De plus, une contrainte sur le creux de fréquence, que l'on notera  $q : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ , est ajoutée pour formuler le problème FCUC, comme exprimé dans l'équation (2).

$$\text{minimiser } f_1(x) + f_2(y) \quad x \in X, y \in Y$$

$$\text{sous les contraintes } \begin{aligned} f_i(x, y) &= b_i, & i &= 1, \dots, i, \\ h_j(x, y) &\leq b_j, & j &= 1, \dots, j, \\ \underline{q} - q_m(x, y) &\leq 0, & m &= 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (2)$$

où  $\underline{q}$  est le seuil de sûreté (en Hz) et  $q_m$  représente les creux de fréquence. Étant donné que l'on considère la perte unitaire d'un groupe de production quelconque, l'indice  $m$  permet d'identifier le creux de fréquence suite à la perte de l'unité  $k \in \{1, \dots, K\}$  à un pas de temps  $h \in \{1, \dots, T\}$ , où  $T$  est l'horizon d'optimisation. Par conséquent  $M = KT$ . Cependant, la fonction creux de fréquence est non-linéaire et implicite, ce qui rend la formulation de la contrainte de sûreté non-triviale.

##### 4.2. Problème maître

En pratique, le « problème maître » traite des variables binaires  $y$  (états des groupes) afin de proposer des plans de production candidats, comme le montre l'équation (3).

$$C^* = \text{minimiser } f_2(y) \quad y \in Y$$

$$\text{sous les contraintes } \begin{aligned} f_i(y) &= b_i, & i &= 1, \dots, i, \\ h_j(y) &\leq b_j, & j &= 1, \dots, j, \end{aligned} \quad (3)$$

Coupes d'optimalité,  
Coupes de faisabilité.

Les parties suivantes formulent mathématiquement le « problème esclave » et les coupes d'optimalité et de faisabilité.

##### 4.3. Problème esclave (FCED)

Le « problème esclave » modifie les puissances de consigne des groupes pour  $y = \bar{y}$  fixe afin que les contraintes sur le creux de fréquence soient respectées. Le problème à variables binaires fixes est souvent appelé ED et il est plus facile à résoudre par des solveurs linéaires. Le « problème esclave » peut être alors assimilé à un FCED (*Frequency Constrained Economic Dispatch*) comme le décrit l'équation (4) :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}^*(\bar{y}) &= \text{minimiser } f_1(x) \\ &\quad x \in X \\ \text{sous les contraintes } &\begin{aligned} f_i(x, \bar{y}) &= b_i, & i &= 1, \dots, i, \\ h_j(x, \bar{y}) &\leq b_j, & j &= 1, \dots, j, \\ \underline{q} - q_m(x, \bar{y}) &\leq 0, & m &= 1, \dots, M, \end{aligned} \end{aligned} \quad (4)$$

Sachant que la fonction creux de fréquence ( $q_m$ ) peut être supposée concave par rapport aux variables de décision, on peut affirmer que son modèle des plans sécants ( $\tilde{q}_m$ , éq. 7) est toujours au-dessus de la fonction. En effet, la tangente en tout point d'une courbe concave présente la particularité de se situer systématiquement au-dessus de la courbe. Ceci s'exprime mathématiquement par l'équation (5) et peut être illustré par la Fig. 4, où  $s_m^1$  est le sous-gradient de  $q_m^1$  en  $x^1$  [22].

$$\tilde{q}_m(x) \geq q_m(x) \quad \forall x. \quad (5)$$

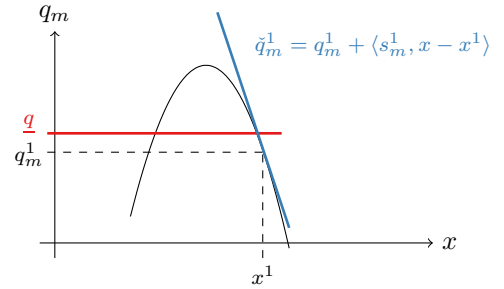


Fig. 4. Modèle des plans sécants de la fonction creux de fréquence

Les termes du sous-gradient ( $s_m^\ell$ ) en une solution candidate quelconque  $x^\ell$  sont calculés avec la méthode des différences finies comme exprimés dans l'équation (6).

$$\frac{\partial q_m(x^\ell)}{\partial x_j} \approx \frac{q_m(x^\ell + \Delta x e_j) - q_m(x^\ell - \Delta x e_j)}{2\Delta x}, \quad (6)$$

où  $e_j$  est un vecteur unitaire standard en  $\mathbb{R}^M$  avec la  $j^{me}$  composante égale à un et  $\Delta x$  est une petite valeur (ici  $1e^{-5}$ ). On remarque que  $q_m$  est continuellement différentiable et de fait le sous-gradient est unique et égal au gradient classique. Le modèle de plans sécants est donné par l'intersection (le minimum) d'un ensemble d'approximations linéaires du premier ordre (plans sécants) et se construit de façon itérative tel que décrit dans l'algorithme 1. Ceci s'écrit mathématiquement comme suit :

$$\tilde{q}_m^L(x) = \min_{1 \leq \ell \leq L} \left\{ q_m^\ell(x^\ell, \bar{y}_{-m}^\ell) + \langle s_m^\ell(x^\ell, \bar{y}_{-m}^\ell), x - x^\ell \rangle \right\}. \quad (7)$$

où  $L$  représente l'itération en cours,  $q_m^\ell$  sont les possibles creux de fréquence pour la solution candidate  $x^\ell$  et  $s_m^\ell$  leur sous-gradient. Les solutions candidates  $x^\ell$  sont obtenues par résolution du « problème esclave » (4), dont on remplace  $q_m$  par son modèle des plans sécants  $\tilde{q}_m$ . Elle s'opère par un script MATLAB à l'aide d'un solveur de programmes linéaires (GUROBI [23]).



### Initialisation;

```

1 : Définir  $\epsilon \geq 0$ ;
2 : Résoudre (4) avec  $M = 0$  pour obtenir  $x^1$ ;
3 : Résoudre le modèle dynamique pour obtenir  $q_m(x^1)$ ;
if  $q - q_m(x^1) \leq 0 \ \forall m = 1, \dots, M$  then
    4 : Retourner  $x^* = x^1$ ;
else
    5 : Définir  $flag = \text{faux}$  et  $L = 1$ ;
    6 : Calculer le sous gradient  $s_m(x^1)$ ;
    while  $flag = \text{faux}$  do
        7 : Résoudre (4) pour obtenir  $x^{L+1}$ ;
        8 : Résoudre le modèle dynamique pour obtenir  $q_m(x^{L+1})$ ,  $s_m(x^{L+1})$ ;
        9 : Calculer le modèle des plans sécants :
             $\tilde{q}_m^L(x^{L+1}) = \min_{1 \leq \ell \leq L} \{q_m^\ell + \langle s_m^\ell, x^{L+1} - x^\ell \rangle\}$ ;
        Test d'arrêt;
        if  $\tilde{q}_m^L(x^{L+1}) - q_m(x^{L+1}) \leq \epsilon$  then
            10 : Retourner  $x^* = x^{L+1}$  et  $flag = \text{vrai}$ ;
        else
            11 : Définir  $L = L + 1$ ;
        end
    end
end

```

Algorithm 1: Problème esclave

La convergence du modèle de plans sécants pour le point  $(x^{\ell+1})$  est atteinte lorsque l'écart entre le modèle  $(\tilde{q}_m^L)$  et la fonction elle-même  $(q_m)$  est inférieur à la précision recherchée  $\epsilon$  (ici fixé à  $1e-3$ ) comme exprimé dans l'équation (8).

$$\tilde{q}_m^L(x^{\ell+1}) - q_m(x^{\ell+1}) \leq \epsilon. \quad (8)$$

Il est ainsi devenu possible, grâce à l'identification de la concavité de la fonction, d'inclure des contraintes explicites sur les creux de fréquence dans une formulation linéaire du problème ED. De plus, la construction de cette approximation affine se fait sur la base d'un modèle dynamique du type « boîte noire », ce qui permet de prendre en compte un grand nombre de phénomènes physiques qui étaient négligés jusqu'à présent par les contraintes indirectes.

Cette boîte noire est appelée l'*Oracle*. Ses entrées sont les plans de production candidats dans les différents états N-1  $(x^\ell, \bar{y}_{-m}^i)$ , ainsi que les paramètres du parc, et ses sorties correspondent aux creux de fréquence  $\mathbf{q}^\ell$  et leurs sous-gradients  $\mathbf{s}^\ell$ , tel que l'illustre la Fig. 5.

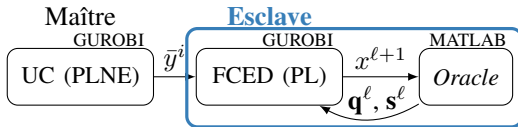


Fig. 5. Schéma algorithmique du « problème esclave »

où  $\mathbf{q}^\ell = [q(x^\ell, \bar{y}_{-1}^i), \dots, q(x^\ell, \bar{y}_{-m}^i), \dots, q(x^\ell, \bar{y}_{-M}^i)]$  est le vecteur de tous les creux de fréquence considérés pour un dispatch donné  $(x^\ell)$ , sa dimension est égale à  $M$ . La matrice  $\mathbf{s}^\ell$  est définie de manière analogue et sa dimension est  $MK$ .

#### 4.4. Définition de coupes

Dans le problème FCUC, la nature binaire des variables de décision  $(y)$  fournit une **coupe de faisabilité** simple, qui impose le changement de l'état d'au moins une unité de production lorsqu'il s'avère que le « problème esclave » ne peut proposer une solution respectant les contraintes de sûreté.

La coupe de faisabilité, exprimée comme suit, est alors ajoutée au « problème maître » :

$$\sum_{j \in \mathcal{J}^i} (1 - y_j^h) + \sum_{j \notin \mathcal{J}^i} y_j^h \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, I^{fea}, \quad (9)$$

où  $\mathcal{J}^i = \{m = \{1, \dots, NT\} : y_m^i = 1\}$ .

Concernant la garantie d'optimalité, il peut être démontré que les variables duales (ou multiplicateurs de Lagrange) d'une contrainte  $(w = \bar{y}^i)$  que l'on ajoutera au « problème esclave », notées  $\lambda^i$ , fournissent le sous gradient de sa fonction objectif, qu'on note  $\mathcal{V}$ , par rapport à  $y$  [24].

Par conséquent, les **coupes d'optimalité** peuvent-être écrites à partir d'un modèle de plans sécants qui permet d'approcher  $\mathcal{V}(y)$  (le coût d'un dispatch sécurisé par rapport à  $y$ ) :

$$\check{\mathcal{V}}^I(y) = \max_{1 \leq i \leq I} \{\mathcal{V}^i + \langle \lambda^i, y - y^i \rangle\} \quad (10)$$

De manière analogue, ce modèle de plans sécants se construit de façon itérative, comme illustré dans la Fig. 6.

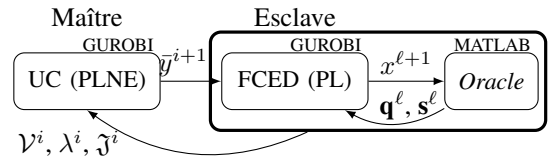


Fig. 6. Schéma algorithmique du « problème maître »

À l'issue du « problème esclave » une solution candidate  $\bar{y}^i$  peut être déclarée « réalisable » ou « irréalisable ». Dans le premier cas, un jeu optimal  $x^{*,i}$ , avec un coût  $\mathcal{V}^i$ , peut être déterminé, accompagné de la variable duale  $\lambda^i$  associée. Ces grandeurs permettent la construction d'une coupe d'optimalité. Ensuite, le « problème maître » est résolu avec cette contrainte additionnelle afin d'obtenir une nouvelle solution candidate  $\bar{y}^{i+1}$ .

Dans le deuxième cas, si la solution candidate  $\bar{y}^i$  est déclarée irréalisable (il n'existe aucun  $x$  qui permet la satisfaction de la totalité des contraintes du « problème esclave »), une coupe de faisabilité est ajoutée, à partir du  $\mathcal{J}^i$ , et une nouvelle solution candidate est calculée.

**L'algorithme s'arrête** quand la précision du modèle de plans sécants du coût variable est inférieure à une certaine tolérance de convergence  $\eta$  :

$$\mathcal{V}(y^I) - \check{\mathcal{V}}(y^I) \leq \eta. \quad (11)$$

Dans ces travaux, des **coupes de sous-optimalité** sont également considérées afin d'exploiter au mieux les résultats du « problème esclave » même s'ils s'avèrent irréalisables [25], comme l'illustre la Fig. 7. Pour une première solution candidate  $\bar{y}^1$  irréalisable, on calcule  $\mathcal{V}^1$  et  $\lambda^1$  en considérant  $L = 0$  ce qui correspond à la solution du « problème esclave » sans contrainte sur le creux de fréquence (un ED classique est résolu). Pour une deuxième solution candidate  $\bar{y}^2$ , cette fois réalisable, la coupe d'optimalité est représentée en bleu.

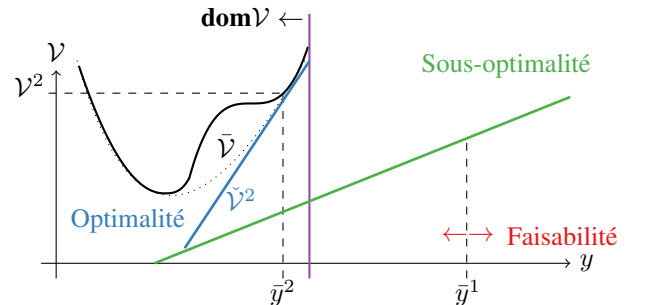


Fig. 7. Illustration des coupes

#### 4.5. Formulation du problème FCUC proposée

Enfin, il est indispensable d'inclure les contraintes qui dépendent des variables continues ( $x$ ), telles que l'équation d'équilibre offre-demande, pour que l'algorithme ne perde pas trop de temps avec des solutions candidates  $\bar{y}^i$  irréalisables. On propose la formulation d'un « problème maître » plus riche qui inclut la variable  $x$  et ses contraintes comme exprimé dans l'équation (12), même si les coûts variables  $f_1(x)$  ne sont pas explicitement inclus dans la fonction objectif, afin d'éviter une quantité importante de coupes de faisabilité.

Problème « maître » :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } f_2(y) + \zeta \\ & y \in Y, \zeta \in \mathbb{R} \\ & \text{s.c. } f_i(x, y) = b_i, \quad i = 1, \dots, i, \\ & h_j(x, y) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, j, \\ & \mathcal{V}(\bar{y}^i) + \langle \lambda^i, y - \bar{y}^i \rangle - \zeta \leq 0 \quad \forall i = 1 \dots I. \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}^i} (1 - y_j^h) + \sum_{j \notin \mathcal{J}^i} y_j^h \geq 1, \quad \forall i = 1, \dots, I^{ir}. \end{aligned} \quad (12)$$

Problème « esclave » :

$$\begin{aligned} & \text{minimiser } f_1(x) \\ & x \in X, w \in Y \\ & \text{s.c. } f_i(x, w) = b_i, \quad i = 1, \dots, i, \\ & h_j(x, w) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, j, \\ & w = \bar{y}^i, \quad j = 1, \dots, j, \\ & \underline{q} - q_m^\ell - \langle s_m^\ell, x - x^\ell \rangle \leq 0 \quad \forall \ell = 1 \dots L, \\ & \quad \quad \quad \forall m = 1 \dots M. \end{aligned} \quad (13)$$

#### 4.6. Discussion de la convergence

Bien que la fonction  $\mathcal{V}$  ne soit pas nécessairement convexe en  $y$ , nous pouvons montrer la convergence de la méthode de manière analogue à ce qui est fait dans [24]. La méthode s'arrête après un nombre fini d'itérations à cause de la nature discrète des variables dans le problème maître (voir l'analyse dans [25]).

Toutefois l'algorithme ne résout pas tout à fait le problème (2), mais une version convexifiée de ce dernier. C'est un prix à payer pour la résolution efficace du problème, car nous soulignons le fait que  $q_m$  dépend de manière non-concave (et même non-linéaire) de  $y$ .

De ce fait, le schéma de Benders proposé permet de déplacer la non-convexité du problème (2) (n'admettant pas une relaxation continue dont l'ensemble admissible est convexe), vers le « problème maître ».

Le schéma de Benders permet d'obtenir une borne inférieure sur la valeur optimale du problème (2) et l'évaluation exacte de  $\mathcal{V}$  permet d'en obtenir une borne supérieure. Nous pouvons donc toutefois afficher une sur-estimation de la sous-optimalité.

Le section suivante présente quelques résultats de simulation qui illustrent la performance de la méthode proposée.

### 5. RÉSULTATS DE SIMULATION

Dans ces travaux on considère un petit système de type insulaire, ayant une demande maximale de 250 MW et disposant d'un parc de production composé de 18 unités thermiques regroupées en trois familles :

- les unités de base sont des centrales à charbon (groupes 11-14);
- les unités de semi-base fonctionnent au fioul lourd (1-10);
- et les unités de pointe sont des turbines à combustion au diesel (TAC, 15-18).

Les unités fioul lourd sont elles-mêmes subdivisées en trois catégories selon leur taille.

#### 5.1. Placement de production

La Fig. 8 illustre un plan de production issu de la résolution du problème UC classique décrit dans la section 2 pour le système test. Le *MIP gap* (*Mixed Integer Programming*) du solveur GUROBI est fixé à 0.1%.

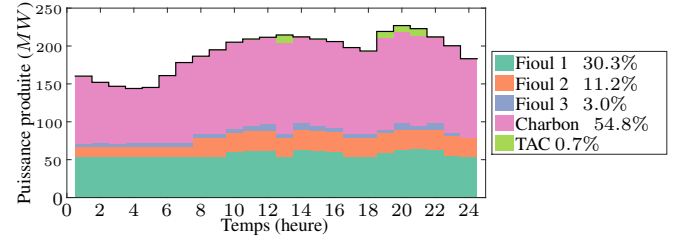


Fig. 8. Dispatch initial avec le modèle UC classique

La partie suivante analyse les résultats des simulation dynamiques basées sur le modèle présenté dans la section 1.1. On s'intéresse aux possibles creux de fréquence suite à la perte d'un groupe de production dans tous les pas de temps de l'horizon d'optimisation.

#### 5.2. Régulation primaire de la fréquence

La Fig. 9 présente les valeurs maximales, minimales et moyennes des creux de fréquence ( $q_m$ ) pour chaque pas de temps et suite à la perte de chaque unité de production.

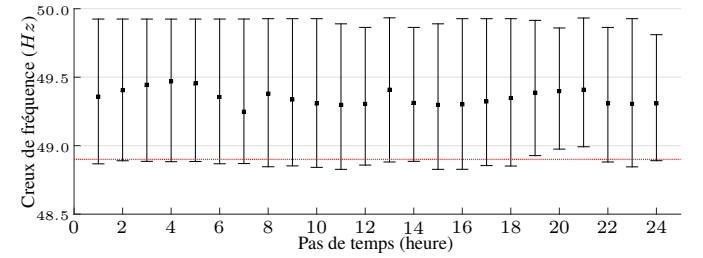


Fig. 9. Creux de fréquence maximal, minimal et moyen

Pour un seuil de sûreté de 48.9 Hz, on observe que le plan de production optimal issu du « problème maître » présente, pour la journée étudiée et à chaque pas horaire en dehors de la période 19 - 21 h, un risque de délestage suite à la perte d'au moins un groupe. Il est donc nécessaire de résoudre le problème (13) jusqu'à ce que la contrainte de sûreté soit respectée.

#### 5.3. Problème esclave

La Fig. 10 montre l'évolution des creux de fréquence les plus sévères à chaque pas de temps pour les différentes itérations.

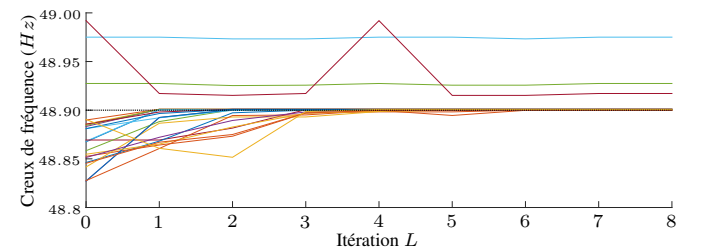


Fig. 10. Évolution des creux de fréquence les plus sévères

On observe que huit itérations suffisent pour améliorer la situation des pas en défaut sans dégrader le comportement sur les pas 19 - 21 h qui respectaient déjà la contrainte en présentant des creux au-dessus de 48.9 Hz. Cette réaffectation de puissance entre les divers groupes démarrés se traduit par un surcoût par rapport au plan issu de l'UC classique (Fig. 8).

Pour ce cas particulier, il est possible de considérer cette nouvelle solution comme optimale car le coût de la sûreté s'avère inférieur au *MIPgap* retenu (0.1%) dans l'optimisation du l'UC.

#### 5.4. Comparaison avec des contraintes d'inertie

Comme discuté dans la section 1.2, différentes approches existent pour améliorer la performance de la régulation primaire de fréquence en incluant des contraintes dynamiques dans l'optimisation. Dans cette section on compare la nouvelle formulation proposée avec une formulation du problème UC basée sur une contrainte sur le gradient initial de la fréquence (*ROCOF* pour *Rate Of Change Of the Frequency*, en Hz/s) [26]. Ce modèle est décrit par l'équation (14).

$$\begin{aligned}
 & \underset{x \in X, y \in Y}{\text{minimiser}} && f_0(x, y) \\
 & \text{s.c.} && f_i(x, y) = b_i, \quad i = 1, \dots, i, \\
 & && h_j(x, y) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, j, \\
 & && \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K H_j S_{n,j} y_j^t \geq \frac{f_0}{2ROCOF^{max}} x_k^t \quad (14) \\
 & && \forall t = 1, \dots, T, \forall k = 1, \dots, K.
 \end{aligned}$$

Pour un gradient de fréquence maximal ( $ROCOF^{max}$ ) de 0.7 Hz/s, les creux de fréquence sont aussi améliorés, comme illustré dans la Fig. 11. Cependant le coût de production additionnel est de 2%.

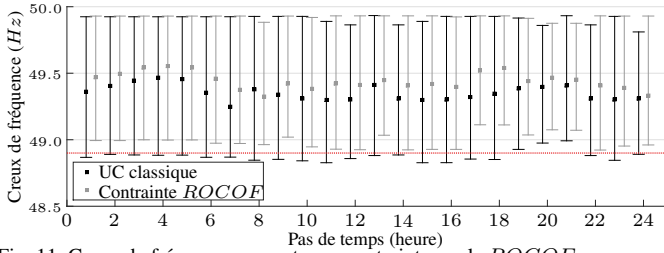


Fig. 11. Creux de fréquence avec et sans contrainte sur le *ROCOF*

Bien que les contraintes indirectes puissent se montrer efficaces dans certaines conditions d'opération, elles atteignent souvent des solutions sous-optimales.

#### 5.5. Problème maître

Afin d'illustrer le fonctionnement des coupes, le seuil de sûreté est augmenté à 49 Hz de façon à ce que le « problème esclave » ne soit plus en mesure de proposer une solution réalisable sur la base de la première solution candidate du « problème maître ».

Dans ce cas, une coupe de faisabilité et une coupe de sous-optimalité sont ajoutées au « problème maître » et une nouvelle solution candidate  $y^2$  est proposée (voir la Fig. 12).

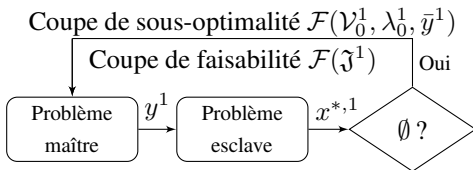


Fig. 12. Progression de l'algorithme - Itération 1

Cependant, lors de cette deuxième itération le « problème maître » ne dispose que d'une information très limitée sur les coûts variables (la fonction  $V(y)$ ). En conséquence, le coût de cette solution est en pratique très élevé. Bien que réalisable, cette solution sera rarement satisfaisante.

En effet, lorsque le critère d'arrêt est alors vérifié, la précision du modèle de plans sécants s'avère insuffisante à ce stade. Une coupe d'optimalité est donc ajoutée au « problème maître » et une troisième solution candidate ( $y^3$ ) est calculée tel que l'illustre la Fig. 13.

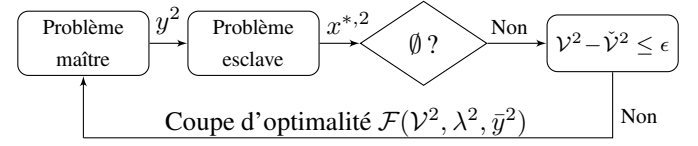


Fig. 13. Progression de l'algorithme - Itération 2

L'algorithme développé a été capable de proposer plusieurs plans de production permettant de respecter une contrainte sur le creux de fréquence pour un seuil de sûreté à 49 Hz, ce que les FCUC plus classiques, basés sur des contraintes indirectes comme le volume de réserve ou l'inertie, n'avaient pas été en mesure de faire.

La Fig. 14 montre la distribution des surcoûts de 300 solutions candidates réalisables. Des programmes d'appel avec des surcoût de 2% peuvent être identifiés.

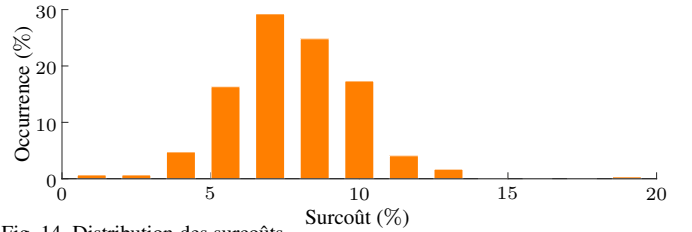


Fig. 14. Distribution des surcoûts

Cependant, à l'issue de 500 itérations le critère d'arrêt n'a pas été vérifié, ce qui révèle une convergence trop lente pour permettre d'atteindre l'optimalité dans des temps de calcul compatibles avec la conduite des systèmes réels. Le comportement indésirable du critère d'arrêt est présenté dans la Fig. 15.

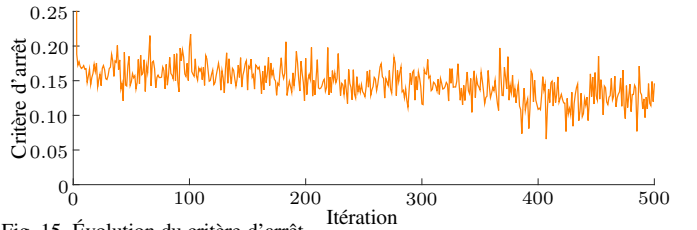


Fig. 15. Évolution du critère d'arrêt

En effet, l'algorithme semble converger asymptotiquement, mais au fil des itérations la qualité des solutions candidates baisse, ce qui empêche le « problème maître » de converger rapidement. Ceci s'explique par des problèmes de stabilité bien connus des méthodes de plans sécants. Pour apporter des éléments de réponse à cette limitation, la suite de travaux porte sur la reformulation du « problème maître » sur la base d'une méthode de faisceaux [25, 27, 28].

## 6. CONCLUSIONS

La fourniture de réserve primaire dans un système électrique désoptimise l'élaboration des programmes d'appel à court terme par rapport à la simple fourniture de la demande. Qui plus est, cette désoptimisation est accrue par le caractère indirect des contraintes utilisées, lié d'une part à la difficulté de représentation de la contrainte directe sur la profondeur du creux de fréquence à ne pas dépasser, et d'autre part au choix des moyens de calculs actuellement retenus pour leur efficacité opérationnelle.

Ce travail, en proposant de combiner de façon judicieuse la décomposition de Benders et diverses méthodes de plans sécants, apporte une réponse innovante et efficace permettant de prendre en compte une contrainte directe dans le problème d'optimisation. A travers un ensemble de contraintes nouvelles et compatibles avec des solveurs PL (programmation linéaire) commerciaux, il est ainsi envisageable de fournir la demande et la réserve primaire au meilleur coût tout en maîtrisant le risque de recours au délestage fréquence-métrique.

Les résultats de simulation montrent que le modèle de plans sécants du creux de fréquence est précis, efficace à 100% (à la précision de l'*Oracle*, tant que la solution candidate est réalisable). De plus, il converge rapidement pour des centaines de solutions candidates, ce qui entraîne de faibles coûts de sûreté supplémentaires à ce stade.

Cependant, la convergence lente du « problème maître » ne permet pas d'envisager une mise en œuvre opérationnelle immédiate. Divers travaux sur l'amélioration de la convergence de problèmes de décomposition pourraient être exploités pour aboutir à une industrialisation de cette approche.

## 7. RÉFÉRENCES

- [1] C. Cardozo, L. Capely, J. Lacoste, and P. Dessante. A statistical analysis of the frequency response in an isolated power system with an increasing share of photo-voltaic generation. In *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven*, pages 1–6, June 2015.
- [2] E.N. Dyalynas, L.G. Daoutis, and D. Iakovakis. Probabilistic methodology for assessing the impact of spinning reserve requirements and demand response programs in power systems with increased penetration of renewable energy sources. *CIGRE 2012*, pages 1–9, 2012.
- [3] G. Delille, B. Francois, and G. Malarange. Dynamic frequency control support by energy storage to reduce the impact of wind and solar generation on isolated power system's inertia. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, 3(4) :931–939, Oct 2012.
- [4] P. Kundur. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, California, USA, 1994.
- [5] H. E. Lokay and V. Burtnyk. Application of underfrequency relays for automatic load shedding. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-87(3) :525–532, 1968.
- [6] J. W. O'Sullivan and M. J. O'Malley. A new methodology for the provision of reserve in an isolated power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(2) :519–524, 1999.
- [7] R. Doherty, G. Lalor, and M. O'Malley. Frequency control in competitive electricity market dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(3) :1588–1596, 2005.
- [8] K. A. Papadogiannis and N. D. Hatziaargyriou. Optimal allocation of primary reserve services in energy markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(1) :652–659, 2004.
- [9] J. F. Restrepo and F. D. Galiana. Unit commitment with primary frequency regulation constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(4) :1836–1842, 2005.
- [10] P. Daly, D. Flynn, and N. Cunniffe. Inertia considerations within unit commitment and economic dispatch for systems with high non-synchronous penetrations. In *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven*, pages 1–6, June 2015.
- [11] E. Ela, V. Gevorgian, A. Tuohy, B. Kirby, M. Milligan, and M. O'Malley. Market designs for the primary frequency response ancillary service — part i : Motivation and design. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(1) :421–431, 2014.
- [12] E. Ela, V. Gevorgian, A. Tuohy, B. Kirby, M. Milligan, and M. O'Malley. Market designs for the primary frequency response ancillary service — part ii : Case studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(1) :432–440, 2014.
- [13] H. Ahmadi and H. Ghasemi. Security-constrained unit commitment with linearized system frequency limit constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(4) :1536–1545, July 2014.
- [14] Yunfeng Wen, Chuangxin Guo, H. Pandzic, and D. S. Kirschen. Enhanced security-constrained unit commitment with emerging utility-scale energy storage. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(1) :652–662, Jan 2016.
- [15] M. Tahanan, W. van Ackooij, A. Frangioni, and F. Lacalandra. Large-scale unit commitment under uncertainty. *4OR*, 13(2) :115–171, 2015.
- [16] M. Carrión and J.M. Arroyo. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 21(3) :1371–1378, Aug 2006.
- [17] J. Machowski, J. W. Bialek, and J. R. Bumby. *Power System Dynamics : Stability and Control*. Wiley, Chichester, U.K., 2008.
- [18] P.M. Anderson and M. Mirheydar. A low-order system frequency response model. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(3) :720–729, Aug 1990.
- [19] D. L. H. Aik. A general-order system frequency response model incorporating load shedding : analytic modeling and applications. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(2) :709–717, May 2006.
- [20] MATLAB. *version 8.4.0 (R2014b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2014.
- [21] J.F. Benders. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numer Math*, (1) :238–252, Feb 1962.
- [22] J. B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal. *Convex Analysis and Minimization Algorithms I*, volume 305 of *A Series of Comprehensive Studies in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1996.
- [23] GUROBI. *Version 5.6*. Gurobi Optimization, Inc., 2013.
- [24] W. van Ackooij and J. Malick. Decomposition algorithm for large-scale two-stage unit-commitment. *Annals of Operations Research*, 238(1) :587–613, 2016.
- [25] W. van Ackooij, A. Frangioni, and W. de Oliveira. Inexact stabilized benders' decomposition approaches with application to chance-constrained problems with finite support. Preprint available on <http://eprints.adm.unipi.it/2326/1/TR-15-01.pdf>, 2016. "[Online ; accessed 15-mars-2016]".
- [26] C. Cardozo, L. Capely, and P. Dessante. Frequency constrained unit commitment. *Energy Systems*, pages 1–26, 2015.
- [27] W. van Ackooij and G. Doukopoulos. Méthodes de faisceaux pour la gestion de production. H-R36-2012-02870, 2013.
- [28] S. Zaourar. *Optimisation convexe non-différentiable et méthodes de décomposition en recherche opérationnelle*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2014.