



**HAL**  
open science

# Couplage Magnéto-Mécanique pour le Dimensionnement de Machines Électriques

Abla Dahia, Frédéric Dubas, M'Hamed Belhadi, Guillaume Krebs, Laurent Daniel, Claude Marchand

► **To cite this version:**

Abla Dahia, Frédéric Dubas, M'Hamed Belhadi, Guillaume Krebs, Laurent Daniel, et al.. Couplage Magnéto-Mécanique pour le Dimensionnement de Machines Électriques. 2nd Symposium de Génie Électrique (SGE 2016), Jun 2016, Grenoble, France. hal-01361573

**HAL Id: hal-01361573**

**<https://hal.science/hal-01361573v1>**

Submitted on 7 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Couplage magnéto-mécanique pour le dimensionnement de machines électriques

Abla Dahia<sup>1</sup>, Frédéric Dubas<sup>2</sup>, M'Hamed Belhadi<sup>1</sup>, Guillaume Krebs<sup>1</sup>, Laurent Daniel<sup>1</sup> et Claude Marchand<sup>1</sup>

<sup>1</sup>: GeePs, Laboratoire Génie électrique et électronique de Paris  
UMR CNRS 8507, CentraleSupélec, Univ. Paris-Sud, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06  
3, 11 rue Joliot Curie, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette CEDEX, France.  
guillaume.krebs@geeps.centralesupelec.fr

<sup>2</sup>: Département ENERGIE, Institut FEMTO-ST, UMR CNRS 6174, UBFC, Belfort, France  
FDubas@gmail.com

**RESUME**—Ce papier présente un couplage magnéto-mécanique pouvant être utilisé dans une procédure de dimensionnement d'un convertisseur électromécanique. Le modèle basé sur un circuit magnétique équivalent (CME) non-linéaire et un modèle mécanique par éléments finis (EF) en deux dimensions (2D) sont détaillés ainsi que la procédure globale. Le dispositif étudié s'apparente à un actionneur à réluctance variable simplifié.

**Mots-clés**—Couplage magnéto-mécanique ; circuit magnétique équivalent ; modèle éléments finis ; lois de comportement.

## 1. INTRODUCTION

Au sein des machines électriques, plusieurs sources de contraintes mécaniques peuvent affecter le comportement magnétiques des matériaux (e.g., la variation de perméabilité magnétique, les pertes fer [1],...). On peut citer les efforts dus à l'inertie qui peuvent fragiliser par exemple les ponts magnétiques dans les rotors des machines synchrones [3]. Des efforts résiduels peuvent apparaître suite à certains procédés de fabrication (e.g., l'emboutissage, l'usinage,...). La température et la découpe mises alors en jeu modifient les propriétés magnétiques jusqu'à plusieurs millimètres du bord de coupe [3]. Enfin, les efforts magnétiques participent eux aussi aux modifications de l'état de contrainte et donc influent sur les caractéristiques magnétiques [4].

Du point de vue magnétique, les CMEs non-linéaires offrent un compromis (temps de calcul/précision des résultats) appréciable et sont régulièrement utilisés en optimisation [5]. Nous proposons donc dans ce papier le couplage d'un tel modèle avec un modèle mécanique. L'idée est de tenir compte du comportement magnéto-mécanique lors d'un processus de dimensionnement. Dans cet objectif une structure magnétique simplifiée a été retenue. Sa représentation magnétique à l'aide d'un CME non-linéaire est d'abord présentée puis le modèle mécanique associé est décrit. Le schéma de couplage est donné ainsi que des résultats qui en sont issus.

## 2. DISPOSITIF ETUDIE

La structure à modéliser magnétiquement et mécaniquement est présentée sur la **Fig. 1**. Elle peut être considérée comme une structure élémentaire d'actionneur à réluctance variable à double saillance. Les principales

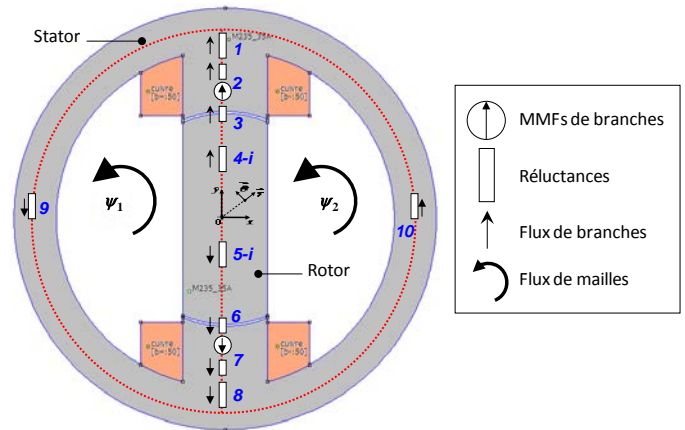


Fig. 1 Système étudié et son CME non-linéaire en position de conjonction.

Tableau 1. Principales dimensions de l'actionneur à réluctance variable.

Rayon externe	Rayon d'alésage	Epaisseur de culasse	Entrefer	Ouverture polaire statorique
50 mm	25,5 mm	10 mm	0,5 mm	46 deg.

caractéristiques géométriques de l'actionneur sont décrites dans le **Tableau 1**. Les tôles ferromagnétiques sont constituées d'un alliage fer-silicium. Le bobinage statorique est constitué de deux bobines en série de  $N_{ts} = 50$  spires chacune parcourues par un courant  $I_s = 10$  A.

## 3. MODELE MAGNETIQUE

À partir des équations électromagnétiques, le CME (dont les flux de mailles  $\psi$  sont les inconnues), peut être exprimé par [6] :

$$[F] \cdot [\chi] \cdot [R] \cdot [\chi]^T \cdot \{\psi\} = 0 \quad (1)$$

où  $[R]$  représente la matrice diagonale des réluctances,  $[\chi]$  la matrice topologique (ou d'incidence) et  $[F]$  le vecteur des MMFs de mailles qui est défini par :

$$[F] = [\chi] \cdot \{MMF\} \quad (2)$$

avec  $[MMF]$  le vecteur des MMFs de branches qui dépendent des sources électromagnétiques (e.g., les aimants permanents ou le bobinage parcouru par des courant de forme d'onde quelconque). Connaissant  $[\psi]$ , le vecteur des inductions magnétiques  $[B]$  peut être déterminé par :

$$\begin{cases} [B] = [S]^{-1} \cdot [\phi] \\ [\phi] = [\chi]^T \cdot [\psi] \end{cases} \quad (3)$$

où  $[\phi]$  est le vecteur des flux de branches,  $[S]$  la matrice diagonale des surfaces de passage des flux de branches. Le vecteur des champs magnétiques est défini selon :

$$[H] = \frac{1}{\mu_0} \cdot [\mu_r]^{-1} \cdot [B] \quad (9)$$

avec  $[\mu_r]$  la matrice diagonale des perméabilités magnétiques relatives.

Analytiquement, **(1)** peut être résolue linéairement de façon itérative par la méthode du point fixe ( $\mu_r$  est constant à chaque itération) [6]. La caractéristique B(H) du circuit ferromagnétique (courbe anhystérétique) est décrite par une fonction mathématique, dite de Marocco [7].

Dans l'exemple d'étude, le CME est représenté sur la **Fig. 1** pour la position de conjonction. Pour la position choisie, le modèle est simple et rapide à résoudre. Les matrices  $[R]$ ,  $[\chi]$  et  $[\mu_r]$  ainsi que le vecteur des sources électromagnétiques  $[MMF]$ , définis dans **(1)** ~ **(4)**, sont représentés par :

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & \\ & & R_4 & & & & & & & \\ & & & R_5 & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & & & & R_{10} \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$[\chi] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \chi_4 & \chi_5 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5b)$$

$$[\mu_r] = \begin{bmatrix} \mu_{r1} & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & \\ & & \mu_{r10} & & & & & & & \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \mu_{r3} = \mu_{r7} = 1 \\ \sinon \mu_r(B) \end{cases} \quad (5c)$$

$$[MMF] = \begin{bmatrix} MMF_1 \\ \vdots \\ MMF_{10} \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} MMF_2 = N_{ts} \cdot I_s \\ MMF_{10} = -MMF_2 \\ \sinon 0 \end{cases} \quad (5d)$$

avec

$$R_4 = \begin{bmatrix} R_{4-1} & & \\ & \ddots & \\ & & R_{4-N} \end{bmatrix} \text{ et } R_5 = \begin{bmatrix} R_{5-N} & & \\ & \ddots & \\ & & R_{5-1} \end{bmatrix} \quad (5e)$$

$$\chi_4 = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \text{ et } \chi_5 = -\chi_4 \text{ de dimension } (2 \times N) \quad (5f)$$

dont  $N = 5$  représente le nombre de discrétisation à la moitié du rotor.

#### 4. MODELE MECANIQUE

Le domaine  $\Omega$  étudié (supposé élastique et homogène) de frontière  $d_\Omega$ , soumis à l'effet de forces volumiques  $F_i$  et surfaciques  $f_i$ , est soumis aux conditions d'équilibre définies par :

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} + f_i = 0 \quad (7)$$

Les conditions aux limites sont définies sur les déplacements. La relation liant les déformations  $\epsilon$  aux déplacements  $u$  est définie par :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

Les contraintes sont liées aux déformations par la loi d'élasticité linéaire (loi de Hooke):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (9)$$

Le problème d'élasticité est exprimé selon :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dx = \int_{\Omega} F \cdot v dx + \int_{d_\Omega} f \cdot v ds \quad (10)$$

Une discrétisation par EF est ensuite employée. S'appuyant sur un maillage triangulaire, et avec comme termes sources les forces discrétisées aux nœuds, les inconnues liées aux déplacements sont déterminées. Les contraintes sont ensuite calculées.

À titre d'illustration (le nombre d'éléments est choisi délibérément faible) et pour une vitesse de rotation de 10 000 tr/min, la répartition des efforts nodaux dus à la rotation (efforts centrifuges) et les déplacements obtenus sont donnés sur la **Fig. 2**. La répartition des contraintes radiales et tangentielles sont données sur la **Fig. 3**. Elles montrent que le rotor est sollicité en bi-traction (valeurs positives des contraintes). L'amplitude maximale est atteinte au centre car les extrémités du rotor vont "avoir tendance" à s'éloigner, voir **Fig. 4**.

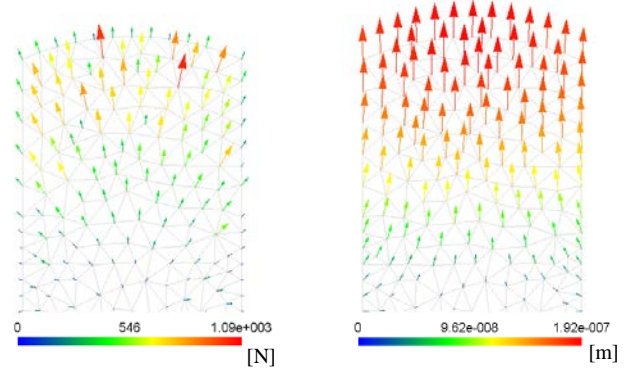


Fig. 2 Efforts nodaux et déplacements dus à la rotation sur une partie du rotor.

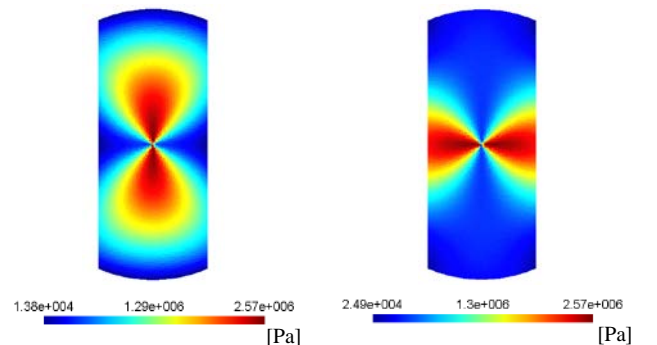


Fig. 3 Contraintes radiales et tangentielles au sein du rotor.

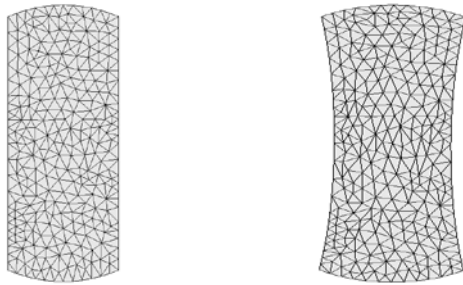


Fig. 4 Maillages du rotor, initial et après application des déplacements (facteur  $\times 5.10^4$ ).

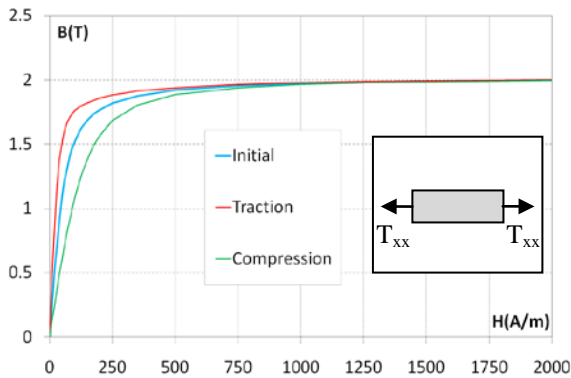


Fig. 5 Caractéristiques  $B(H)$  pour différents niveaux de contraintes uniaxiales.

## 5. COMPORTEMENT MAGNETO-MECANIQUE

Le comportement magnéto-mécanique anhystérétique est ici pris en compte à l'aide d'une version simplifiée d'un modèle de comportement magnéto-élastique multi-échelle[8]. La multi-axialité des contraintes agissant sur les caractéristiques magnétiques est bien considérée. Dans le cas d'un matériau initialement isotrope, le modèle repose sur trois paramètres :

- l'aimantation à saturation ;
- la constante de déformation de magnétostriction à saturation ;
- et d'un paramètre d'ajustement.

Pour trois niveaux de contraintes uniaxiales (0 MPa et jusqu'à  $\pm 55$  MPa) dans une pièce rectangulaire en Fe-Si, les caractéristiques  $B(H)$  ont été calculées au centre de cette dernière [voir Fig. 5]. On peut noter qu'en traction les propriétés magnétiques de l'acier sont améliorées. Pour une même valeur de champ magnétique et en dehors de la saturation, il y a une augmentation significative de la perméabilité magnétique. Néanmoins, dans le cas d'un régime magnétique variable, les pertes fer risquent d'être plus importantes.

## 6. COUPLAGE MAGNETO-MECANIQUE

Le schéma décrivant le couplage magnéto-mécanique est donné sur la Fig. 6. Le premier calcul magnétique est effectué sans tenir compte des contraintes mécaniques puis le problème mécanique est résolu. À partir de la direction du champ et des contraintes, le modèle de comportement magnéto-mécanique donne une nouvelle caractéristique  $B_i=f(H_i)$  pour chaque réductance  $R_{4-i}$  et  $R_{5-i}$  du rotor (vecteurs de deux dimensions). Les contraintes sont calculées au barycentre des zones délimitées par les réductances. Si on ne tient compte que des efforts dus à l'inertie, le calcul mécanique est lancé une seule fois. Le modèle magnétique associé au modèle de comportement est alors exécuté jusqu'à convergence des résultats.

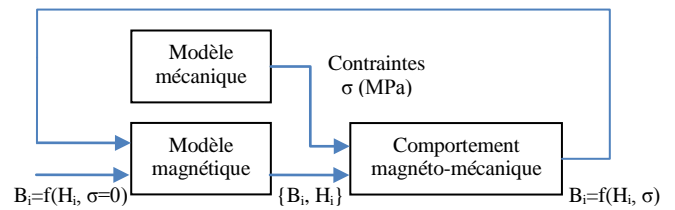


Fig. 6 Schéma du couplage magnéto-mécanique.

Le critère d'arrêt de la boucle magnéto-mécanique est de considérer un écart minimum entre deux itérations des niveaux d'induction magnétique locale. Dans le même esprit, il est aussi envisageable de comparer les caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  locales.

## 7. RESULTATS ET COMMENTAIRES

Pour une vitesse de 1 000 tr/min, le couplage magnéto-mécanique est résolu. L'induction magnétique dans les réductances  $R_{4-1}$  à  $R_{4-5}$  (celles présentes dans la moitié du rotor) vaut 0,78 T et les caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  sont présentées sur la Fig. 7. On peut constater, pour cette vitesse, que le niveau de contraintes n'est pas assez important pour modifier les caractéristiques magnétiques du rotor.

Pour une vitesse de 30 000 tr/min [voir Fig. 8], les contraintes (ici en traction), modifient les caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  du rotor de manière favorable, du point de vue magnétique. La perméabilité est améliorée à mesure que l'on se rapproche du centre du rotor à cause du niveau de contrainte (traction) qui augmente lui aussi. Cependant, le niveau d'induction magnétique reste pratiquement le même qu'à 1 000 tr/min, d'une part à cause des ampères-tours consommés dans le fer et d'autre part à la discrétisation verticale du rotor.

À 60 000 tr/min [voir Fig. 9], les caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  sont nettement modifiées mais de nouveau il n'y pas de modification notable de l'induction magnétique au rotor.

La Fig. 10 montre les caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  pour la réductance la plus proche du centre du rotor (i.e.,  $R_{4-5}$ ) et pour deux vitesses de rotation. Pour le point de fonctionnement (0,78 T), la perméabilité est pratiquement multipliée par deux entre les deux vitesses.

Concernant les temps de calcul, comme la géométrie du rotor est simple la résolution du problème mécanique est courte (entre 15 et 30 sec selon la densité du maillage mais le programme sous Matlab peut être optimisé). Si on ne tient compte que des efforts dus à l'inertie (hors pression magnétique et contraintes résiduelles dues à l'emboutissage), le problème mécanique peut être lancé une seule fois. Il en est presque le même pour le problème magnétique dans ce cas présent, à cause de la discrétisation magnétique verticale du rotor. Le sens du champ est de ce fait imposé, et il est possible pour réduire les temps de calculs de n'exécuter que deux fois le problème magnétique.

## 8. CONCLUSIONS

Dans ce papier, le couplage entre un CME non-linéaire et un modèle mécanique est présenté. L'intérêt est d'utiliser un tel couplage dans une procédure de dimensionnement de structure de machine faisant apparaître des zones fortement contraintes mécaniquement (pont magnétique, application haute vitesse...). Une approche plus fine et qui permettrait de tenir compte de plusieurs positions mécaniques est à envisager. Il serait alors nécessaire de discrétiser le rotor avec des réductances selon les différentes directions afin de tenir compte des répartitions des

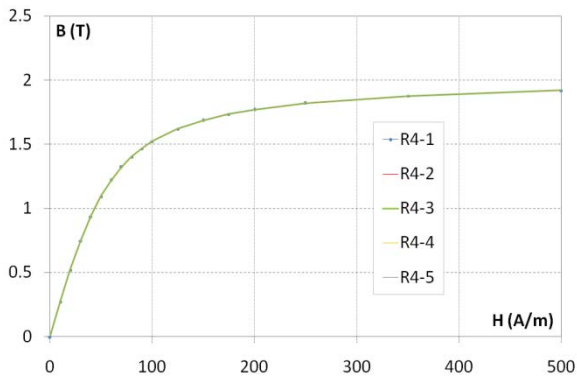


Fig. 7 Caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  de réductances  $R_{4-i}$  au rotor pour une vitesse de 1 000 tr/min.

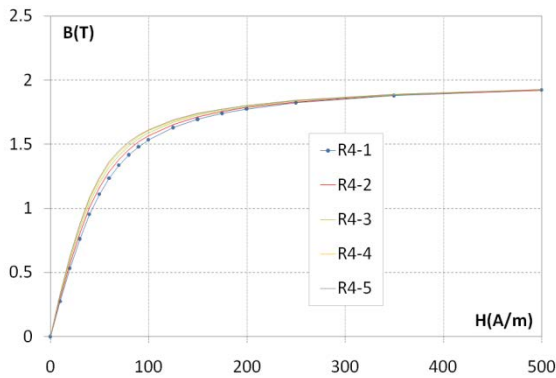


Fig. 8 Caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  de réductances  $R_{4-i}$  au rotor pour une vitesse de 30 000 tr/min.

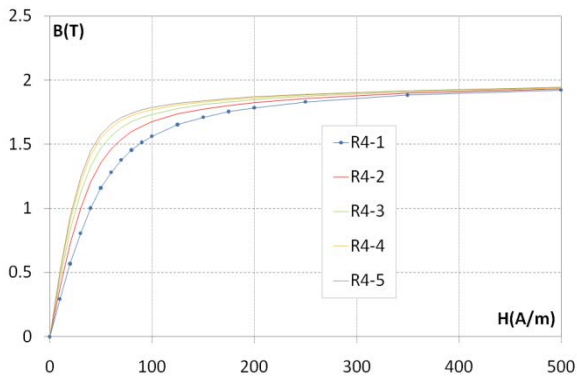


Fig. 9 Caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  de réductances  $R_{4-i}$  au rotor pour une vitesse de 60 000 tr/min.

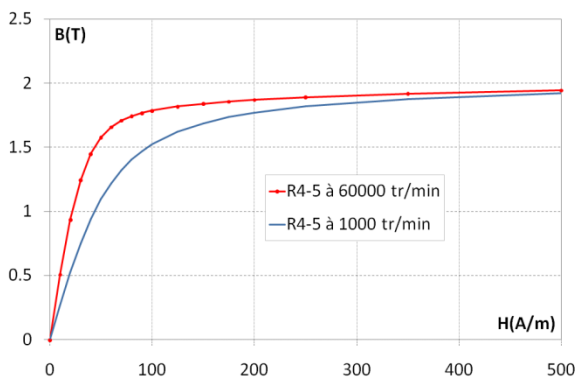


Fig. 10 Caractéristiques  $B_i=f(H_i)$  pour la réductance proche du centre du rotor et pour deux vitesses.

contraintes et du champ magnétique. Les temps de calculs pourraient être réduits grâce à l'utilisation d'un modèle mécanique analytique [9]. Pour le cas traité, les résultats obtenus ont montré qu'il n'y avait peu ou pas de modification globale en termes de flux capté par exemple. Localement et en fonction du niveau de contraintes, une modification des caractéristiques magnétiques a été constatée.

## 9. REMERCIEMENTS

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet COCTEL (Conception Optimale des Chaines de Traction Électrique) piloté par RENAULT-SAS et financé par l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie).

## 10. REFERENCES

- [1] R. Akaki, Y. Takahashi, K. Fujiwara, M. Matsushita, N. Takahashi, and M. Morita, « Effect of magnetic property in bridge area of IPM motors on torque characteristics », *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2335-2338, May 2013.
- [2] J. Kolehmainen, and J. Ikäheimo, « Motors with buried magnets for medium-speed applications », *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 23, no. 1, pp. 86-91, March 2008.
- [3] Y. Kai, Y. Tsuchida, T. Todaka, and M. Enokizono, « Effect of local residual stress in rotating machine core on vector magnetic property », in *Proc. ICESM, Rome, Italy, 06-08 Sept.*, 2010.
- [4] Z. Han, H. Yang, and Y. Chen, « Investigation of the rotor mechanical stresses of various interior permanent magnet motors », in *Proc. ICESM, Tokyo, Japan, 15-18 Nov.*, 2009.
- [5] M. Hage Hassan, G. Remy, G. Krebs, and C. Marchand, « Radial output space mapping for electromechanical systems design », *COMPEL*, vol. 33, no. 3, pp. 965-975, 2014.
- [6] R. Benlamine, F. Dubas, S-A. Randi, D. Lhotellier, and C. Espanet, « Modeling of an Axial-Flux Interior PMs Machine for an Automotive Application Using Magnetic Equivalent Circuits », in *Proc. ICESM, Pattaya, Thailand, 25-28 Oct.*, 2015.
- [7] A. Marrocco, « Analyse numérique de problèmes d'électrotechnique », *Ann. Sc. Math.*, vol. 01, pp. 271-296, 1977.
- [8] L. Bernard, and L. Daniel, « Effect of stress on magnetic hysteresis losses in a switched reluctance motor: application to stator and rotor shrink-fitting », *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 51, no. 9, 7002513, Sept. 2015.
- [9] F. Chai, Y. Li, P. Liang, and Y. Pei, « Calculation of the maximum mechanical stress on the rotor of interior permanent magnet synchronous motors », *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, in Press, 2016.