

Développements en harmoniques polaire et elliptique appliqués aux problèmes extérieurs

François TAVERNIER, Zhao LI, Arnaud BREARD, et Laurent KRAHËNBÜHL
Université de Lyon-Ampère (CNRS UMR5005), ECL, 69134 Ecully, France

RESUME -La caractérisation des interférences électromagnétiques (EMI) générées dans les systèmes d'électroniques de puissance est une activité importante dans la compatibilité électromagnétique (CEM). En utilisant des méthodes de développement multipolaire, la mutuelle inductance magnétique entre deux sources peut être calculée. Cependant, cette méthode présente des limitations notamment lorsque deux dispositifs sont proches. Nous exposerons les deux solutions à ce problème. Puis dans ce papier nous définirons la formulation du développement harmonique polaire et elliptique.

Mots-clés— CEM, harmonique polaire, harmonique elliptique.

1. INTRODUCTION

Dans les problèmes de Compatibilité Electro Magnétique (CEM) des convertisseurs d'électroniques de puissance, il est important de déterminer le couplage en champ proche entre deux composants complexes. Cependant, les problèmes de CEM sont souvent traités après la mise au point d'un prototype. L'ajout post conception, de contremesure de ces interférences électromagnétiques conduit à des coûts supplémentaires et à des retards importants avant la mise en fabrication. Afin de prendre en compte les problèmes de CEM dès la phase de conception, une méthode prédictive basée sur des développements harmoniques multipolaires du rayonnement en champ proche autour d'un élément a été développée dans notre laboratoire. A partir des coefficients harmoniques d'une source, nous pouvons représenter les champs électromagnétiques autour de la source sous la forme d'une somme infinie (tronquée) de termes connus et standards (dipôle, quadripôle, octopôle...). Lorsque deux sources sont identifiées suivant un tel développement, nous pouvons utiliser directement ces développements pour déterminer leur couplage via le calcul de la mutuelle inductance en fonction de leurs positions respectives.

1.1. Problématique

La source reconstruite par le développement multipolaire est valide seulement à l'extérieur de la forme définie par le système de coordonnées. Dans le cas des coordonnées sphériques la plus petite sphère englobant la source est appelée « sphère de validité ». Cependant, si deux dispositifs sont trop

proches, alors l'intersection entre les sphères de validité n'est pas vide ainsi le modèle devient invalide.



Figure 1: Intersection de deux cercles de validité.

1.2. Première solution

La première approche est de conserver le développement multipolaire. Pour éviter l'intersection des sphères de validités, il suffit d'augmenter le rayon de la sphère et de translater son centre. Ainsi nous pouvons connaître le champ magnétique de la source sans changer de géométrie.

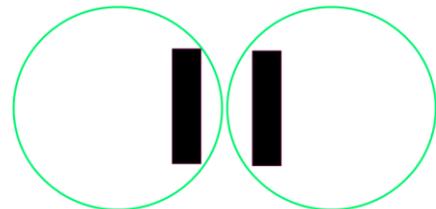


Figure 2: Chagement de diamètre et translation cercle de référence.

1.3. Seconde solution

La seconde approche pour résoudre ce problème est de modifier la géométrie du développement multipolaire. Par exemple les coordonnées oblates sphéroïdales peuvent être adaptées aux sources de forme plate telle qu'une carte électronique. Contrairement, on utilise les coordonnées prolates sphéroïdales pour les objets allongés.

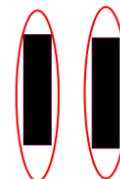


Figure 3: Utilisation d'une géométrie elliptique adaptée à la forme de la source.

1.4. Bilan

Onze types de développements harmoniques sont recensés dans la littérature. Ce travail s'intéresse particulièrement à deux d'entre eux, valables pour les problèmes de Laplace en 2D, de manière à comparer leurs performances pour la description du champ proche en fonction de la forme du dispositif représenté : développement *circulaire* (transposition en 2D des harmoniques sphériques classiques), et développement *elliptique*, qui pourrait être plus efficace pour des objets allongés.

2. THEORIE DU DEVELOPEMENT MULTIPOLAIRE DANS UN PLAN

Le développement multipolaire dans un plan peut être utile pour résoudre les problèmes comportant une symétrie axiale. De plus il peut être utilisé pour la modélisation des objets infiniment longs.

Nous supposons l'approximation des régimes quasi stationnaire. Ainsi le champ magnétique est solution de l'équation de Laplace. Les développements harmoniques que nous présentons sont les solutions du problème extérieur. C'est-à-dire que la source de perturbation est dans le vide et à l'intérieur d'un cercle ou d'une ellipse.

2.1. Systèmes de coordonnées

Le système de coordonnées peut s'écrire en utilisant la notation complexe respectivement cartésienne, polaire et elliptique [1] :

$$\mathbf{z} = x + iy = re^{i\theta} = e \cosh(\eta + i\psi) \quad (1)$$

Le champ magnétique peut être écrit en utilisant la notation complexe. Nous utilisons la notation du champ magnétique en coordonnées cartésiennes pour des raisons de simplicité du développement, de plus cela évite de changer l'expression du champ entre différentes géométries [2] :

$$\mathbf{B}(\mathbf{z}) = B_x(\mathbf{z}) + iB_y(\mathbf{z}) \quad (2)$$

La courbe obtenue lorsque l'on fait varier ψ pour un η est une ellipse. On peut donc par analogie avec les coordonnées polaires comparer cette ellipse à un « $r = \text{constante}$. ». Il existe une infinité d'ellipses. Elles sont définies par la valeur de leur excentricité « e ».

2.2. Harmoniques polaires du problème extérieur

Les coefficients du développement multipolaire peuvent être calculés en utilisant le champ magnétique complexe le long du cercle de référence [3].

$$D_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{B}(re^{i\theta}) e^{in\theta} d\theta \quad (3)$$

Le champ magnétique complexe peut être obtenu en utilisant les coefficients du développement multipolaire [4] :

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{-in\theta} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \quad (4)$$

2.3. Harmoniques elliptiques du problème extérieur

Les coefficients de Fourier peuvent être calculés le long de l'ellipse. Cette formulation présente l'avantage de pouvoir être calculé en utilisant les algorithmes de FFT (Fast Fourier Transform) et ainsi améliorer sa vitesse de calcul [5]:

$$E_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{B}(e \cosh(\eta + i\psi)) e^{in\psi} d\psi \quad (5)$$

Les harmoniques elliptiques décroissent de manière exponentielle lorsque l'ordre « n » augmente. Alors nous pouvons définir le champ magnétique complexe en utilisant le développement multipolaire complexe [6] :

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-in\psi} e^{n(\eta_0 - \eta)} \quad (6)$$

3. CONCLUSION

Dans ce papier, nous avons brièvement exposé la problématique de la méthode du développement multipolaire. Nous savons qu'il existe deux solutions pour palier à cette contrainte. Conserver la géométrie circulaire ou changer de géométrie et de reconstruire une source par un développement multipolaire. Dans cette deuxième solution, nous rappelons qu'il est donc primordial d'identifier la zone où la connaissance du champ pour choisir la géométrie adaptée.

Les futurs efforts se porteront sur la formulation d'une matrice de passage entre les géométries elliptique et polaire. Ainsi que des matrices de translation permettant de changer le centre du développement multipolaire.

Ceux-ci nous permettraient de comparer les deux solutions entre elles qualitativement et quantitativement.

4. REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier l'Ecole Centrale de Lyon (ECL) qui finance cette recherche (contrat doctoral) ainsi que l'ANR (PolHar-CEM project : ANR-14-CE22-0009).

5. REFERENCES

- [1] T. Q. V. Hoang, A. Bréard, and C. Vollaire, "Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources," IEEE Trans. on EMC, Vol. 56, n°6, pp. 1457-1465, 2014. DOI 10.1109/TEMC.2014.2329601L. Li, A. Kedous-Lebouc, A. Foggia, J.C. Mipo, « Influence of magnetic materials on claw pole machines behavior », IEEE Trans. Magn., vol. 46, no. 2, pp. 574-577, 2010.
- [2] B. Vincent, O. Chadebec, J. L. Schanen, K. Berger, et al., "Identification of Equivalent Multipolar Electromagnetic Sources by Spatial Filtering," IEEE Trans. on Magnetics., vol. 46, no. 8, pp. 2815-2818, J. P. Ferrieux, F. Forest, « Alimentations à découpage, convertisseurs à résonance : principes, composants, modélisation », 3^{ème} édition, Dunod, collection Sciences Sup, 2006.
- [3] P. Schnizer, B. Schnizer, P. Akishin, E. Fischer "Theory and application of plane elliptic multipoles for static magnetic fields," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 607 (2009) 505–516. DOI 10.1016/j.nima.2009.06.007.