

Modélisation de la déformation de transformateurs de puissance par approche magnéto-mécanique multiéchelle

Mingyong LIU^{1,2}, Olivier HUBERT¹, Xavier MININGER², Frédéric BOUILLAULT², Laurent BERNARD²

1, LMT-Cachan, CNRS UMR 8535, ENS-Cachan, Univ. Paris-Saclay

2, GeePs, CNRS UMR 8507, SUPELEC, UPMC, Univ Paris Sud, Univ. Paris-Saclay

RESUME – Le but de ce travail est d’estimer la déformation d’un transformateur constitué de tôles empilées soumis à un chargement magnétique périodique. Il s’agit d’une approche numérique par éléments finis qui suppose le développement préalable et l’implémentation d’une loi de comportement multiéchelle magnéto-élastique anisotrope (modèle local, modèle d’empilement et modèle de structure). Les résultats numériques obtenus sont comparés à des mesures expérimentales obtenues sur transformateur réel.

Mots-clés – Magnétostriction, Homogénéisation, FeSi Grain-Orienté, Transformateur, Méthode Elements Finis

1. INTRODUCTION

Dans le contexte 'Plus Electrique' ou 'Tout Electrique', les fabricants de véhicules terrestres et aériens cherchent à augmenter la puissance embarquée à masse égale. La seule solution est d’augmenter la densité de flux magnétique dans les matériaux magnétiques constitutifs des machines électriques. Les matériaux présentant les densités de flux les plus élevées ont le désavantage de se déformer sous l’effet du champ magnétique ce qui conduit à une augmentation significative des vibrations et produit un bruit acoustique indésirable. L’origine principale de ces déformations est le phénomène de magnétostriction dont la forme tensorielle est notée ϵ_μ . Cette déformation provient du réarrangement sous champ magnétique de la microstructure en domaines magnétiques constitutifs de tout matériau magnétique. Les voies explorées pour réduire ce bruit sans nuire aux performances des systèmes sont multiples [4] [6].

Nous nous intéressons ici au développement d’une chaîne de modélisation complète, du comportement local du matériau au calcul de la déformation totale de la structure, à l’aide d’une approche multi-échelle mêlant une loi de comportement locale, une homogénéisation analytique pour la description du milieu multicouche et une modélisation éléments finis pour la résolution du problème de structure mécanique et magnétique.

2. STRATÉGIES DE MODÉLISATION

Il s’agit de résoudre un problème magnéto-mécanique couplé (un modèle numérique 2D est privilégié). Une approche séquentielle et quasi-statique est d’abord appliquée [5] (Fig.1) : nous débutons par la résolution du problème magnétique. La résolution du problème mécanique vient ensuite. Compte tenu des faibles déformations attendues (de l’ordre de 10^{-5} au maximum), les contraintes générées dans la structure de transformateur sont généralement faibles et influencent peu le comportement magnétique par couplage direct. La résolution du problème ne nécessite donc pas a priori la mise en place d’un couplage fort. En envoyant un courant sinusoïdal i discrétisé en temps à travers les conducteurs du circuit magnétique, on obtient une série de solutions constituées par des champs magnétiques (champ, induction, flux) et des champs mécaniques (déformations de magnétostriction, élastique et totale, déplacement,

contraintes).

La résolution magnétique du problème nécessite l’utilisation d’un modèle de comportement. Il s’agit de la version simplifiée d’un modèle multiéchelle magnéto-élastique [3]. La simplification, qui permet de réduire considérablement le temps de calcul, consiste à ne décrire le matériau qu’à travers le comportement d’un monocristal équivalent lui-même constitué d’une microstructure en domaines magnétiques. Chaque domaine α est défini par une direction $\vec{\gamma}^\alpha$ (on utilise un pavage régulier de la sphère unité pour la définition du cristal), une aimantation intrinsèque \vec{M}^α et une déformation intrinsèque de magnétostriction ϵ_μ^α , toutes deux définies par un certain nombre de constantes physiques. On cherche alors à calculer la probabilité de présence d’un domaine magnétique par l’intermédiaire d’une évaluation de sa fraction (f_α) en fonction de son énergie totale et de l’énergie de l’ensemble. Celle-ci qui est la somme de différentes contributions (1) : l’énergie magnétique W_{mag}^α , l’énergie magnéto-cristalline W_{an}^α , l’énergie de configuration W_{surf}^α et l’énergie élastique W_{el}^α fonction de la déformation "libre" de magnétostriction. Les formes choisies pour l’énergie magnéto-cristalline et l’énergie de configuration en particulier permettent de reproduire les anisotropies.

$$W_{tot}^\alpha = W_{mag}^\alpha + W_{an}^\alpha + W_{surf}^\alpha + W_{el}^\alpha \quad (1)$$

Le comportement magnéto-mécanique à l’échelle locale (cristal équivalent) est obtenu en moyennant les grandeurs microscopiques (2).

$$\vec{M} = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}^\alpha \quad \epsilon_\mu = \sum_\alpha f_\alpha \epsilon_\mu^\alpha \quad (2)$$

Un transformateur est généralement constitué d’un empilement de tôles taillées sous forme de E et de I (de manière à refermer le circuit magnétique). Celles-ci sont empilées tête-bêche ce qui conduit à un mélange des comportements de chaque tôle. La résolution 2D nécessite de définir le comportement moyen de l’empilement de tôles. Une loi de mélange est appliquée (eq.(3) et (4)) : elle utilise une hypothèse de champ magnétique homogène et de déformation totale homogène compte tenu des conditions classiques de continuité tangentielle du champ magnétique d’une part et du déplacement d’autre part. La loi de mélange peut être définie par la nature des couches empilées : deux dispositions E+I sont possibles. On note famille 1 la disposition pour laquelle la tôle taillée en I est en position haute. On note famille 2 la disposition pour laquelle la tôle taillée en I est en position basse. En fonction des alternances, on définit ainsi une fraction de famille 1 (f_1) et une fraction de famille 2 (f_2) telles que $f_1 + f_2 = 1$. Le calcul de l’aimantation moyenne et des déformations de magnétostriction moyennes est obtenu par une simple loi des mélanges eq.(3) et eq.(4). \vec{M}_i est l’aimantation de la famille i , $\epsilon_{\mu i}$ est la déformation de la magnétostriction de la famille i .

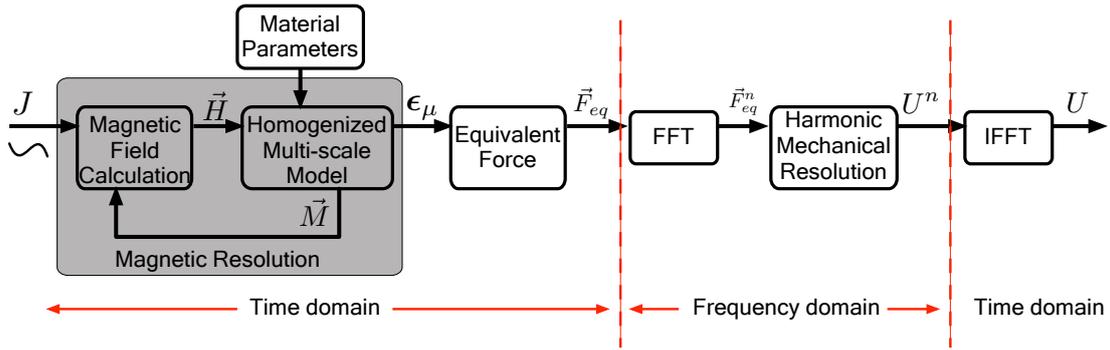


Fig. 1. Stratégie de modélisation.

$$\vec{M} = f_1 \vec{M}_1 + f_2 \vec{M}_2 \quad (3)$$

$$\epsilon_\mu = f_1 \epsilon_{\mu 1} + f_2 \epsilon_{\mu 2} \quad (4)$$

Une méthode de résolution itérative (méthode de Newton-Raphson [1]) est implantée pour résoudre le problème magnétique non-linéaire. A la convergence, l'ensemble des champs est connu, en particulier le champ de déformation de magnétostriction libre ϵ_μ . L'opération suivante consiste à définir une force volumique équivalente à la déformation de magnétostriction \vec{f}_{eq} à partir de l'équation d'équilibre mécanique, où \mathbb{C} est un tenseur de rigidité d'ordre 4, calculé à partir du tenseur d'élasticité de chacune des familles et des fractions correspondantes.

$$\vec{f}_{eq} = -\vec{div}(\mathbb{C} : \epsilon_\mu) \quad (5)$$

Le calcul est réalisé à chaque pas de temps sur une période d'excitation puis décomposée en séries de Fourier. Chaque harmonique est considéré comme l'excitation du problème mécanique pour différentes fréquences (6). Le déplacement total de la structure en fonction du temps est obtenu en sommant les harmoniques de déplacements \vec{u}_n (principe de superposition).

$$\vec{div}(\mathbb{C} : \epsilon)^n + \vec{f}_{eq}^n = -\rho(\omega^n)^2 \vec{u}^n \quad (6)$$

Le champ de déplacement en fonction du temps est obtenu en appliquant une transformée de Fourier inverse.

3. APPLICATION AU TRANSFORMATEUR MULTICOUCHE

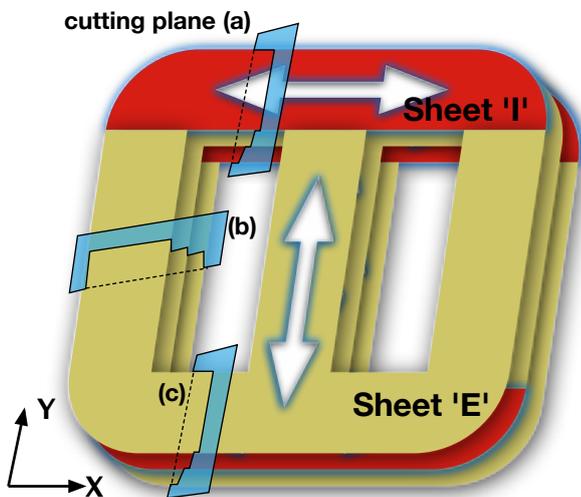


Fig. 2. Structure du noyau de transformateur : tôle taillée en 'I' (région en jaune) + tôle taillée en 'E' (région en rouge) avec l'indication de la direction laminage (flèche blanche).

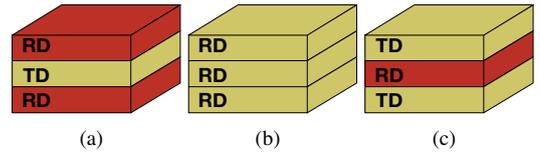


Fig. 3. Vue en coupe du transformateur aux régions différents référant à la figure 2 : (a) region haut ; (b) jambes ; (c) region bas.

La géométrie du transformateur utilisée pour la modélisation et les mesures expérimentales est donnée en Fig.2. Les fractions volumiques f_1 et f_2 ont déjà été définies dans la section précédente. Pour des raisons de simplicité, seule la bobine centrale est alimentée par un courant sinusoïdal. Le point de référence du transformateur est choisi en dessous de bobinages primaires. Le maillage utilisé est constitué d'éléments T3 triangulaires. De plus, le comportement mécanique est considéré comme isotrope et homogène. Certains paramètres numériques et physiques complémentaires utilisés dans la modélisation sont rassemblés dans le tableau 1.

Tableau 1. Paramètres numériques et constantes élastiques utilisés pour la modélisation 2D du transformateur.

Param.	I_{max}	f	β	N	E	ν
Valeur	200	400	0.02	40	210	0.3
Unité	Ampère-tours	Hz	-	-	GPa	-

La Fig. 4 montre la distribution du flux et la Fig. 5 montre la répartition de la force nodale équivalente de magnétostriction (représentant des forces équivalentes appliquées aux noeuds du système). Sur la base de tenseur de Maxwell [2], un calcul des forces magnétiques (sans magnétostriction) est également réalisé, en utilisant exactement les mêmes propriétés des matériaux, des techniques d'homogénéisation et la stratégie de calcul (Fig. 5). Les amplitudes indiquées pour les chiffres montrent clairement que les forces magnétiques sont négligeables par comparaison avec les forces induites par magnétostriction.

Les déplacements obtenus sont inférieurs à $1 \mu\text{m}$. Une forme facteur d'échelle de 20000 est utilisé pour une meilleure visibilité des petits déplacements totaux sur la Fig. 8.

4. VALIDATION EXPÉRIMENTALE

Un transformateur à trois couches de dimensions $213\text{mm} \times 202\text{mm}$ a été préparé en suivant les mêmes conditions que le modèle numérique (Fig.6). Les bobinages primaires et secondaires permettent respectivement d'alimenter le transformateur et de mesurer la distribution de l'induction magnétique. Un courant sinusoïdal d'amplitude 5A est injecté dans la bobine centrale à 400Hz. Plusieurs accéléromètres ont été positionnés pour

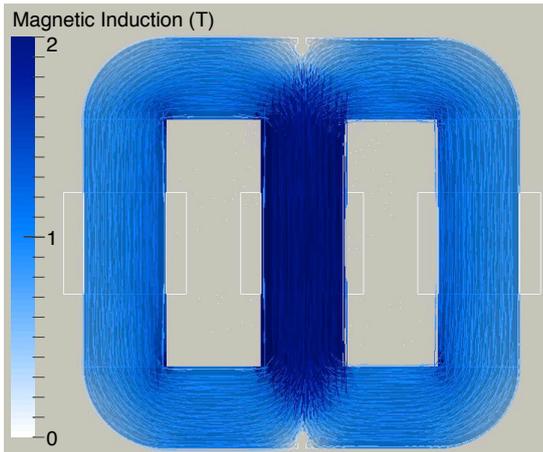


Fig. 4. Distribution du champ magnétique B en $I = I_{max} = 5A$ avec 40 tours.

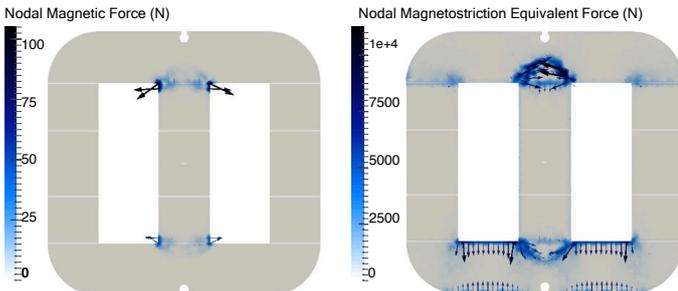


Fig. 5. Distribution de la force nodale magnétique (gauche) et force nodale équivalente de magnétostriction (à droite). Les échelles sont choisies différentes pour les deux figures.

enregistrer l'accélération pour une centaine de périodes d'excitation. Deux intégrations en temps permettent d'obtenir les déplacements associés. Les points choisis pour les mesures de déplacement sont indiqués sur la Fig.7. Le transformateur à trois couches est accroché avec deux fils pour éliminer les perturbations en haute fréquence.

Le centre du transformateur est défini comme un point de référence pour corriger les déplacements de corps rigide. Une moyenne a été faite entre certains points de mesure (points 2-4 et 3-5) grâce à la symétrie de l'axe-Y (l'axe-X n'est pas un axe de symétrie, car les régions en haut et en bas du transformateur tri-couche présentent deux fractions volumiques de 'E' et 'I' différents) pour retirer le mouvement du corps rigide dans le plan de rotation. Typiquement, aux points 2 et 4 (idem pour les points 3 et 5), le mode commun des déplacements dans la direction Y et le mode différentiel des déplacements dans la direction X sont obtenus par cette opération. Des perturbations à basse fréquence (associées aux mouvements de corps rigide) ont été éliminées par un post-traitement du signal avec un filtrage passe-bas. Les simulations numériques de signaux de déplacement

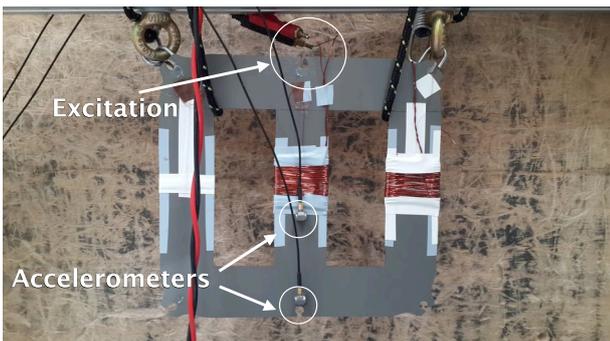


Fig. 6. Experimental set-up for displacement measurement.

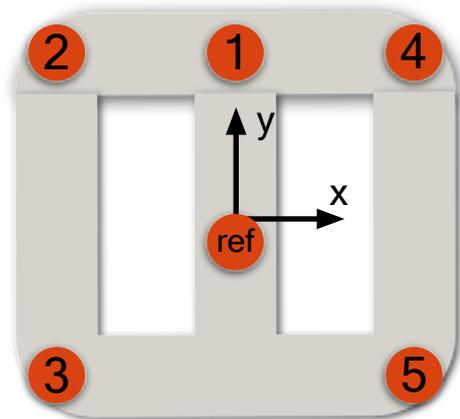


Fig. 7. Les points choisis pour les mesures de déplacement.

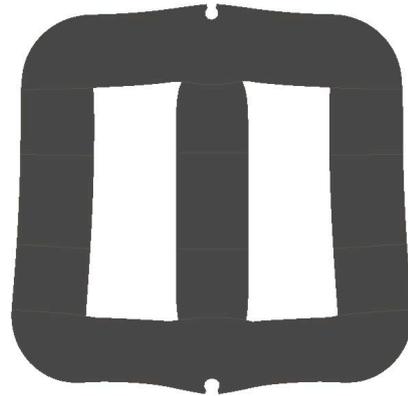


Fig. 8. Noyau déformé avec un facteur d'échelle de 20000, $I = I_{max} = 5A$ avec 40 tours.

ment rapportés ci-après ont été effectuées en utilisant les mêmes conditions que les expériences (excitation, géométrie, fraction volumique et position des points de mesure).

Les déplacements sur une période du courant sont présentés sur les Fig.9, Fig.10 et Fig.11 (il faut noter que les trois figures sont tracées en utilisant la même échelle et que les résultats rapportés sont des résultats en moyenne sur cinq périodes), avec des lignes pleines représentant le déplacement mesuré et des lignes en pointillés représentant le déplacement simulé. Pour une meilleure lisibilité, les déplacements dans la direction X et direction Y sont présentés séparément en rouge et bleu. Nous observons que la fréquence de vibration est deux fois plus élevée que la fréquence du courant. Le déplacement dans la direction Y du point 1 positionné au-dessus du point de référence présente la plus haute amplitude. Son déplacement dans la direction X est beaucoup plus faible (théoriquement nulle en raison de la symétrie par rapport à l'axe-Y). Une fréquence double du fondamental des vibrations mécaniques (1600Hz) se produit dans ce signal (ligne rouge) qui peut être associée à la symétrie non parfaite du transformateur amplifié par un phénomène de résonance. Les déplacements des points 2 et 3 dans la direction X ne sont pas les mêmes, ce qui vérifie la non-symétrie de la distribution de l'axe d'anisotropie dans le transformateur. Cela peut aussi être la raison pour ne pas avoir un déplacement opposés du point 2 et 3 sur l'axe Y.

Ce calcul numérique permet de prédire les principales tendances expérimentales. Un bon accord entre les mesures et la simulation est obtenu pour la période de déplacement et l'ordre de grandeur des amplitudes. Le modèle numérique prédit avec précision les déplacements le long de la direction Y, mieux que le long de la direction X. Le déplacement du point 1 (Fig 9.) devrait être théoriquement nulle comme déjà souligné. Les déplacements simulé et mesuré du point 2, le long de la direction X sont de signe opposé. Une analyse modale a été effectuée pour

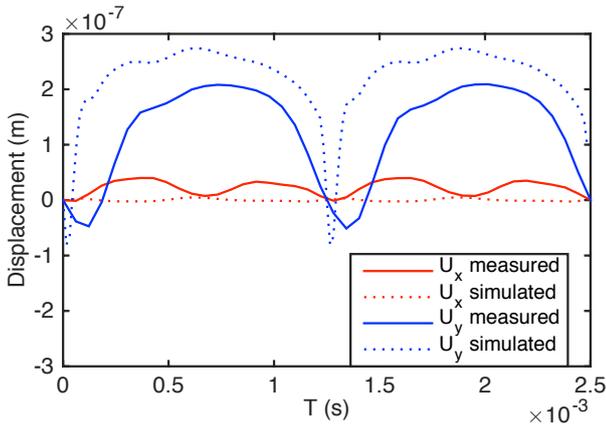


Fig. 9. Comparaison modèle/essai : déplacement horizontal (x) et vertical (y) du point 1, $I = I_{max} = 5A$ avec 40 tours.

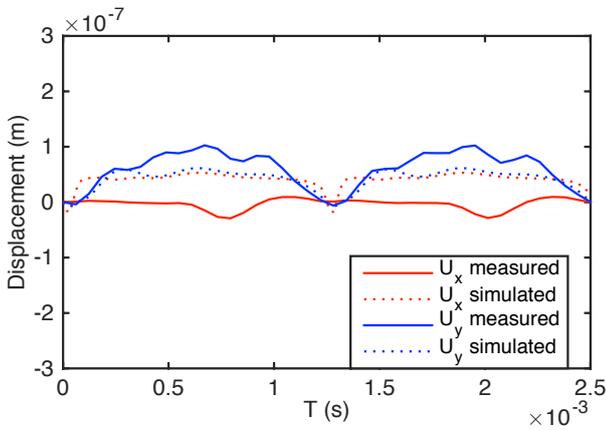


Fig. 10. Comparaison modèle/essai : déplacement horizontal (x) et vertical (y) du point 2, $I = I_{max} = 5A$ avec 40 tours.

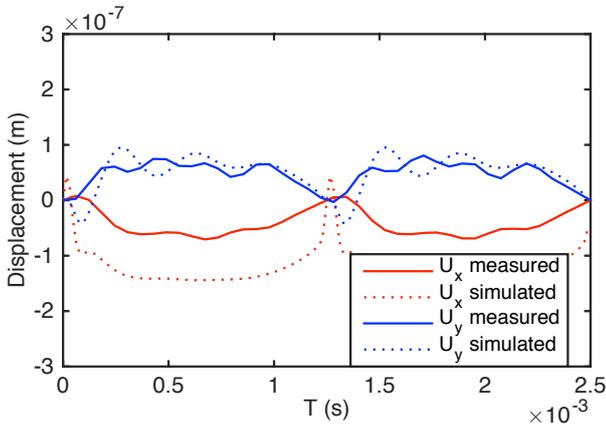


Fig. 11. Comparaison modèle/essai : déplacement horizontal (x) et vertical (y) du point 3, $I = I_{max} = 5A$ avec 40 tours.

l'ensemble de la structure ('E' + 'I') et pour tôles 'I' et 'E' séparément. Les principaux modes de vibration de la structure sont présentés dans le tableau 2. Le mode 2 correspondant à la fréquence 1515Hz pour la tôle 'E' est montré sur la figure 12. Ce mode peut être associé au déplacement inattendu mesuré le long de l'axe X au point 1. En effet, de telles variations ne peuvent pas être données par le modèle, car l'entrefer parasite entre les 'E' et 'I' n'est pas considéré. On remarque que le déplacement mesuré selon la direction Y au point 2 est plus grand que les résultats prévus. Ceci peut aussi être expliqué par les en-

trefers existants, qui ne sont pas pris en compte dans le modèle actuel. En effet l'entrefer fait diminuer la rigidité mécanique selon la direction Y. Une autre différence importante concerne les hypothèses et simplifications de la modélisation comparée à des expériences : taux de déplacement sont clairement surestimés par la modélisation. Cet écart peut être lié au caractère hystérétique présent expérimentalement mais non considéré dans le modèle. En dépit de ces défauts, les résultats présentés ci-dessus constituent un progrès notable dans ce domaine. Une modélisation complète impliquant le comportement hystérétique est nécessaire pour améliorer encore la prédiction des vibrations.

Tableau 2. Mode de résonance des tôles 'E', 'I' et 'E+I'

Numéro de mode	E	I	E+I
1	1007Hz	4839Hz	3717Hz
2	1515Hz	12707Hz	5457Hz
3	2984Hz	13271Hz	5867Hz
4	4406Hz	21264Hz	5928Hz

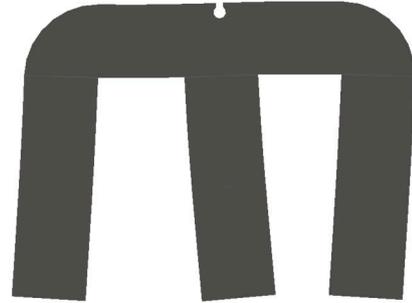


Fig. 12. Mode de résonance de la tôle 'E' en 1515Hz.

5. CONCLUSION

Le modèle proposé, en tenant compte de l'anisotropie du matériau et de l'effet de surface, permet de calculer la déformation et le déplacement d'un transformateur de puissance multicouche en 2D. Le bon accord avec les essais expérimentaux confirme la fiabilité de ce modèle. Cette étude permet d'envisager une possibilité d'optimisation géométrique du transformateur, afin de réduire le niveau de contrainte et le niveau de bruit. Il permet d'autre part une optimisation des paramètres du matériau, par exemple en tenant compte des matériaux isotropes ou anisotropes. Un couplage final entre le champ de déplacement et le bruit acoustique est toujours à intégrer dans le modèle. Etape suivante sera de réaliser une optimisation des matériaux et structure pour réduire l'émission de bruit.

- [1] L. Bernard and L. Daniel. Effect of stress on magnetic hysteresis losses in a switched reluctance motor : application to stator and rotor shrink-fitting. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(9) :1–1, 2015. doi:10.1109/TMAG.2015.2435701.
- [2] A. Bossavit. Un tenseur de Maxwell non-linéaire et symétrique. *NUMELEC 2015, Actes, 8e Conférence Européenne sur les méthodes numériques en Électromagnétisme (3-5 Juin, Saint-Nazaire)*, IUT de Saint-Nazaire, pages 3–4, 2015.
- [3] L. Daniel, O. Hubert, N. Buiron, and R. Billardon. Reversible magneto-elastic behavior : a multiscale approach. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(3) :1018–1042, March 2008. doi:10.1016/j.jmps.2007.06.003.
- [4] C Krell, N Baumgartinger, and G Krismanic. Relevance of multidirectional magnetostriction for the noise generation of transformer cores. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 216 :634–636, 2000. doi:10.1016/S0304-8853(00)00247-X.

- [5] M. Liu, O. Hubert, X. Mininger, F. Bouillault, and L. Bernard. Homogenized magneto-elastic behavior model for the computation of strain due to magnetostriction in transformers. *IEEE Transactions on Magnetics*, PP(99):1–1, 2015. doi:[10.1109/TMAG.2015.2493062](https://doi.org/10.1109/TMAG.2015.2493062).
- [6] G. Shilyashki, H. Pfutzner, J. Anger, K. Gramm, F. Hofbauer, V. Galabov, and E. Mulasalihovic. Magnetostriction of transformer core steel considering rotational magnetization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 50(1), 2014. doi:[10.1109/TMAG.2013.2283193](https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2283193).