HAL open science

Synthèse des Environnements d'Apprentissage Abordant les Problèmes Arithmétiques en Classe Élémentaire

Bruno Martin, Jean-Marc Labat, Emmanuel Sander

To cite this version:

Bruno Martin, Jean-Marc Labat, Emmanuel Sander. Synthèse des Environnements d'Apprentissage Abordant les Problèmes Arithmétiques en Classe Élémentaire . 7ème Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH 2015), Jun 2015, Agadir, Maroc. hal-01361428

HAL Id: hal-01361428

https://hal.science/hal-01361428v1

Submitted on 28 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Synthèse des Environnements d'Apprentissage Abordant les Problèmes Arithmétiques en Classe Élémentaire

Bruno Martin [1], Jean-Marc Labat[2], Emmanuel Sander[1]
[1] Laboratoire Paragraphe, Université Paris-8, 2 Rue de la Liberté, 93526 Saint-Denis
martin.bruno.mail@gmail.com
emmanuel.sander@univ-paris8.fr
[2] LIP6, Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, 75005 Paris
Jean-marc.labat@lip6.fr

Résumé. Savoir appliquer ses connaissances mathématiques pour résoudre des problèmes du monde réel représente une difficulté importante pour beaucoup d'enfants en classe élémentaire. Nous avons étudié et synthétisé comment une vingtaine d'environnements numériques abordent cet apprentissage. Ce travail de synthèse manque dans la littérature du domaine, ce qui nuit à son essor. Deux stratégies d'échafaudage qui rendent compte de la plupart de ces outils semblent émerger : (1) Décomposer la résolution de problème en plusieurs étapes et (2) Utiliser des représentations externes pour aider à la construction d'un modèle mental du problème. Cette synthèse permet de tirer un bilan sur le transfert des connaissances en psychologie des apprentissages arithmétiques dans le cadre des environnements numériques du domaine. Nous proposons l'idée qu'il existe des éléments qui rendent compatibles les différents outils. Sur cette base, des perspectives de recherche dans le domaine sont proposées.

Mots-clés. Arithmétique, énoncés verbaux, environnement d'apprentissage, classe élémentaire, représentations externes

Abstract. Real-world problem solving is an incumbent task for many pupils in elementary school. We reviewed more than twenty learning environment addressing this issue. To our knowledge, no comprehensive review has been made on this subject, which impedes its development. Two main scaffolding strategies have been identified, in use in most of these tools: (1) Turning the solving process as a step-by-step procedure and (2) Use external representations to support the building of a mental model of the problem. This review enables us to make an assessment of the transfer of knowledge from cognitive psychology to learning environments for this domain. The compatibility of the different learning tools has been highlighted. On this basis, some perspectives on the research in this area have been suggested.

Keywords. Arithmetic, word problems, learning environment, elementary education, external representations

1 Introduction

L'objectif de cet article est de fournir une revue sur les environnements et les outils visant l'apprentissage de la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux (PAEV) en classe élémentaire. Malgré le nombre important d'outils développés, aucune revue exhaustive n'a été réalisée sur le sujet à notre connaissance. Nous avons choisi de nous concentrer sur les outils liés à la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. En effet, répondre à la question « 12-7=? » et résoudre le problème « Après avoir gagné 7 billes, Marie a un total de 12 billes. Combien en avait-elle avant de jouer ? » ne relèvent pas des mêmes compétences [1]. Dans le second cas, il est demandé à l'enfant de comprendre, modéliser une situation de problème pour ensuite calculer une quantité inconnue. Ces capacités sont essentielles pour résoudre des problèmes "du monde réel" et constituent un pré-requis pour résoudre des exercices d'algèbre [2]. Améliorer les compétences des élèves dans ce domaine relève par ailleurs d'un défi car beaucoup se trouvent en difficulté [3]. Pour un certain nombre de chercheurs, les tuteurs intelligents, bien que pertinents pour les apprentissages procéduraux, ne favorisent pas nécessairement l'acquisition d'apprentissages plus conceptuels comme la résolution de PAEV [3, 4]. Cet article montre la variété des approches proposées et les compare. Il permet aussi de mettre en lumière le lien entretenu avec la recherche en psychologie cognitive sur ces apprentissages.

2 Critères de Catégorisation des Outils

Nous avons identifié deux stratégies majeures et deux stratégies mineures employées pour construire cet apprentissage. La première est la décomposition, plus ou moins poussée, de la résolution en différentes étapes. La deuxième est l'utilisation de représentations externes, plus ou moins abstraites, du problème. Ces deux stratégies vont généralement de pair : plus la décomposition est marquée, plus les représentations proposées à l'apprenant sont concrètes. Les stratégies moins utilisées sont : (i) chercher à modéliser ou évaluer l'apprenant, et (ii) proposer des activités détournées de la résolution directe de problèmes.

2.1 Représentations Graphiques Intermédiaires

La grande majorité des environnements d'apprentissage portant sur les PAEV invite le sujet à visualiser, sélectionner, compléter ou même produire une représentation graphique du problème. En effet, puisque la résolution de PAEV ne semble pas pouvoir faire l'économie de la notion de représentation, l'idée de proposer à l'apprenant une représentation graphique du problème paraît s'imposer.

Ces représentations graphiques peuvent être classées selon leur niveau d'abstraction par rapport à la situation problème. Ainsi le dessin représentant les objets (et éventuellement les acteurs du problème) est le niveau le plus concret alors que l'écriture de la relation mathématique est le plus abstrait. Entre les deux se situent

les représentations de collections dans lesquelles les objets représentés sont abstraits (des carrés par exemple) et les modélisations schématiques qui caractérisent des quantités sans représenter de collection. Encore plus abstrait, car éloigné de la notion de représentation de la situation se situent les arbres de solutions et les schémas présents dans HERON [5].

2.2 Décomposition en Étapes

Deux approches sont souvent citées pour justifier la décomposition observée dans les différents outils. La première, s'appliquant à la résolution de problèmes en général, est celle de Polya [6]. Les étapes proposées sont (1) Comprendre le problème (2) Etablir un plan (3) Suivre ce plan (4) Vérifier les résultats. Plus spécifique à la résolution de PAEV, Verschaffel [7, 8] est invoqué, de manière moins fréquente cependant. La principale différence se situe dans la modélisation, car Verschaffel défend que la résolution de PAEV repose sur une activité de modélisation mentale du problème pour permettre sa résolution. Les outils en questions utilisent parfois la méthode du chercheur en faisant travailler les enfants avec des problèmes non stéréotypés qui comportent des données manquantes ou au contraire inutiles pour les inviter à adopter une démarche active de modélisation [9, 10].

3 Catégorisation des Outils Basés sur les Stratégies Majeures

3.1 Faible Décomposition et Représentations Abstraites : Outils pour les Problèmes Difficiles.

Au rang des outils les plus influents, se situe HERON, conçu par Reusser [5]. Il se réclame de Nathan [4] en suivant l'idée de construire un tuteur non intelligent (unintelligent tutor). Ces tuteurs se définissent par l'absence de connaissances sur le problème ou sur l'élève et se concentrent sur l'outillage de l'apprenant pour l'aider dans la résolution. En effet, il ne s'agit pas pour Reusser de chercher à modéliser finement l'élève, mais de lui fournir un environnement de résolution riche qui lui permet de le tutorer. Le cœur de sa proposition est l'utilisation d'arbres de solution (solution tree, cf Fig 1.a.), constitués de schémas triadiques pour lesquels les quantités nouvellement calculées se trouvent en bas. Chaque nœud du schéma correspond à une quantité associée à une valeur, un label désignant ce qu'elle représente et une unité (litres par exemple). C'est à l'utilisateur de sélectionner des nombres et d'y associer ces informations. Ces quantités peuvent être glissées dans des schémas, eux mêmes glissés dans la fenêtre de résolution. Cette manière de représenter les solutions est particulièrement adaptée aux problèmes qui nécessitent plusieurs étapes de calculs. De plus, la généricité de l'outil et des schémas employés le rend utilisable pour un ensemble large de problèmes (dont les multiplications et divisions). HERON est un environnement de résolution qualifié par son auteur de constructiviste modéré, car l'enfant est libre de la construction de son arbre et de la suite d'action par lequel il

passe. Il peut par exemple passer d'une fenêtre à une autre pour récupérer de nouvelles quantités dans le texte ou continuer son arbre de solution. HERON ne propose pas toute l'architecture d'un ITS, mais l'environnement fonctionnant par descriptions de quantités et par choix d'opérateur permet, si l'enfant le demande, d'obtenir des feedbacks sur sa progression et des notifications d'erreurs.

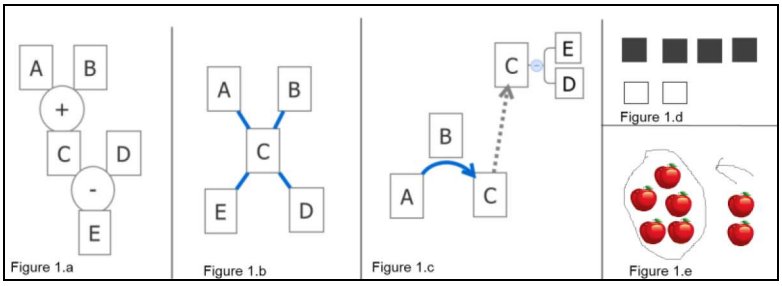

Fig. 1. Différentes représentations des quantités et situations selon les différents outils.
1.a : Arbre de résolution adapté de Reusser [5].
1.b : Schème adapté de SPA, le tout C est partagé [11].
1.c : Schémas adapté de SPS [12]
1.d : Collections abstraites, adaptées de Jaspers et Van Lieshout [10]
1.e : Collections concrètes et dessin adaptés de Math Explorer [13]

Deux programmes inspirés par HERON ont été développés. Le premier, Math Cal [14], est porté par des chercheurs qui regrettent que HERON ne force pas la décomposition étape par étape. Deux arguments sont avancés. Le premier concerne le diagnostic, avec l'idée qu'il est plus facile de comprendre les erreurs en segmentant les activités. Le deuxième concerne la charge mentale. Décomposer les étapes permettrait d'alléger la mémoire de travail de l'apprenant. Ainsi, dans Math Cal, une fois les quantités définies par l'utilisateur, une étape explicite de planification est réalisée, dans laquelle l'apprenant construit une liste ordonnée des quantités à résoudre.

Le deuxième programme alternatif, peut-être plus riche, est le Solver Learning Environnement [15]. Ce dernier s'inscrit dans une approche web et multimédia. Des éléments du problème sont cliquables et permettent ainsi d'activer différents types d'aides comme l'accès à des définitions. L'élève peut aussi visualiser des vidéos représentant le problème pour l'aider. Enfin, l'aspect web permet aux élèves d'adopter une démarche collaborative. S'ils sont en difficulté ils peuvent accéder à une fenêtre leur permettant de discuter avec les autres élèves ou avec le professeur.

A défaut de voir cet aspect clairement mentionné par les auteurs de ces deux programmes, il semble que le diagnostic ne soit possible qu'à la fin du processus, en comparant la solution de l'élève avec une solution enregistrée, ce qui constitue un appauvrissement du programme original. En effet HERON indiquait la présence d'incohérences au cours de la résolution. C'est peut être justifiable pour Solver Learning Environnement du fait de sa dimension socio-constructiviste, mais plus discutable pour Math Cal qui cherche justement à guider l'élève pas-à-pas.

Schemes for Problems Analysis (SPA) [11], tout comme Math Cal, met en question le fait que HERON autorise l'apprenant à ajouter des quantités au fur et à mesure. La raison est cependant différente de Math Cal ; pour Nesher et Hershkovitz, il est plutôt question de représentation des relations entre quantités. Selon ces auteurs, la possibilité d'ajouter des quantités au fil de l'eau freine une conceptualisation de la structure globale du problème. Dans leur logique, la première action de l'élève devrait être de choisir les schémas qui décrivent la situation. L'utilisation des schémas dans HERON est alors qualifiée de rhétorique puisque le schéma ne met en relation que des quantités déjà conceptualisées par l'enfant. La représentation d'un schème est graphiquement semblable aux schémas dans l'arbre de solution de HERON. Cependant les quantités ont une place différente selon leur statut. Un schème est composé de deux parties et d'un tout. Dans SPA, les apprenants sélectionnent des schèmes (multiplicatifs ou additifs), pour ensuite former un schème composite. Trois sont possibles selon que (1) le tout est partagé par les deux schèmes, c'est le schème représenté en Fig. 1.b, C étant le tout partagé (2) la partie d'un schème est partagée par les deux schèmes (3) la partie d'un schème est le tout d'un autre. Une fois le schème composite construit, les enfants peuvent résoudre le problème en indiquant les nombres et labels dans chaque schème pour ensuite calculer la quantité inconnue.

Une évolution conceptuelle est notable de HERON à SPA. En effet, dans SPA, la relation entre les quantités est prioritaire à leurs définitions. La représentation graphique change ainsi de rôle, elle n'est plus utilisée pour calculer des quantités inconnues sur la base de quantités connues, mais elle sert à représenter ces quantités elles-mêmes.

Le principe de HERON de faire glisser des quantités dans un organisateur graphique a été repris par des outils fonctionnant de manière tactile comme dans Multi-Touch Arithmetic Tool (MuTAT) [16] et Kidspiration 3©[17]. Ce dernier propose de glisser les quantités dans des schémas préétablis dont les labels sont déjà présents. La place des nombres et l'opérateur sont ensuite choisis par l'enfant. MuTAT est encore plus épuré ; les nombres sont glissés sans qu'il soit question de les intégrer dans un schéma spécifique. Cependant il permet de construire des arbres de solution comme dans HERON.

Les chercheurs à l'origine de HERON et SPA se fondent sur leurs propres travaux théoriques et expérimentaux, eux mêmes reposant sur les travaux de Kintsch [18] utilisant le concept de schéma pour modéliser la compréhension de texte. Cette approche a connu une forme de spécification avec la collaboration de Greeno [19] pour expliquer les difficultés des PAEV à une seule étape. Une typologie de problèmes à énoncés verbaux qui a influencé fortement les recherches ultérieures dans le domaine. L'approche "schéma" a aussi été influente en matière d'enseignement sous le nom d'instruction par les schémas (Schema Based Instruction [20, 21]), dans lequel l'enfant est incité à sélectionner et à travailler sur le schéma qui se rapproche le plus du problème. Ainsi, un certain nombre d'outils ont proposé des représentations graphiques de ces schémas pour assister la résolution de problème. Ces schémas sont aussi utilisés dans des outils assistant la résolution de PAEV à plusieurs étapes représentant alors une alternative à HERON, avec des schémas encore plus "concrets" que SPA.

3.2 Décomposition Modérée et Représentations Semi-abstraites

Situation Problem Solver (SPS), développé par Marshall [12], contient un ensemble de leçons qui permet à l'apprenant d'associer une situation problème à un schéma pour aborder sa résolution. C'est une forme assistée par ordinateur d'instruction par des schémas [20]. Selon Marshall, ces derniers sont de cinq types : transformer, combiner, comparer pour les problèmes additifs, varier et réitérer pour les problèmes multiplicatifs. Chacun de ces schémas fait l'objet d'une représentation graphique particulière. Sur la base de ce programme, un environnement de résolution permettant à l'apprenant de résoudre librement des problèmes a été conçu sous le nom de Problem Solving Environnement (PSE) [12]. Proche de SPA, cet environnement s'en distingue puisque l'apprenant glisse des schémas spécifiques à l'intérieur de la fenêtre principale. Les quantités identiques sont reliées par des flèches (Fig 1.c). Un autre chercheur, Derry s'est également appuyé sur l'approche schéma. Son élaboration a été accompagnée d'un environnement, TAPS (Training Arithmetic Problem-solving Skills) [22] qui deviendra par la suite TIPS (Tutorial in Problem Solving) [23].

Par l'emploi de schémas similaires à ceux présents dans SPS, certains outils se concentrent sur la résolution de problèmes simples. Ils proposent généralement une décomposition des étapes, accompagnant l'apprenant par des aides et des feedbacks. GO Solve Word Problems [24] est un programme qui décompose la résolution en plusieurs étapes : Sélection d'un schéma, insertion des quantités, et écriture de la solution. GO Solve Word Problems peut aussi être utilisé pour les problèmes nécessitant plusieurs calculs, mais sur la base de schémas simples "étendus" avec un quatrième argument et non composites comme on les retrouve sur SPA.

Ambre-add [25] est un projet similaire qui invite l'apprenant à choisir un schéma et à le compléter avec les quantités de l'énoncé. Une fois cette étape réalisée, la particularité d'Ambre est d'inviter l'apprenant à résoudre le problème par analogie avec un exercice de même structure. Cette étape dérive de l'approche dite « raisonnement à partir de cas » qui défend l'idée que les nouveaux problèmes sont résolus par analogie avec des problèmes précédemment résolus [26].

Huang et collaborateurs ont conçu un outil utilisant aussi les schémas, qui adopte également une décomposition forte des étapes de résolution, avec des aides graphiques accessibles à chaque étape [27]. La première étape consiste à choisir une reformulation de la question parmi trois proposées. S'il clique sur l'aide, l'enfant peut observer un dessin représentant les quantités des problèmes. La deuxième étape propose de choisir une équation et non plus un schéma. Le schéma n'est donc ici plus une représentation imposée ; il apparaît seulement si l'étudiant demande l'aide pour cette étape. Comme dernière étape, il est laissé la possibilité à l'enfant de conduire et vérifier son calcul. Cette stratégie de tutorat qui décompose finement les étapes de résolution en s'assurant de la bonne compréhension de l'apprenant a été développée dans d'autres outils que nous détaillons dans la partie suivante. Ils visent, tout comme l'outil de Yang et collaborateur, les élèves en difficulté.

3.3 Décomposition Forte et Représentations Concrètes : Outils pour les Élèves en difficulté

En ce qui concerne les élèves ayant des difficultés, il n'est pas surprenant que le schéma soit supplanté par la manipulation de représentations plus concrètes accompagnées d'activités centrées sur la compréhension et la modélisation de la situation du problème. L'outil développé par Jaspers et Van Lieshout [10] est un intéressant représentant de cette approche. L'interface est assez simple, mais il se concentre sur des activités clefs finement décomposées : l'attention au texte, la modélisation active de la situation et la manipulation de représentations concrètes. Les problèmes comportent des données inutiles pour conduire l'apprenant à modéliser la situation, et les nombres sont petits pour que le calcul ne soit pas un obstacle. Après avoir lu une première fois le problème et sélectionné les mots importants de la question, l'élève effectue trois activités sur chacune des phrases : la relire, sélectionner les mots et les quantités dont le rôle est important, et enfin les représenter par une collection de petits carrés (Fig 1.d) en les sélectionnant dans l'interface.

Une fois que les deux ensembles sont représentés, il est demandé à l'enfant de donner une réponse numérique à la question. Avec une interface plus moderne et aussi destiné aux élèves en difficulté, Math Explorer [13] décompose la résolution en quatre étapes, chacune suivie d'invitations à des réflexions métacognitives ("*Est-ce que j'ai bien fait X*" et "*Je vérifie que mon étape est bien réalisée*"). La première étape est la lecture, la deuxième le dessin, et la troisième le calcul. L'étape de dessin présente la spécificité d'inviter l'enfant à utiliser des outils dans une mini-interface pour réaliser son croquis : l'outil crayon lui permet de d'entourer à la main des quantités, et l'outil image de glisser-déposer des icones représentant des éléments du problème (Fig 1.e).

Un autre outil intéressant a été développé par Panaoura [9]. Ce programme se décompose en leçons animés par un cartoon, qui de manière similaire aux autres programmes, apprend à l'enfant une suite d'étapes. Comme pour l'outil de Jaspers et Van Lieshout, il est recherché que l'enfant construise un modèle de la situation. Sa première étape est assez originale car elle consiste à se poser des questions sur la situation problème, à la résumer, à mettre de côté des données inutiles ou au contraire à remarquer qu'il manque des données et à les demander au programme pour résoudre le problème.

4 Catégorisation des Outils Basés sur les Stratégies Mineures

Dans cette dernière partie nous abordons les programmes qui ne passent pas par l'emploi d'un environnement de résolution riche ou par la décomposition pas-à-pas de la résolution de problème.

4.1 Modéliser et Diagnostiquer

Merlin Math Mill [28] et AnimalWatch [29] sont deux outils dont l'interaction avec l'utilisateur est minimale (présence d'un seul champ de réponse et très peu d'interaction avec le tuteur). Les efforts des chercheurs dans ces projets se sont portés sur la modélisation de l'apprenant. Invoquant le concept de zone proximale de développement de Vygotsky [30], l'idée est de pouvoir poser le bon problème au bon moment grâce au diagnostic réalisé par ces programmes. Ces deux modèles proposent des manières originales de modéliser l'apprenant. Merlin Math Mill a mis en place un modèle hiérarchique de compétence nommé Hiska pour polyhierarchy of skills in arithmetic [31] qui tient compte, entre autres, de la difficulté relative des problèmes selon le schéma qui le caractérise. AnimalWatch a mis en place un modèle de l'apprenant conçu à partir de régressions linéaires cherchant à prédire le temps et la qualité des réponses pour permettre à un module nommé ADVISOR d'optimiser le choix des problèmes [32]. DIANE [33], ECBM [34] (Web-based Curriculum-Based Measurement) et Accelerated Math [35] sont des outils qui permettent non plus d'intervenir sur le niveau de l'apprenant, mais d'établir un diagnostic à l'attention du professeur. ECBM et Accelerated Math sont des outils qui permettent au professeur de suivre le niveau mathématique de sa classe. DIANE est un cas particulier car il analyse des réponses ouvertes à des PAEV et modélise le comportement qui les produit.

4.2 Autres Outils pour Aborder la Résolution de Problème

Les outils TIMA (Tools for Interactive Mathematical Activity) [36] et la plateforme constructiviste de Garcia et Pacheco [37] sont issus de ce courant. TIMA est un environnement purement constructiviste dans lequel les enfants manipulent des collections d'objets. Dans le deuxième outil, la manipulation d'objets répond à une question arithmétique donnée dans l'interface comme "ajouter 2 poissons". Dans la mesure où ces plateformes ne portent pas directement sur la résolution de problèmes arithmétiques, elles ne sont pas classées dans les stratégies principales.

MONSAKUN [38], l'outil de Chang et collaborateurs [39], ainsi qu'un module d'AnimalWatch [40] visent à assister la création de problème par des élèves. Cette activité est reconnue comme ayant des effets bénéfiques sur l'apprentissage et la motivation des élèves pour les PAEV [41]. En effet, lorsqu'un enfant pose un problème, il doit se construire un modèle mental et le traduire dans un texte de problème. Ces outils permettent d'assister la création d'un problème. Ils diffèrent dans la manière dont ils appuient et utilisent les problèmes construits par l'élève, mais les détailler serait hors de l'objet de cette synthèse.

5 Bilan et Perspectives

5.1. Connaissances en Psychologie Transférées dans les Outils de cette Synthèse

La théorie des schémas a profondément influencé la recherche, et comme nous l'avons vu, l'enseignement des mathématiques. Il convient de noter qu'un large corpus de publications montre que la représentation d'un problème ne se résume pas à sa structure sous-jacente ([42] pour une synthèse). Des éléments plus contextuels peuvent influencer fortement la résolution du problème. Le niveau de difficulté d'un problème peut être largement modulé en fonction de la manière dont la situation du problème est décrite, à structure constante. L'utilisation de ce type de connaissances pourrait améliorer des programmes comme Merlin Math Mill ou AnimalWatch qui cherchent à optimiser le choix des problèmes à proposer.

Notons que la quasi-totalité des outils dans cette revue limitent leurs exemples à des problèmes comportant des collections. Dès lors qu'il est aujourd'hui connu que la variable (ordinale ou cardinale) a un impact sur les représentations et sur la difficulté de certains problèmes [43], il serait intéressant de savoir si les problèmes avec des quantités ordinales sont représentés graphiquement, et sous quelle forme. Par construction, certains programmes comme celui de Jaspers [10] ou les deux outils constructivistes présentés dans cette synthèse ne sont pas adaptés à ces quantités, mais la question reste ouverte pour la plupart des outils restants. Nous pouvons aussi nous questionner si la représentation partie-tout dans SPA permet de représenter efficacement des problèmes qui ne sont pas des problèmes de collection d'objets.

5.2. Perspectives

De cette synthèse, nous pouvons extraire une compilation des étapes de construction proposées au travers des différents outils : lire et relire des phrases, sélectionner des mots et des quantités importantes, demander une quantité qui n'est pas indiquée dans le texte, ignorer une ou plusieurs quantités, dessiner le problème, sélectionner une représentation graphique, insérer des quantités dans cette même représentation, étiqueter des quantités, calculer, vérifier son calcul. Sur le plan des aides, il est possible d'inventorier la présentation d'un dessin, une vidéo ou cartoon animé pour aider à la compréhension du problème ainsi que la possibilité de cliquer sur des mots pour accéder à leur définition ou les écouter un par un. Les environnements des PAEV ne sont pas en dépendance forte avec une modélisation informatique de l'apprenant. Cette particularité du domaine favorise la continuité et la compatibilité des différentes activités étudiées dans cette synthèse. Nous considérons qu'il s'agit d'une opportunité pour construire un programme qui implémenterait de manière modulaire la plupart des fonctionnalités listées plus haut. Chacune de ces étapes pourrait être implémentée dans des fenêtres facultatives (sauf le champ final de réponse). La progression entre ces différentes fenêtres pourrait être forcé ou libre, avec ou sans feedbacks. Certaines fenêtres pourraient être désactivées par défaut mais être visibles lors d'une demande d'aide. Un tel programme permettrait d'évoluer en

fonction de l'apprenant sur toutes les classes de niveau élémentaire. Nous pouvons par exemple imaginer commencer avec un tutorat serré de l'apprenant pour se diriger au fil du temps vers des formes fortes d'autonomie, et des représentations des quantités plus abstraites et plus adaptées aux problèmes complexes, comme employées dans HERON. Cette idée de continuité dans l'autonomie a son équivalent dans la continuité des représentations externes. Il existe en effet une forme de continuité entre le dessin, les collections et les schémas de différents niveaux d'abstraction. Cela permettrait de déterminer l'efficacité relative des différentes représentations selon le niveau de l'apprenant. Nous avons pu observer que la modélisation des connaissances de l'apprenant est généralement assez indépendante des activités proposées dans l'environnement. Dans une telle perspective, la modélisation pourrait être donc développée plus tard, car elle ne représente pas un préalable indispensable à la création de cet environnement.

Les méta-analyses portant sur l'efficacité des technologies éducatives dans les mathématiques en classe élémentaires indiquent l'existence d'un effet globalement positif comparé à un apprentissage traditionnel en rapportant des tailles d'effet moyens pouvant aller de 0.10 à 0.54 [44]. Sous cette hypothèse, il serait pertinent de favoriser la comparaison de différentes versions d'un programme riche. En effet, comparer un programme informatique à un enseignement classique est important du point de vue du décideur, mais l'apport de ses études reste limité, car il est difficile de déterminer ce qui du programme informatique a permis une meilleure ou une moins bonne progression que dans un groupe contrôle, sans oublier les possibles effets de nouveauté ou l'effet Hawthorne [45] qui peut biaiser l'expérimentation. Les études s'appuyant sur un programme contrôle, conçu comme une variation d'un programme cible, constituent un cadre expérimental favorisant le développement des connaissances sur le sujet mais sont encore peu répandues dans le domaine des PAEV. Un méta-programme tel que nous le décrivons dans cette conclusion permettrait de généraliser ce type d'études.

Bibliographie

1. Fuchs, L.S., Fuchs, D., Compton, D.L., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Capizzi, A.M., Schatschneider, C., Fletcher, J.M.: The Cognitive Correlates of Third-Grade Skill in Arithmetic, Algorithmic Computation, and Arithmetic Word Problems. Journal of Educational Psychology. 98, 29–43 (2006).
2. Fuchs, L.S., Compton, D.L., Fuchs, D., Powell, S.R., Schumacher, R.F., Hamlett, C.L., Vernier, E., Namkung, J.M., Vukovic, R.K.: Contributions of domain-general cognitive resources and different forms of arithmetic development to pre-algebraic knowledge. Developmental Psychology. 48, 1315–1326 (2012).
3. Reed, S.K.: Word problems research and curriculum reform. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, N.J. (1999).
4. Nathan, M.J., Kintsch, W., Young, E.: A theory of algebra word problem comprehension and its implications for unintelligent tutoring systems. Citeseer (1990).
5. Reusser, K.: Tutoring systems and pedagogical theory: Representational tools for understanding, planning, and reflection in problem solving. Computers as cognitive tools. 1, 143–177 (1993).

6. Polya, G.: How to solve it; a new aspect of mathematical method. Princeton University Press, Princeton, NJ, US (1945).
7. Verschaffel, L.: Making sense of word problems. Swets & Zeitlinger Publishers, Lisse [Netherlands]; Exton, PA (2000).
8. De Corte, E., Verschaffel, L., Greer, B.: Connecting mathematics problem solving to the real world. Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living. pp. 66–73 (2000).
9. Panaoura, A.: Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach. Computers in Human Behavior. 28, 2291–2297 (2012).
10. Jaspers, M.W.M., Van Lieshout, E.: A CAI program for instructing text analysis and modelling of word problems to educable mentally retarded children. Instructional Science. 22, 115–136 (1994).
11. Hershkovitz, S., Nesher, P.: Tools to think with: Detecting different strategies in solving arithmetic word problems. International Journal of Computers for Mathematical Learning. 3, 255–273 (1998).
12. Marshall, S.P.: Schemas in problem solving. Cambridge University Press, Cambridge (1995).
13. Seo, Y.-J., Woo, H.: The identification, implementation, and evaluation of critical user interface design features of computer-assisted instruction programs in mathematics for students with learning disabilities. Computers & Education. 55, 363–377 (2010).
14. Chang, K.-E., Sung, Y.-T., Lin, S.-F.: Computer-assisted learning for mathematical problem solving. Computers & Education. 46, 140–151 (2006).
15. Ruokamo, H., Pohjolainen, S.: Pedagogical principles for evaluation of hypermedia-based learning environments in mathematics. Journal of Universal Computer Science. 4, 292–307 (1998).
16. Adesina, A., Stone, R., Batmaz, F., Jones, I.: Touch Arithmetic: A process-based Computer-Aided Assessment approach for capture of problem solving steps in the context of elementary mathematics. Computers & Education. 78, 333–343 (2014).
17. Sheriff, K.A., Boon, R.T.: Effects of computer-based graphic organizers to solve one-step word problems for middle school students with mild intellectual disability: A preliminary study. Research in Developmental Disabilities. 35, 1828–1837 (2014).
18. Kintsch, W., Van Dijk, T.A.: Toward a model of text comprehension and production. Psychological review. 85, 363 (1978).
19. Kintsch, W., Greeno, J.G.: Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review. 92, 109–129 (1985).
20. Fuchs, L.S., Fuchs, D., Prentice, K., Hamlett, C.L., Finelli, R., Courey, S.J.: Enhancing Mathematical Problem Solving Among Third-Grade Students With Schema-Based Instruction. Journal of Educational Psychology. 96, 635–647 (2004).
21. Willis, G.B., Fuson, K.C.: Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. Journal of Educational Psychology. 80, 192 (1988).
22. Derry, S.J., Hawkes, L.W., Tsai, C.: A theory for remediating problem-solving skills of older children and adults. Educational Psychologist. 22, 55–87 (1987).
23. Lajoie, S.P., Derry, S.J.: Computers as cognitive tools. Routledge (2013).
24. Leh, J.M., Jitendra, A.K.: Effects of Computer-Mediated Versus Teacher-Mediated Instruction on the Mathematical Word Problem-Solving Performance of Third-Grade Students With Mathematical Difficulties. Learning Disability Quarterly. 36, 68–79 (2013).
25. Nogry, S., Guin, N., Jean-Daubias, S.: Ambre-add: An its to teach solving arithmetic word problems. TECHNOLOGY INSTRUCTION COGNITION AND LEARNING. 6, 53 (2008).
26. Aamodt, A., Plaza, E.: Case-based reasoning: Foundational issues, methodological variations, and system approaches. AI communications. 7, 39–59 (1994).

27. Huang, T.-H., Liu, Y.-C., Chang, H.-C.: Learning Achievement in Solving Word-Based Mathematical Questions through a Computer-Assisted Learning System. Educational Technology & Society. 15, 248–259 (2012).
28. Schoppek, W., Tulis, M.: Enhancing Arithmetic and Word-Problem Solving Skills Efficiently by Individualized Computer-Assisted Practice. The Journal of Educational Research. 103, 239–252 (2010).
29. Cohen, P.R., Beal, C.R., Adams, N.M.: The Design, Deployment and Evaluation of the AnimalWatch Intelligent Tutoring System. Presented at the (2008).
30. Vygotsky, L.: Interaction between learning and development. Readings on the development of children. 34–41 (1978).
31. Schoppek, W., Landgraf, A.: Can a multidimensional hierarchy of skills generate data conforming to the Rasch model? A comparison of methods. Psychological Test and Assessment Modeling. 53, 3–34 (2011).
32. Beck, J., Woolf, B.P., Beal, C.R.: ADVISOR: A machine learning architecture for intelligent tutor construction. AAAI/IAAI. 2000, 552–557 (2000).
33. Hakem, K., Sander, E., Labat, J.M., Richard, J.F.: DIANE, a diagnosis system for arithmetical problem solving. Artificial intelligence in education: supporting learning through intelligent and socially informed technology. 125, 258 (2005).
34. Tsuei, M.-P.: A web-based curriculum-based measurement system for class-wide ongoing assessment: ECBM system for ongoing assessment. Journal of Computer Assisted Learning. 24, 47–60 (2007).
35. Atkins, J.: The Association between the Use of Accelerated Math and Students' Math Achievement. (2005).
36. Steffe, L.P., Olive, J.: Design and use of computer tools for interactive mathematical activity (TIMA). Journal of Educational Computing Research. 27, 55–76 (2002).
37. Garcia, I., Pacheco, C.: A constructivist computational platform to support mathematics education in elementary school. Computers & Education. 66, 25–39 (2013).
38. Hirashima, T., Yokoyama, T., Okamoto, M., Takeuchi, A.: Learning by problem-posing as sentence-integration and experimental use. AIED. pp. 254–261 (2007).
39. Chang, K.-E., Wu, L.-J., Weng, S.-E., Sung, Y.-T.: Embedding game-based problem-solving phase into problem-posing system for mathematics learning. Computers & Education. 58, 775–786 (2012).
40. Birch, M., Beal, C.R.: Problem Posing in AnimalWatch: An Interactive System for Student-Authored Content. FLAIRS Conference. pp. 397–402 (2008).
41. Akay, H., Boz, N.: The Effect of Problem Posing Oriented Analyses-II Course on the Attitudes toward Mathematics and Mathematics Self-Efficacy of Elementary Prospective Mathematics Teachers. Australian Journal of Teacher Education. 35, 59–75 (2010).
42. Vicente, S., Orrantia, J., Verschaffel, L.: Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. British Journal of Educational Psychology. 77, 829–848 (2007).
43. Gamo, S., Nogry, S., Sander, E.: RÉDUIRE LES EFFETS DE CONTENUS EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES POUR FAVORISER LA CONSTRUCTION D'UNE REPRÉSENTATION ALTERNATIVE. Cahiers des Sciences de l'Éducation–Université de Liège (aSPe). 36, 35 (2014).
44. Cheung, A.C.K., Slavin, R.E.: The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. Educational Research Review. 9, 88–113 (2013).
45. Adair, J.G.: The Hawthorne effect: A reconsideration of the methodological artifact. Journal of applied psychology. 69, 334 (1984).