HAL open science

Etude de l'interaction modale rotor/stator dans un moteur d'avion

Mathias Legrand, Bernard Peseux, Christophe Pierre

To cite this version:

Mathias Legrand, Bernard Peseux, Christophe Pierre. Etude de l'interaction modale rotor/stator dans un moteur d'avion. 14e Colloque Vibration, Chocs et Bruit, Ecole Centrale de Lyon, Jun 2004, Lyon, France. hal-01354032

HAL Id: hal-01354032

https://hal.science/hal-01354032v1

Submitted on 17 Aug 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Étude de l'interaction modale rotor-stator dans un moteur d'avion

Investigation of rotor-stator modal interaction in an aircraft engine

[1]***Mathias Legrand***
Doctorant
GeM, Équipe Calcul et Structure
École Centrale de Nantes
1 rue de la Noë
44321 Nantes, FRANCE
mathias.legrand@ec-nantes.fr
tél : 02.40.37.25.79
fax : 02.40.37.25.73

Bernard Peseux
Professeur
GeM, Équipe Calcul et Structure
École Centrale de Nantes
1 rue de la Noë
44321 Nantes, FRANCE
bernard.peseux@ec-nantes.fr
tél : 02.40.37.25.03
fax : 02.40.37.25.73

Christophe Pierre
Professeur
Department of Mechanical Engineering
University of Michigan
3112 G.G. Brown Building
Ann Arbor, MI 48109-2125, USA
pierre@umich.edu
tél : 1.734.764.8221
fax : 1.734.763.2447

[1]*auteur à qui doit être envoyée la correspondance*

Résumé :

Dans le domaine des turbo-machines comme les moteurs d'avion par exemple, les contacts structurels entre le carter et la roue aubagée peuvent avoir plusieurs origines : coïncidence vibratoire entre des modes, déformation thermique du carter, apparition d'un balourd au niveau du rotor, etc. Ces interactions non linéaires peuvent fortement endommager les structures et il est important de comprendre l'origine de ces mécanismes. Dans ce travail, nous nous concentrons sur le phénomène d'interaction modale. Un premier modèle planaire du carter et de la roue aubagée est développé pour prédire les vitesses de rotation du moteur pour lesquelles le phénomène d'interaction peut exister. Chaque structure est discrétisée sur ses deux modes à n_d diamètres nodaux, caractéristiques des structures à symétrie cyclique et qui, combinés, permettent de construire des ondes de propagation qui interagissent par l'intermédiaire du contact. Les équations sont résolues grâce à un schéma d'intégration explicite couplé à la méthode des multiplicateurs de Lagrange, puis par la méthode de l'équilibrage harmonique. Les deux méthodes sont en accord et montrent qu'il y a deux zones distinctes de fonctionnement. Finalement, un deuxième modèle planaire est présenté pour comprendre plus en détail le phénomène d'interaction.

Mots-clefs :

interaction modale, coincidence vibratoire, algorithme d'intégration explicite, méthode de l'équilibrage harmonique

Abstract :

In modern turbo machines such as aircraft jet engines, contact between the casing and bladed disk may occur through a variety of mechanisms : coincidence of vibration modes, thermal deformation of the casing, rotor imbalance, etc. These nonlinear interactions may result in severe damage to both structures and it is important to understand the physical mechanisms that cause them and the circumstances under which they occur. In this study, we focus on the phenomenon of interaction caused by modal coincidence. A simple two-dimensional model of the casing and bladed disk structures is introduced in order to predict the occurrence of the interaction phenomenon in terms of the rotation speed of the rotor. Each structure is represented in terms of its two n_d-nodal diameter vibration modes, which are characteristic of axi-symmetric structures and allow for travelling wave motions that may interact through direct contact. The equations of motion are solved first using an explicit time integration scheme in conjunction with the Lagrange multiplier method, and then by the Harmonic Balance Method. Both methods generally agree well and exhibit two distinct zones of completely different behaviors of the system. Finally, a second planar model is introduced in order to achieve a deeper understanding of the interaction phenomenon.

Key-words :

modal interaction, wave speed coincidence, explicit time marching procedure, harmonic balance method

1 Introduction

L'augmentation du rendement d'une turbo-machine tout en maintenant une sécurité optimale représente l'un des objectifs majeurs des travaux de recherche dans le domaine des moteurs d'avion. Ce rendement, défini comme le rapport entre l'énergie en entrée et l'énergie en sortie, dépend fortement du jeu entre l'extrémité des aubes et le carter. Plus ce jeu est important, moins le rendement est bon. Malheureusement, la réduction de ce jeu est critique parce qu'elle augmente les possibilités de contact entre les deux structures. Ce contact a plusieurs origines : apparition d'un balourd au niveau du rotor après une ingestion d'oiseau par exemple, déformation thermique du stator, brusque excitation du stator sous certaines conditions de fonctionnement. A la suite de ce type de contact, un phénomène dynamique particulier peut apparaître : une excitation forcée des modes des deux structures donnant naissance à une coïncidence vibratoire parfois instable. Ce phénomène est particulièrement défavorable à l'intégrité des composants et peut compromettre ainsi la sécurité des passagers. Il est donc vital de le comprendre et de le prédire correctement. A notre connaissance, seuls une thèse de Schmiechen [1] et un travail de Legrand *et al.* [2] traitent ce sujet en tenant compte de structures déformables. Le but de ce papier est de compléter les connaissances actuelles dans ce domaine. A cette fin, un outil numérique simple, utilisant une représentation modale des deux structures élastiques (rotor et stator), a été développé. Chacune des structures à symétrie de révolution est représentée par ses deux modes à n_d diamètres nodaux qui permettent de construire des ondes de déformation avance et rétrograde. La transformation de l'énergie cinétique du rotor en énergie vibratoire du carter et de la roue aubagée par le contact direct entraîne l'interaction de ces ondes, interaction parfois instable.
Le papier est organisé comme suit. Dans la première partie, le phénomène d'interaction modale est expliqué en termes mathématiques simples. Ensuite, la modélisation des structures est présentée. Les équations de la mécanique sont résolues par un schéma d'intégration explicite dans une troisième partie et par la méthode de l'équilibrage harmonique dans une quatrième partie. Cette méthode a montré un comportement très prometteur pour la résolution de problèmes fortement non linéaires. Finalement, un second modèle est construit et les nouveaux résultats sont expliqués.

2 Définition mathématique de l'interaction modale

La symétrie axiale d'un carter et la symétrie cyclique d'une roue aubagée, qui se traduisent mathématiquement par la structure circulante des matrices masse et raideur, donnent naissance à des modes propres doubles de même fréquence comme expliqué par Bladh [3] (quelques modes font figure d'exception et ne nous intéressent pas dans cette étude). Les formes de ces deux modes propres se déduisent l'une de l'autre par une rotation d'angle $\pm\pi/(2n_d)$ autour de l'axe de révolution. Il est alors possible de les combiner pour construire une onde de propagation avance et une onde de propagation rétrograde. En faisant l'hypothèse que θ représente une position angulaire d'un point et α, un déplacement de ce même point, ces deux ondes de déformation peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \alpha_a(t,\theta) &= \alpha_0 \cos(\omega t - n_d(\theta - \theta_0)) \\ \alpha_r(t,\theta) &= \alpha_0 \cos(\omega t + n_d(\theta - \theta_0)) \end{aligned} \tag{1}$$

où ω est la pulsation et un θ_0, un paramètre indéterminé de position angulaire. Pour le carter, qui est immobile dans un référentiel fixe, la vitesse de propagation de ces deux ondes est $\pm\omega/n_d$, suivant la direction considérée. Pour une structure tournante, comme la roue aubagée d'un moteur d'avion, la vitesse de rotation, positive dans le sens direct, doit être ajoutée. La vitesse de propagation dans un repère fixe devient alors $\Omega + \omega/n_d$ pour l'onde tournante avance et $\Omega - \omega/n_d$ pour l'onde tournante rétrograde. Si les deux structures vibrent à leur fréquence naturelle, notée ω_c pour le carter et ω_a pour la roue aubagée, quatre cas de coïncidence vibratoire peuvent être énoncés pour Ω :

$$\pm\omega_c = n_d\Omega \pm \omega_a \tag{2}$$

Sous ces conditions, les ondes de propagation relatives au rotor et au stator ont la même vitesse dans un repère fixe, les deux structures s'embrassent parfaitement tout en vibrant à leur fréquence propre. De simples considérations physiques sur la direction des forces de contact entre les deux structures (dans le sens direct sur le carter et indirect sur la roue aubagée si le rotor tourne dans le sens direct) permettent d'éliminer trois cas et la solution en Ω d'une seule de ces équations peut être considérée comme dangereuse en terme d'instabilité :

$$\omega_c = n_d\Omega - \omega_a \tag{3}$$

A cette vitesse, le contact entretient les vibrations des deux structures qui entrent alors en résonance, régime pendant lequel les amplitudes peuvent devenir très importantes.

3 Modélisation des structures

3.1 Roue aubagée

Pour cette première étude, la modélisation de la roue aubagée a été simplifiée au maximum. Comme illustré sur la figure 1, un nombre donné N de corps rigides connectés entre eux par une raideur k_{ia} et au disque par une raideur k_a constitue le rotor. Le raidissement centrifuge n'est pas pris en compte.

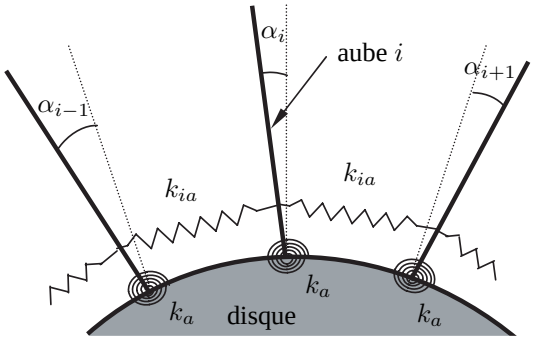


FIG. 1 – Schéma de la roue aubagée

L'équation associée à l'aube i s'écrit :

$$m_a\ddot{\alpha}_i + (k_a + 2k_{ia})\alpha_i - k_{ia}(\alpha_{i+1} + \alpha_{i-1}) = 0 \tag{4}$$

où α_i représente l'angle de vibration de l'aube i et m_a, le moment d'inertie noté d'un corps rigide par rapport à l'une de ses extrémités. En généralisant cette équation à la structure entière, il vient :

$$\mathbf{M_{ra}}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{K_{ra}}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \tag{5}$$

La matrice masse s'écrit $\mathbf{M_{ra}} = \mathbf{diag}_N(m_a)$. En notant $k_1 = k_a + 2k_{ia}$ et $k_2 = -k_{ia}$, la matrice raideur circulante se met sous la forme $\mathbf{K_{ra}} = \mathbf{circ}_N(k_1, k_2, 0, \ldots, 0, k_2)$. Les deux modes propres $\mathbf{p_c}$ et $\mathbf{p_s}$ à n_d diamètres nodaux du rotor sont calculés à partir de ce modèle et leurs contributions sont notées α_c et α_s. Ces modes sont représentés sur la figure 2 dans le cas $n_d = 3$. Le champ de déplacement de l'ensemble est alors donné par :

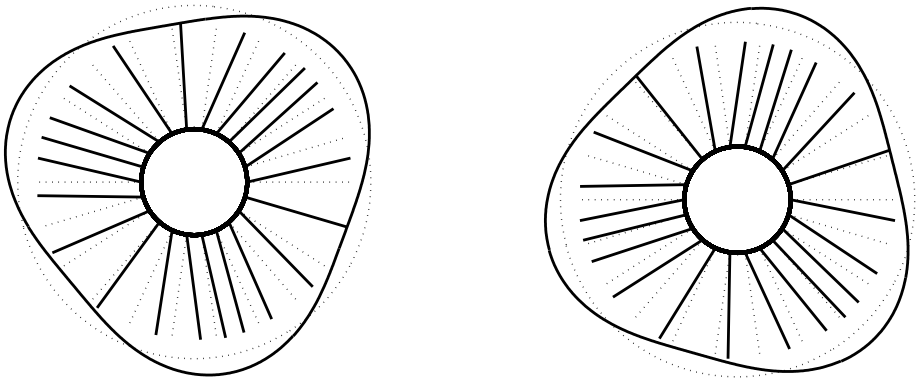
$$\left\{ \begin{array}{c} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{p_c} & \mathbf{p_s} \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \alpha_c \\ \alpha_s \end{array} \right\} \tag{6}$$

3.2 Carter

Le carter est directement discrétisé en coordonnées modales en ne conservant que les modes à n_d diamètres nodaux, dont les contributions sont notées u_c et u_s (voir figure 2). Tout point repéré par le paramètre θ du carter subit donc le champ de déplacement suivant :

$$u(\theta) = u_c \cos(n_d(\theta - \theta_0)) + u_s \sin(n_d(\theta - \theta_0)) \tag{7}$$

Lors des calculs, de l'amortissement structurel peut être ajouté dans les équations.



(a) modes en cosinus u_c et α_c (b) modes en sinus u_s et α_s

FIG. 2 – Les deux modes à trois diamètres du carter et de la roue aubagée

4 Équations du contact et intégration temporelle

4.1 Théorie et mise en équations

Les forces en jeu qui nous intéressent plus particulièrement dans cette étude sont les forces de contact entre l'extrémité des aubes et le carter. Le frottement n'est ici pas considéré. Le système est donc conservatif et l'utilisation du principe d'Hamilton permet une écriture simple des équations, selon Meirovitch [4]. La condition de non-pénétration est imposée par un multiplicateur de Lagrange. Dans l'espace de configuration choisi, cette méthode n'a pas vraiment de sens physique et peut être appréhendée comme une correction purement mathématique des déplacements interdisant toute pénétration entre les deux structures. Le principe d'Hamilton prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} &\int_{t_1}^{t_2} \delta E_c(\dot{\mathbf{u}}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}) - \delta E_p(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) + \delta E_\lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\lambda}) dt = 0 \\ &\forall(\delta\boldsymbol{\alpha}, \delta\mathbf{u}, \delta\boldsymbol{\lambda}) \text{ tels que } \delta\boldsymbol{\alpha}(t_1) = \delta\boldsymbol{\alpha}(t_2) = \delta\mathbf{u}(t_1) = \delta\mathbf{u}(t_2) = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Les différentes énergies s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M_c} \dot{\mathbf{u}} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{M_{ra}} \dot{\boldsymbol{\alpha}} \\ E_p &= \frac{1}{2}\mathbf{u}^T \mathbf{K_c} \mathbf{u} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{K_{ra}} \boldsymbol{\alpha} \\ E_\lambda &= \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{d}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \tag{9}$$

où $\mathbf{u}$ et $\boldsymbol{\alpha}$ sont respectivement les vecteurs déplacement du carter et de la roue aubagée. $\boldsymbol{\lambda}$ et $\mathbf{d}$ contiennent respectivement les multiplicateurs de Lagrange et les fonctions « distances » entre l'extrémité des aubes et le carter. Cette formulation est discrétisée en temps par un schéma explicite, les différences finies centrées. En notant $\mathbf{x}$ le vecteur déplacement des deux structures réunies ($\mathbf{x}^T = [\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{u}^T]$), les vecteurs vitesse et accélération deviennent :

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_n = \dfrac{\mathbf{x}_{n+1} - 2\,\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1}}{h^2} \\ \dot{\mathbf{x}}_n = \dfrac{\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n-1}}{h} \simeq \dfrac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n-1}}{2h} \end{cases} \tag{10}$$

Ce schéma est conditionnellement stable et le pas de temps h doit satisfaire le critère de Courant dans des cas linéaires. Ici, le pas de temps est diminué jusqu'à ce que la convergence soit obtenue.

4.2 Algorithme de résolution

Carpenter *et al.* [5] ont expliqué qu'un algorithme explicite associé à la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour résoudre des problèmes dynamiques et de contact est généralement découpé en trois étapes :

1. prédiction des déplacements sans considérer les éventuels contacts ;
2. détermination des distances de pénétration entre les structures ;
3. correction des déplacements grâce au calcul des multiplicateurs de Lagrange.

Pour simplifier la résolution du problème, les fonctions distances sont linéarisées par rapport au temps entre la phase de prédiction et de correction. L'algorithme devient alors :

prédiction : les déplacements modaux u_c^*, u_s^*, α_c^* et α_s^* des deux structures sont calculés.

calcul des pénétrations : l'angle de chaque aube est déduit de la phase de prédiction par projection dans l'espace physique en utilisant l'équation (6). La distance entre l'aube i et le carter s'écrit :

$$\mathrm{g}_i = R_c - l_a + u_c^* \cos(\beta_i^*) + u_s^* \sin(\beta_i^*) \tag{11}$$

où $\beta_i^* = n_d(\Omega t + \Phi_i + \alpha_i^*)$. l_a est la longueur d'une aube, R_c, le rayon du carter et Φ_i, l'angle initial de l'aube i dans un repère fixe.

correction : les multiplicateurs de Lagrange sont calculés de façon à annuler les pénétrations détectées. Cette correction consiste en la résolution d'un système linéaire de taille $(2N_c+2)\cdot(2N_c+2)$ où N_c représente le nombre d'aubes en contact pour un pas de temps donné. Le vecteur vitesse $\dot{\mathbf{x}}_n$ est approximé comme décrit dans l'équation (10) pour faciliter la résolution de ce système. Dans le cas contraire, la robustesse de l'algorithme ne serait pas assurée à cause d'un mauvais conditionnement de la matrice à inverser. Cette étape de correction est effectuée dans l'espace physique et projetée dans l'espace modal.

Le temps est ensuite incrémenté pour une nouvelle prédiction.

4.3 Résultats

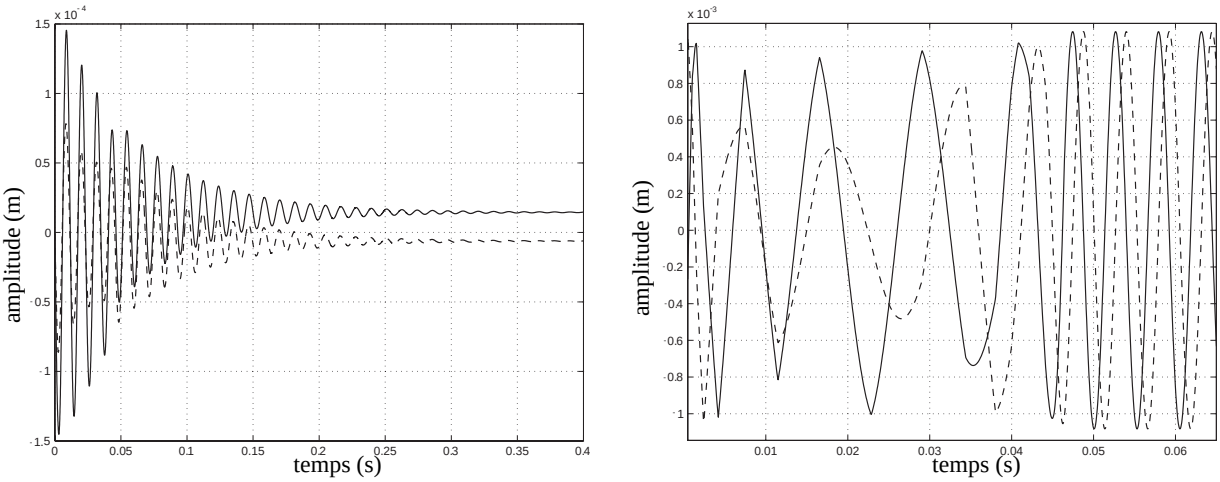
Dans cette section sont présentés quelques résultats numériques illustrant le comportement du système précédent. Pendant les 50 premières μs de la simulation, une force extérieure impulsionnelle exercée sur le mode en cosinus du carter initie le contact entre les deux parties. Dans un but de simplification, le rotor est constitué de huit aubes et les deux structures sont discrétisées sur leur modes propres à trois diamètres. Le pas de temps, fixé à $10^{-6}s$, est optimal en termes de temps de calcul et permet de vérifier parfaitement les contraintes de contact.

4.3.1 Réponses dynamiques des structures

Après une étude approfondie du rôle de certains paramètres (vitesse de rotation, amplitude de l'impulsion initiale, amortissement structurel...), il est possible de montrer que le système peut se comporter de deux manières complètement différentes. La première est caractérisée par une diminution des amplitudes de vibration, à cause de l'amortissement structurel, après les quelques impacts du début. La deuxième est caractérisée par un échange permanent d'énergie entre le stator et le rotor à cause de contacts. Ce cas, illustré figures 3 et 4, montre qu'après le régime transitoire, quelques aubes viennent en contact permanent avec le carter et poussent une onde de déformation avance sur le carter. La vitesse de propagation de l'onde est égale à la vitesse de rotation de la roue aubagée, qui atteint un état déformé statique. Ce régime est nommé « mouvement bloqué » et est étudié en détail dans ce qui suit.

4.3.2 Condition d'interaction

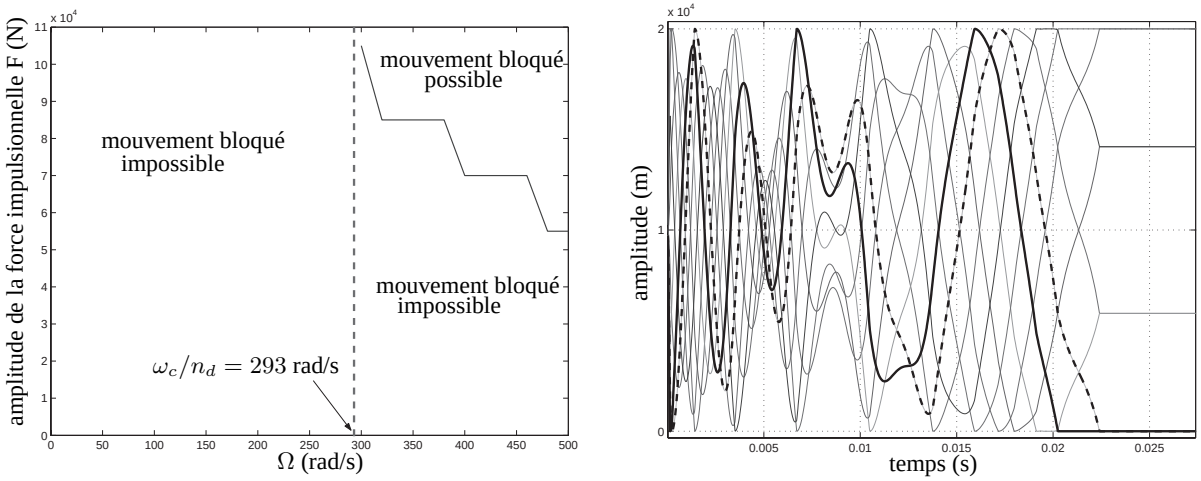
Une étude a été menée pour comprendre le rôle de certains paramètres dans l'apparition du phénomène de régime bloqué. Il est difficile de les dissocier parce qu'ils sont pour la plupart interdépendants. Concernant la vitesse de rotation et l'amplitude de l'impulsion initiale, la figure 4 montre une zone dans l'espace de ces deux paramètres où l'apparition du phénomène est possible. Il est très important de noter que ce phénomène



(a) modes α_c (- -) et α_s (—) de la roue aubagée

(b) modes u_c (- -) et u_s (—) du carter

FIG. 3 – Vibrations des structures pendant le régime bloqué



(a) zone d'interaction possible dans le plan (Ω,F)

(b) distances entre les aubes et le carter. Deux aubes dénotées par (- -) et (—) sont en contact permanent avec le carter

FIG. 4 – Résultats pour une roue aubagée constituée de 8 aubes et $n_d = 3$

ne peut exister que si la condition $\Omega \geq \omega_c/n_d$ est remplie. Dans cette zone, l'amplitude de l'impulsion initiale doit dépasser un seuil, qui dépend de la valeur de l'amortissement structurel, pour que le phénomène apparaisse. Malgré toutes ces considérations, l'intégration temporelle ne donne qu'une tendance du comportement des structures en fonction de certains paramètres mais ne permet pas de conclure clairement. Le même problème (avec quelques hypothèses simplificatrices) est donc résolu dans le domaine fréquentiel : la méthode est expliquée ci-après.

5 Étude du régime bloqué dans le domaine fréquentiel

Pour des conditions initiales spécifiques, l'intégration temporelle conduit à un régime permanent présentant une interaction entre la roue aubagée et le carter. C'est exactement ce comportement harmonique qui motive la résolution des équations dans le domaine fréquentiel : la méthode de l'équilibrage harmonique remplit parfaitement ce rôle pour des systèmes très fortement non linéaires (Pierre [6] et Poudou [7]). On l'utilise dans ce cas d'étude pour démontrer de manière quasi-analytique que le mouvement bloqué ne peut exister que pour

certaines vitesses de rotation.

5.1 Hypothèses simplificatrices et équations du mouvement

Le modèle précédent est conservé. Pour faciliter l'écriture et la compréhension des équations, les deux aubes en contact sont notées i_1 et i_2. Les équations du carter sont inchangées puisque pendant le régime étudié, il continue à vibrer :

$$\left\{\begin{array}{lcl} m_c\ddot{u}_c + k_c u_c + \displaystyle\sum_{j=1}^{2} \lambda_j \cos\beta_{i_j} & = & 0 \\ m_c\ddot{u}_s + k_c u_s + \displaystyle\sum_{j=1}^{2} \lambda_j \sin\beta_{i_j} & = & 0 \end{array}\right. \tag{12}$$

Pour la roue aubagée, seuls les termes statiques sont conservés dans les équations. Les équations associées au mouvement des deux aubes en contact permanent avec le carter se mettent sous la forme :

$$(k_a + 2k_{ia})\alpha_{i_j} - k_{ia}(\alpha_{i_j-1} + \alpha_{i_j+1}) + \lambda_j n_d(-u_c \sin\beta_{i_j} + u_s \cos\beta_{i_j}) = 0 \;\; \forall j = 1, 2 \tag{13}$$

et pour les aubes restantes :

$$\left\{\begin{array}{lcl} (k_a + 2k_{ia})\alpha_1 - k_{ia}(\alpha_N + \alpha_2) & = & 0 \\ (k_a + 2k_{ia})\alpha_i - k_{ia}(\alpha_{i-1} + \alpha_{i+1}) & = & 0 \quad \forall\, i \,\in\, [2, N-1] - \{i_1, i_2\} \\ (k_a + 2k_{ia})\alpha_N - k_{ia}(\alpha_{N-1} + \alpha_1) & = & 0 \end{array}\right. \tag{14}$$

A cela, il faut ajouter les contraintes de contact permanent entre les aubes i_1 et i_2 et le carter pour que le problème soit bien posé :

$$R_c - l_a + u_c \cos\beta_{i_j} + u_s \sin\beta_{i_j} = 0 \quad \forall j = 1, 2 \tag{15}$$

Enfin, pour diminuer la taille du problème, les déplacements de la roue aubagée sont projetés dans l'espace modal. On obtient alors un système de six équations différentielles non linéaires à six inconnues u_c, u_s, λ_1, λ_2, α_c, α_s.

5.2 Méthode de résolution

La méthode de l'équilibrage harmonique est utilisée ici pour plusieurs raisons :

- cette approche est classique dans l'étude oscillatoire de systèmes non linéaires ;
- elle transforme un système d'équations différentielles non linéaires en un système d'équations algébriques non linéaires qui peut être rśolu beaucoup plus rapidement ;
- dans cette méthode, les déplacements sont développés en série de Fourier et les résultats de la partie 4 ont montré des réponses purement harmoniques et statiques ;
- elle est insensible aux conditions initiales, ce qui représente un avantage certain dans notre cas puisque l'amplitude de la force impulsionnelle n'est plus alors un paramètre à prendre en compte.

En accord avec les résultats de l'intégration temporelle, une seule harmonique est conservée pour le carter :

$$\left\{\begin{array}{l} u_c = u_c^c \cos(n_d\Omega t) + u_c^s \sin(n_d\Omega t) \\ u_s = u_s^c \cos(n_d\Omega t) + u_s^s \sin(n_d\Omega t) \end{array}\right. \tag{16}$$

Les deux efforts de contact ainsi que les contributions modales de la roue aubagée sont supposés constants. Une projection des équations (12), (13), (14) et (15) sur la base $[1, cos(n_d\Omega t), sin(n_d\Omega t)]$, suivie d'une intégration sur le domaine $t = [1, 2\pi/(n_d\Omega)]$ (méthode de Galerkin), permet d'écrire le système d'équations algébriques non linéaires dont la solution est recherchée grâce à un solveur de type Quasi-Newton (utilisation de Matlab dans notre étude).

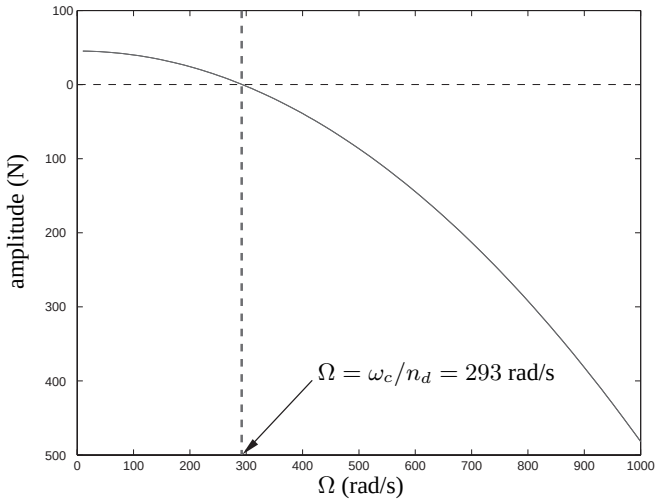


FIG. 5 – Multiplicateurs de Lagrange associés aux deux aubes en contact permanent avec le carter

5.3 Résultats

Les équations précédentes ont été résolues en faisant varier le paramètre Ω, vitesse de rotation de la roue aubagée. Il est intéressant de noter que toutes les inconnues du problèmes dépendent de ce paramètre sauf les amplitudes de vibration du carter qui sont bornées par le jeu initial entre le carter et les aubes. Comme entrevu grâce à l'intégration temporelle, il est maintenant acquis que la vitesse de rotation $\Omega = \omega_c/n_d$ est la limite entre les deux zones de fonctionnement. Le signe des multiplicateurs de Lagrange change exactement pour cette valeur et la solution de la figure 5 est physiquement impossible pour $\Omega < \omega_c/n_d$. Quelques calculs simples montrent en effet que dans cette zone, une onde de déformation sur le carter pousserait les aubes. Ceci signifie que toutes les hypothèses simplificatrices de départ dans le domaine fréquentiel ne sont valables que si la condition $\Omega \geq \omega_c/n_d$ est remplie. Dit autrement, le mouvement bloqué ne peut exister que pour $\Omega \geq \omega_c/n_d$.

6 Conclusion intermédiaire

Un outil numérique a été développé pour mieux comprendre le phénomène d'interaction modale qui peut subvenir dans un moteur d'avion. Le modèle mécanique associé est extrêmement simple : la roue aubagée est formée d'une connection de solides rigides qui représentent les aubes et le carter est directement discrétisé sur les deux modes propres conservés. Les deux méthodes utilisées pour résoudre le problème permettent de conclure de la même manière : le phénomène d'interaction prédit par ce modèle ne peut exister que si la condition suivante est remplie :

$$\Omega \geq \omega_c/n_d \tag{17}$$

Cependant, ce résultat n'est pas en accord avec la théorie présentée dans la partie 2 sur deux points :

- les caractéristiques mécaniques de la roue aubagée ne jouent aucun rôle dans la condition trouvée par les simulations numériques, ce qui n'est pas le cas dans le cadre théorique ;
- les simulations numériques trouvent un *domaine* de vitesse de rotation Ω pour lesquelles il y a interaction et non *le seul point* de l'équation (3).

Il n'est pas faux non plus de penser que la théorie proposée est simple par rapport aux phénomènes mis en jeu. Elle ressort plus du domaine de l'intuition mais il est aussi possible de critiquer le modèle mécanique développé. Trois points sont cruciaux à notre avis :

1. le frottement n'a pas été pris en compte alors que c'est l'unique façon d'exciter une onde rétrograde au niveau de la roue aubagée ;

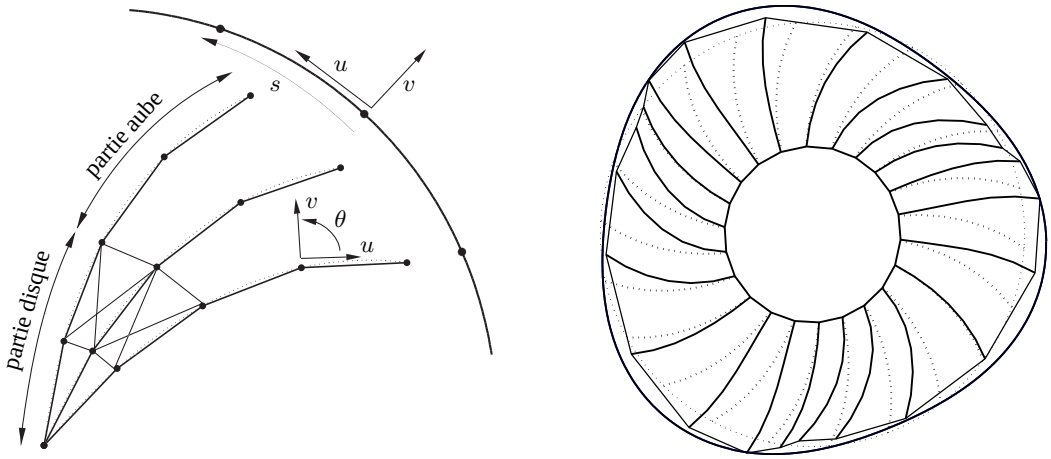
2. le modèle retenu pour les aubes et *a fortiori* pour la roue aubagée est beaucoup trop simple et ne permet pas d'introduire de frottement puisqu'il n'y a ni déplacement normal ni déplacement tangentiel en bout d'aube mais un déplacement angulaire ;
3. sachant que la direction de déformation maximale est radiale sur le carter et tangentielle sur le roue aubagée, il est nécessaire que le modèle couple ces deux déplacements.

Un nouveau modèle a donc été développé pour pallier tous ces défauts et pour tenter de mieux comprendre le phénomène d'interaction en tenant compte des remarques précédentes. Il est présenté dans la partie suivante.

7 Présentation du modèle amélioré

7.1 Roue aubagée

Les aubes améliorées sont discrétisées en éléments finis poutres droits de type Euler-Bernouilli. Il y a trois degrés de liberté par noeud, u (traction), v (flexion) et θ (rotation). Pour coupler les degrés de liberté en flexion et en traction, les aubes sont légèrement courbes. Une aube de géométrie droite n'aurait pas répondu de façon satisfaisante à la remarque 3. Cette courbure n'est pas artificielle et permet d'obtenir de manière simple un comportement de la structure proche des modèles 3D où tous les degrés de liberté sont couplés. Le disque de la roue aubagée est représenté par un réseau de raideurs qui connectent les aubes entre elles comme décrit sur la figure 6(a). On obtient finalement une structure à symétrie cyclique.



(a) description du modèle

(b) un des modes à 3 diamètres de chaque structure

FIG. 6 – Caractéristiques de l'ensemble roue aubagée carter

7.2 Carter

Pour cette structure, le précédent modèle aurait pu être préservé mais il pose quelques problèmes numériques lors de la gestion du contact à cause de la discrétisation sur deux modes propres. La vitesse de propagation d'une onde entre deux points devient alors infinie. L'élément poutre courbe assez communément utilisé à trois degrés de liberté par noeud étant beaucoup trop sensible au blocage numérique, il lui a été préféré un élément à quatre degrés de liberté, u, $u_{,s}$, v et $v_{,s}$ où s représente l'abcisse curviligne. Les fonctions de forme sont celles d'un élément poutre droit habituel. L'intérêt principal de ce nouveau modèle est comme le montre la figure 6(b), de permettre un couplage de la forme des deux structures.

7.3 Algorithme de résolution temporelle

De la même manière que dans la partie 5.2, le schéma temporel des différences finies centrées est utilisé associé à la méthode des multiplicateurs de Lagrange. La procédure de prédiction-correction est identique à la

différence que, dans ce nouveau modèle, le frottement est intégrée dans les équations de manière très simple :

prédiction : Les déplacements des deux structures sont calculés dans l'espace modal.

calcul des pénétrations : Les prédictions modales sont projetées dans l'espace physique. La distance entre chaque extrémité d'aube et le point du carter qui lui fait face est calculée en utilisant les fonctions de forme des éléments poutres courbes.

correction : Les multiplicateurs de Lagrange sont calculés de façon à annuler les pénétrations détectées entre les deux structures. Ils jouent, ici, le rôle d'efforts de contact normaux. Les efforts de frottement sont ensuite déterminés (grâce à la loi de Coulomb en considérant que le contact collant est impossible) pour mettre à jour les déplacements tangentiels v. De manière rigoureuse, il faudrait coupler les corrections des déplacements u et v puisqu'ils sont couplés structurellement. Ce n'est pas le cas pour d'une part simplifier l'algorithme et parce que, d'autre part, l'hypothèse des petites perturbations le permet.

7.4 Résultats

Chaque aube est discrétisée en dix éléments finis poutre droite et le carter, en quarante éléments finis poutre courbe. La procédure est identique à celle suivie pour le premier modèle. Une force impulsionnelle excite le mode en cosinus du carter pour initier le contact entre le rotor et le stator. Les amplitudes de vibration sont étudiées en fonction de deux paramètres : la vitesse de rotation Ω et le nombre de diamètres nodaux considérés. Les premiers résultats confirment qu'il y a toujours deux zones de fonctionnement séparée par une limite qui est différente suivant les cas d'étude.

7.4.1 premier cas : $n_d = 2$

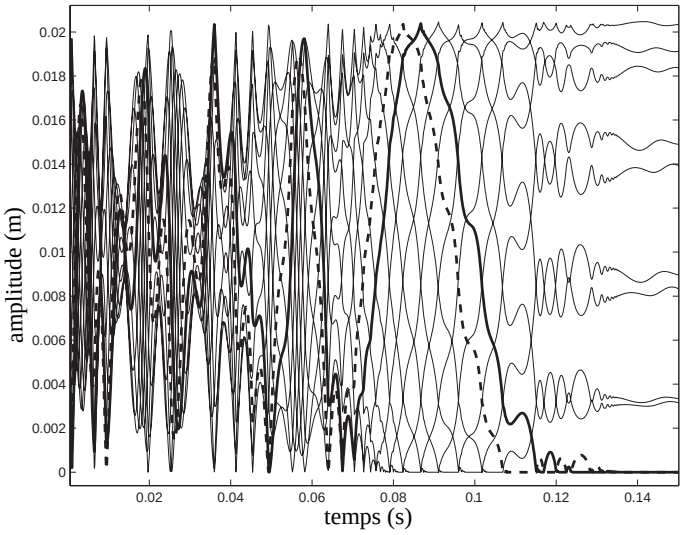


FIG. 7 – Distances entre l'extrémité des aubes et le carter pour $n_d = 2$ et $\Omega > \frac{\omega_c}{n_d}$. Quatre aubes dénotées par (—) et (- -) sont en contact permanent avec le carter

Pour $n_d = 2$, les résultats de ce nouveau modèle sont comparables à ceux du premier modèle, comme l'illustrent les figures 4(b) et 7. Si $\Omega \geq \omega_c/n_d$ et si l'amplitude de la force impulsionnelle est assez élevée, quelques aubes sont en contact permanent une fois le mouvement bloqué atteint et une déformée statique de la roue aubagée pousse une onde sur le carter.

7.4.2 autres cas : $n_d = 3, 4$ et 5

Pour ces trois cas, le modèle amélioré porte ses fruits. Bien que les résultats ne soient pas tout à fait identiques entre eux, la figure 8 montre que le phénomène d'interaction ne peut apparaitre que si la (nouvelle)

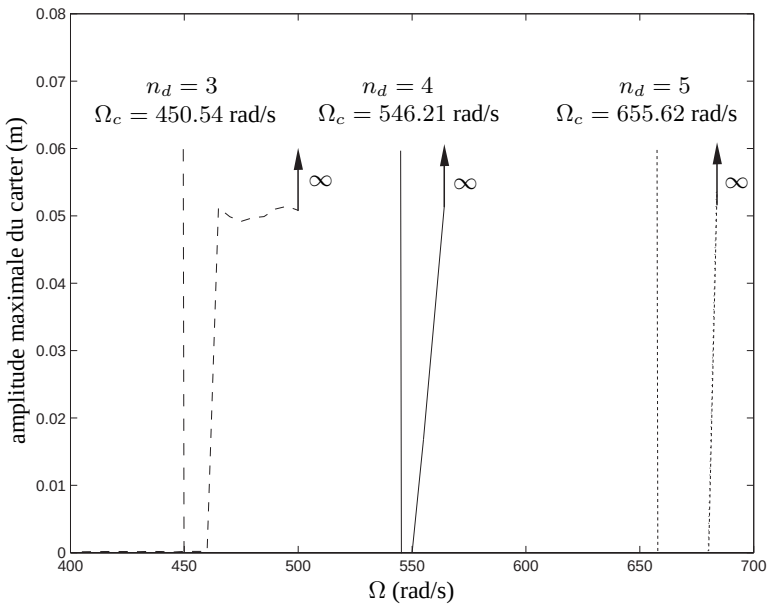


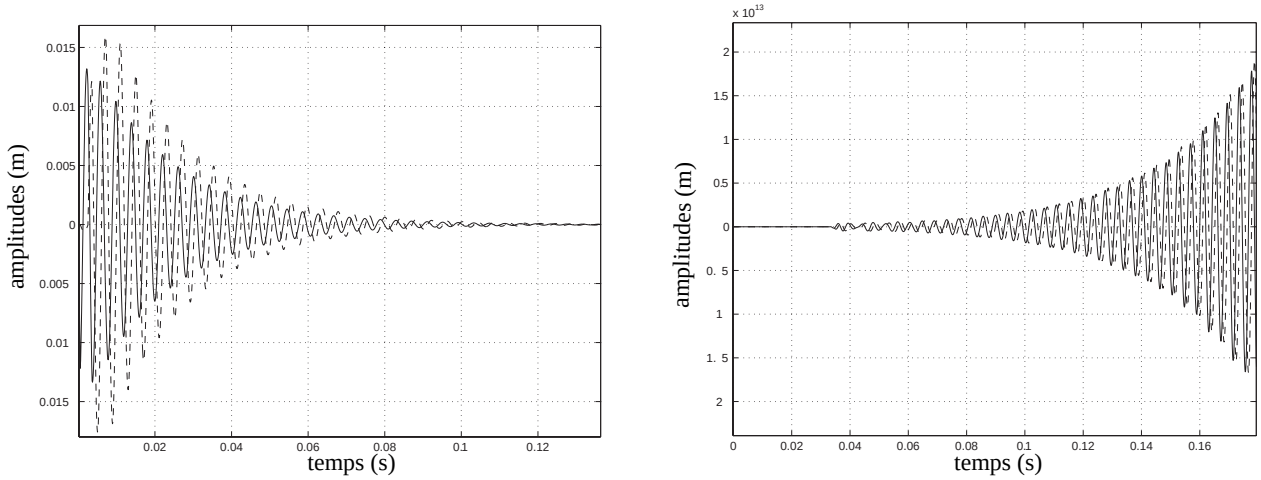
FIG. 8 – Vitesses critiques de rotation en fonction de n_d avec, à gauche, la valeur théorique ($\Omega_c = \frac{\omega_a+\omega_c}{n_d}$) et à droite, la valeur numérique. Dans le cas numérique, les amplitudes de vibration du carter sont prises à $t = 0.25$ s

condition suivante est satisfaite :

$$\Omega \geq \frac{\omega_c + \omega_a}{n_d} \tag{18}$$

Pour Ω vérifiant cette inégalité, le comportement des structures est différent suivant les cas :

- quand $n_d = 3$, les amplitudes de vibration des structures restent bornées pour quelques pas en vitesse puis divergent ;
- quand $n_d = 4$ et $n_d = 5$, les amplitudes tendent vers l'infini immédiatement.



(a) u_c (- -) et u_s (—) pour $\Omega = 500$ rad/s ($\Omega < \Omega_c$)

(b) u_c (- -) et u_s (—) pour $\Omega = 560$ rad/s ($\Omega > \Omega_c$)

FIG. 9 – Comportement du carter en fonction de Ω pour $n_d = 4$

8 Conclusion générale

Dans ce papier ont été présentés deux modèles planaires très simples d'une turbo-machine afin d'étudier les vitesses de rotation du moteur pour lesquelles les potentielles interactions modales deviennent dangereuses. Les équations de la mécanique du premier modèle ont été résolues dans les domaines temporel et fréquentiel. Ces deux méthodes ont montré qu'un cas d'interaction modale, dénommé mouvement bloqué à cause des caractéristiques de son comportement, peuvent survenir si la condition suivante est satisfaite :

$$\Omega \geq \frac{\omega_c}{n_d} \tag{19}$$

Cependant, ce premier modèle a présenté de grosses lacunes de représentation des phénomènes physiques à cause de sa simplicité. Les conclusions que l'on peut en tirer restent limitées et ne sont pas toujours en accord avec l'intuition théorique de coïncidence modale. Un deuxième modèle a été conçu de façon à mieux répondre aux exigences du phénomène étudié. Pour ce cas, les équations n'ont été résolues que dans le domaine temporel. Les temps de calcul étant prohibitifs, une étude paramétrique est difficile. Les résultats demandent donc à être confirmés et affinés par une autre méthode de résolution, fréquentielle par exemple. Cependant, il est déjà possible d'entrevoir des tendances. Suivant le nombre de diamètres nodaux considérés, dans un cas, les résultats sont identiques à ceux du premier modèle, dans l'autre, ils vont dans le sens de la théorie. La nouvelle condition d'interaction est alors définie comme :

$$\Omega \geq \frac{\omega_c + \omega_a}{n_d} \tag{20}$$

Il est intéressant de remarquer que dans tous les cas, l'ensemble rotor-stator d'une turbomachine présente deux zones de fonctionnement distinctes au niveau du phénomène d'interaction modale et par rapport au paramètre « vitesse de rotation du moteur ». Une zone pour laquelle le phénomène d'interaction est impossible et une autre pour laquelle il peut apparaître et devenir instable.

Références

[1] Schmiechen, P., "*Travelling wave speed coincidence*," PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medecine - University of London, 1997.

[2] Legrand, M., Peseux, B. & Pierre, C., "Amélioration de la prédiction de l'interaction rotor/stator dans un moteur d'avion," *Sixième Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, France, 2003.

[3] Bladh, R., "*Efficient predictions of the vibratory response of mistuned bladed disk by reduced order modeling*," PhD Thesis, The University of Michigan, 2000.

[4] Meirovitch, L., *Principles and techniques of vibrations*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1997.

[5] Carpenter, N., Taylor, R. & Katona, M., "Lagrange constraints for transcient finite element surface contact," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **32** 103-128, 1991.

[6] Pierre, C., Ferri, A.A. & Dowell, E.H., "Multi harmonic analysis of dry friction damped systems using an incremental harmonic balance method," *Journal of Applied Mechanics*, **52** 958-964, 1985.

[7] Poudou, O. & Pierre, C., "Hybrid frequency-time domain methods for the analysis of complex structural systems with dry friction damping," *Proceedings of the 44-th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Comference, paper 2003-1411*, Norfolk, Virginia, USA, 2003.