



HAL
open science

Etude de l'interaction modale rotor/stator dans un moteur d'avion

Mathias Legrand, Christophe Pierre, Bernard Peseux

► **To cite this version:**

Mathias Legrand, Christophe Pierre, Bernard Peseux. Etude de l'interaction modale rotor/stator dans un moteur d'avion. 17e Congrès Français de Mécanique, Sep 2005, Troyes, France. hal-01349531

HAL Id: hal-01349531

<https://hal.science/hal-01349531>

Submitted on 27 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Étude de l'interaction modale rotor/stator dans un moteur d'avion

^aMathias Legrand, ^bChristophe Pierre, ^aBernard Peseux

^aGeM

École Centrale de Nantes
1 rue de la Noë, 44321 NANTES
Mathias.Legrand@ec-nantes.fr

^bVibrations and Acoustics Laboratory
University of Michigan, Ann Arbor, U.S.A.

Résumé :

Dans les moteurs d'avion, les contacts structuraux entre le carter et la roue aubagée peuvent provenir, entre autres, d'une coïncidence vibratoire entre des modes, d'une déformation thermique du carter, d'un balourd au niveau du rotor. Ces interactions non-linéaires peuvent fortement endommager les composants et il est important de comprendre leurs origines. Dans ce travail, nous nous concentrons sur le phénomène d'interaction modale. À cet effet, un modèle planaire de la pointe avant du moteur est développé pour prédire les vitesses de rotation pour lesquelles ce phénomène d'interaction peut exister. La discrétisation de chaque structure sur ses deux modes à n_d diamètres nodaux, caractéristiques des structures à symétrie cyclique, autorise la naissance de modes tournants qui interagissent par l'intermédiaire du contact. Les équations sont résolues par un schéma d'intégration explicite combiné à la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les premiers résultats sont en accord avec la théorie.

Abstract :

In aircraft jet engines, contact between the casing and bladed disk may occur through a variety of mechanisms : coincidence of vibration modes, thermal deformation of the casing, rotor imbalance, etc. These nonlinear interactions may result in severe damage to both structures and it is important to understand the circumstances under which they occur. In this study, we focus on the phenomenon of interaction caused by modal coincidence. A simple two-dimensional model of the casing and bladed disk structures is introduced in order to predict the occurrence of the interaction phenomenon versus the rotation speed of the rotor. Each structure is represented in terms of its two n_d -nodal diameter vibration modes, which are characteristic of axi-symmetric structures and allow for travelling wave motions that may interact through direct contact. The equations of motion are solved using an explicit time integration scheme in conjunction with the Lagrange multiplier method where friction is considered. Results show good agreement between the theory and the numerical tool in the prediction of rotational speed to be avoided.

Mots-clefs :

interaction modale, coïncidence vibratoire, schéma explicite, méthode fréquentielle

1 Introduction

L'augmentation du rendement d'une turbo-machine, qui va de paire avec la diminution du jeu entre les sommets d'aube et le carter, représente l'objectif majeur d'un motoriste. Malheureusement, cette opération est critique parce qu'elle augmente les possibilités de contact entre les deux structures. Ce contact a plusieurs origines : apparition d'un balourd au niveau du rotor après une ingestion d'oiseau, déformation thermique du stator, brusque excitation du stator sous certaines conditions de fonctionnement, etc... À la suite d'un tel événement, un phénomène dynamique particulier peut apparaître : il s'agit d'une auto-excitation des modes tournants à diamètres des deux structures qui peut donner naissance à une coïncidence vibratoire parfois instable. Ce phénomène est extrêmement défavorable à l'intégrité des composants

et peut compromettre ainsi la sécurité des passagers. Il est donc vital de le comprendre et de le prédire correctement. À notre connaissance, seuls une thèse [1] et un papier [2] traitent ce sujet en tenant compte de structures déformables.

Le but de ce papier est de compléter les connaissances actuelles dans ce domaine. À cette fin, un outil numérique simple, utilisant une représentation modale de l'ensemble a été développé. Chacune des structures à symétrie de révolution est représentée par ses deux modes à n_d diamètres nodaux qui, combinés, autorisent l'apparition de modes tournants. La transformation de l'énergie cinétique du rotor en énergie vibratoire du carter et de la roue aubagée par le contact direct entraîne l'interaction parfois instable de ces modes.

2 Définition mathématique de l'interaction modale

La symétrie axiale d'un carter et la symétrie cyclique d'une roue aubagée, qui se traduisent mathématiquement par la structure circulante des matrices masse et raideur, donnent naissance à des modes propres doubles à diamètres (cf. figure 1) et de même fréquence [3]. Les formes de ces deux modes propres se déduisent l'une de l'autre par rotation d'angle $\pm\pi/(2n_d)$ autour de l'axe de révolution. Il est alors possible de les combiner pour construire des modes tournants avance et rétrograde. Mathématiquement, ils peuvent se mettre sous la forme très simple :

$$\begin{aligned}\alpha_a(t, \theta) &= \alpha_0 \cos(\omega t - n_d(\theta - \theta_0)) \\ \alpha_r(t, \theta) &= \alpha_0 \cos(\omega t + n_d(\theta - \theta_0))\end{aligned}\quad (1)$$

où ω est la pulsation et θ_0 , un paramètre indéterminé de position angulaire. Pour le carter, qui est immobile dans un référentiel fixe, la vitesse de propagation de ces deux ondes est $\pm\omega/n_d$, suivant la direction considérée. Pour une structure tournante, comme la roue aubagée d'un moteur d'avion, la vitesse de rotation, positive dans le sens direct, doit être ajoutée. La vitesse de propagation dans un repère fixe devient alors $\Omega + \omega/n_d$ pour le mode tournant avance et $\Omega - \omega/n_d$ pour le rétrograde.

Si les deux structures vibrent à leur fréquence naturelle, notée ω_c pour le carter et ω_a pour la roue aubagée, quatre cas de coïncidence vibratoire peuvent être énoncés pour Ω :

$$\pm\omega_c = n_d\Omega \pm \omega_a \quad (2)$$

Sous ces conditions, les modes tournants relatifs au rotor et au stator ont la même vitesse dans un repère fixe, les deux structures s'embrassent parfaitement tout en vibrant à leur fréquence propre. De simples considérations physiques sur la direction des forces de contact entre les deux structures (dans le sens direct sur le carter et indirect sur la roue aubagée si le rotor tourne dans le sens direct) permettent d'éliminer trois cas et la solution en Ω d'une seule de ces équations peut être considérée comme dangereuse en terme d'instabilité :

$$\omega_c = n_d\Omega - \omega_a \quad (3)$$

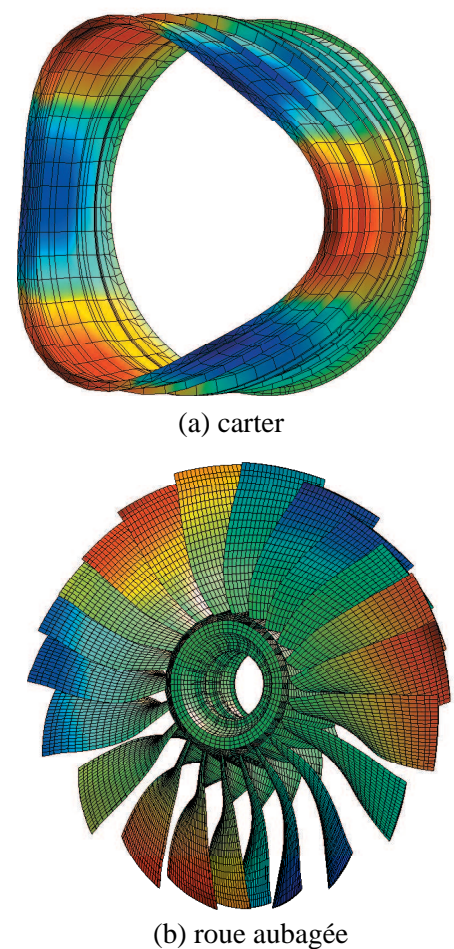


FIG. 1 – Modes à trois diamètres de structures à symétrie axiale

À cette vitesse, le contact entretient les vibrations des deux structures qui entrent alors en résonance, régime pendant lequel les amplitudes peuvent devenir très importantes.

3 Modélisation des structures

3.1 Roue aubagée

Afin de coupler les degrés de liberté en flexion et en traction sous l'hypothèse des petites perturbations, la géométrie des aubes est rendue légèrement courbe. Cette courbure n'est pas artificielle et permet d'obtenir de manière simple un comportement de la structure proche des modèles 3D où tous les degrés de liberté sont couplés par la complexité de la géométrie. La

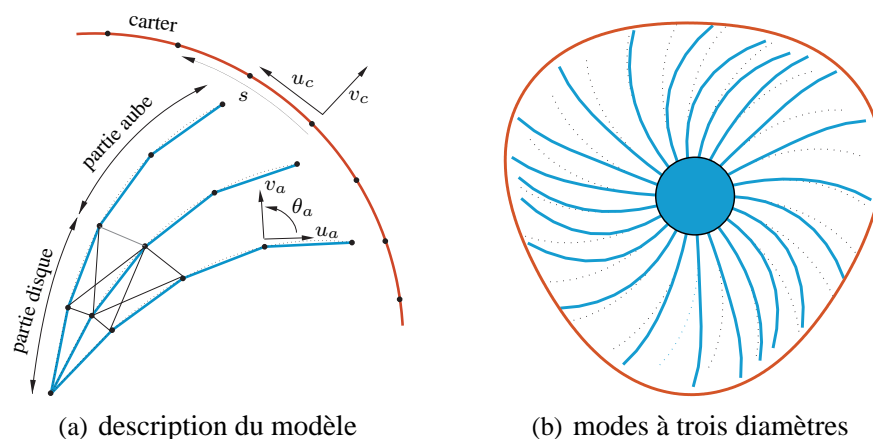


FIG. 2 – Caractéristiques de l'ensemble roue aubagée/carter

discrétisation est effectuée par des éléments finis poutre droit de type Euler-Bernoulli. Il y a trois degrés de liberté par nœud, u_a (traction), v_a (flexion) et θ_a (rotation). La figure 2(a), en plus d'illustrer les notations précédentes, montre un réseau de barres dont la fonction est d'assurer le vrai comportement d'un disque de roue aubagée. En effet, c'est par son intermédiaire que la symétrie cyclique de la structure intervient.

3.2 Carter

Afin de faciliter la gestion du contact, la construction d'un élément fondé sur la théorie des milieux curvilignes s'impose naturellement. Les hypothèses simplificatrices de Bernoulli qui négligent les cisaillements sur l'axe neutre sont adoptées et les effets inertiels de rotation d'une tranche infinitésimale de poutre sont négligés. Nous avons retenu une discrétisation cubique en s pour les deux variables de déplacement afin de s'affranchir de problèmes de blocage numérique et les variables nodales associées sont u_c , $u_{c,s}$, v_c et $v_{c,s}$.

L'atout principal de cette modélisation est d'autoriser un embrassement géométrique des formes modales comme dépeint sur la figure 2(b).

4 Mécanique du contact

4.1 Théorie

La bonne gestion du contact entre le sommet des aubes et le carter en tenant compte du frottement représente la clé de cette étude. Les équations du mouvement sont formulées dans le

cadre du Principe des Travaux Virtuels [4] en tenant compte des contraintes de contact grâce à la méthode des multiplicateurs de Lagrange. De manière générale, il est nécessaire de construire l'ensemble des pressions admissibles C_N et celui des forces de frottement admissibles $C_T(t_N)$:

$$C_N = \{t_N : \Gamma_c \rightarrow \mathbb{R} \setminus t_N \geq 0\} \text{ et } C_T(t_N) = \{\mathbf{t}_T : \Gamma_c \rightarrow \mathbb{R}^3 \setminus \mathbf{t}_T \mathbf{n} = 0, \|\mathbf{t}_T\| \leq \mu t_N\} \quad (4)$$

où \mathbf{n} représente la direction normale à la surface de contact. Le problème à résoudre peut être formulé de la manière suivante : trouver le champ de déplacement \mathbf{u} , cinématiquement admissible, tel que pour tout champ de pondération cinématiquement admissible $\delta \mathbf{u}$:

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} \, dV + \int_{\Omega} \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \, dV = \int_{\Gamma_c} \mathbf{t}_d \delta \mathbf{u} \, dS + \int_{\Gamma_c} t_N \delta g + \mathbf{t}_T \delta \mathbf{u}_T \, dS + \int_{\Omega} \mathbf{f}_d \delta \mathbf{u} \, dV \quad (5)$$

où t_N et \mathbf{t}_T sont contraints par les conditions (4). Cette formulation est ensuite discrétisée en temps par le schéma explicite des différences finies centrées à pas constant h .

4.2 Algorithme associé à l'interaction modale

Nous utilisons l'algorithme développé dans [5] et adaptée à notre étude. Dans ce qui suit, \mathbf{M} , \mathbf{D} et \mathbf{K} représentent respectivement les matrices masse, amortissement et raideur provenant de la discrétisation spatiale du champ de déplacement global aux deux structures. Leurs homologues dans l'espace modal à n_d diamètres sont écrites \mathbf{M}_m , \mathbf{D}_m et \mathbf{K}_m . Par exemple, la matrice masse modale \mathbf{M}_m^c du carter est calculée comme suit : $\mathbf{M}_m^c = \mathbf{P}_c^T \mathbf{M}^c \mathbf{P}_c$ où les deux colonnes de \mathbf{P}_c sont les deux modes à n_d diamètres du carter. Toutes ces matrices sont nécessaires, les premières pour bien prendre en compte les conditions de contact et les secondes, afin de faciliter l'apparition d'une interaction *modale*. L'algorithme est divisé en trois étapes :

1. prédiction des déplacements modaux \mathbf{u}_m sans tester les conditions de contact. Ce déplacement prédit p s'exprime :

$$\mathbf{u}_m^{n+1,p} = \left[\frac{\mathbf{M}_m}{h^2} + \frac{\mathbf{D}_m}{2h} \right]^{-1} \left(\left(\frac{2\mathbf{M}_m}{h^2} - \mathbf{K}_m \right) \mathbf{u}_m^n \left(\frac{\mathbf{D}_m}{2h} - \frac{\mathbf{M}_m}{h^2} \right) \mathbf{u}_m^{n-1} + \mathbf{F}_m^{\text{ext},n} \right) \quad (6)$$

2. projection des déplacements modaux prédits dans l'espace physique :

$$\mathbf{u}^{n+1,p} = \mathbf{P} \mathbf{u}_m^{n+1,p} \quad (7)$$

et détermination des distances inter-structures. Chaque pénétration détectée est conservée dans \mathbf{d}^p , vecteur initialisé à $\mathbf{0}$ en début de pas de temps.

3. correction des déplacements par le calcul des multiplicateurs de Lagrange de façon à ce que toute pénétration soit interdite :

$$\mathbf{d}^{n+1} = \mathbf{C}_N^T \mathbf{u}^{n+1,c} + \mathbf{d}^p = \mathbf{0} \quad (8)$$

L'exposant c signifie que la correction des déplacement est en cours. \mathbf{C}_N est la matrice de contact calculée par différenciation des distances inter-structures. L'ensemble est résolu simultanément en construisant une nouvelle matrice de contact \mathbf{C}_{NT} qui tient compte des conditions de frottement. On stipule que seule la phase glissante existe du fait des vitesses

relatives élevées entre le sommet d'aube et le carter :

$$\begin{cases} \lambda = \left(\mathbf{C}_N^T \left[\frac{\mathbf{M}}{h^2} + \frac{\mathbf{D}}{2h} \right]^{-1} \mathbf{C}_{NT} \right)^{-1} \mathbf{d}^p \\ \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^{n+1,p} + \left[\frac{\mathbf{M}}{h^2} + \frac{\mathbf{D}}{2h} \right]^{-1} \mathbf{C}_{NT} \lambda \end{cases} \quad (9)$$

À la fin de cette étape, les déplacements corrigés \mathbf{u}^{n+1} sont projetés dans l'espace modal. Finalement, le temps est incrémenté avant de revenir en début de procédure.

5 Résultats pour $n_d = 3$

Le contact est initié par une excitation extérieure de 100 μs appliquée sur le premier mode du carter. Il est connu que la taille du pas de temps d'un tel schéma est primordiale dans l'étude de problèmes fortement non-linéaires. De plus, dans le cas présent, la discrétisation dans l'espace modal combinée à une prise en compte du contact contraint fortement ce pas de temps et ceci pour une raison simple : elle interdit en effet toute propagation à vitesse finie d'une déformation locale et couple très fortement la gestion du contact à plusieurs endroits différents. La détection n'est donc jamais assez précise puisque nous sommes en présence d'une singularité et une diminution très importante de la taille du pas de temps n'est pas suffisante. Dans ce travail, nous choisissons de façon quasi-empirique $h = 10^{-6}$ s (une étude qui n'est pas présentée ici approuve ce choix) de façon à obtenir des résultats significatifs pour des temps de calcul minimales.

L'étude de l'interaction modale est réalisée en fonction de la vitesse de rotation du moteur. Le comportement de l'ensemble est à mettre en relation avec la vitesse de rotation critique

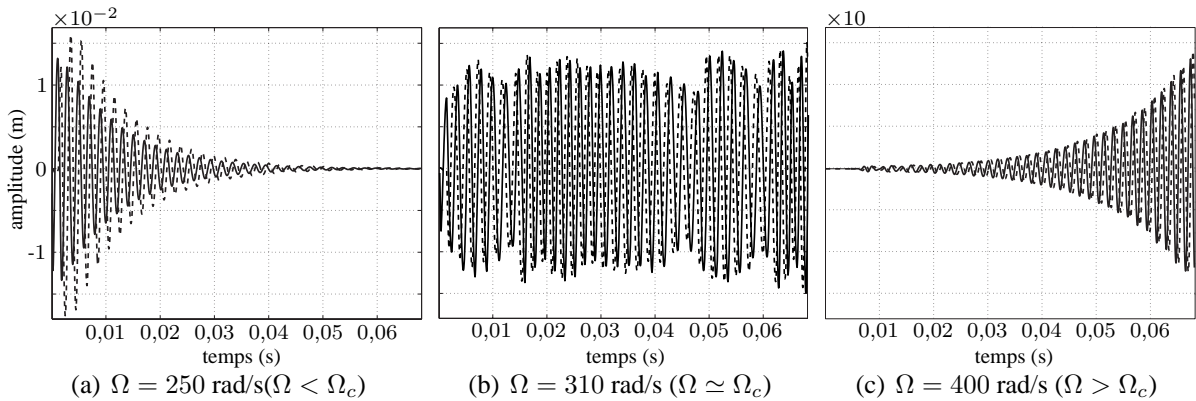


FIG. 3 – Vibrations des deux modes du carter pour différentes vitesses de rotation du moteur

théorique donnée par l'équation (3) :

$$\Omega_c = 301,56 \text{ rad/s} \quad (10)$$

D'après l'outil numérique, trois comportements de nature différente et décrits sur le figure 3 sont à distinguer :

- pour des vitesses de rotation voisines de Ω_c , un comportement oscillant apparaît : il s'agit en fait de modes tournants avance sur le carter et rétrograde sur la roue aubagée. Les deux formes modales s'embrassent géométriquement et échangent de l'énergie ;

- pour des vitesses inférieures à Ω_c le contact est perdu rapidement et aucune interaction persistante ne se développe. L'amortissement structural dissipe plus d'énergie qu'il n'en est échangée par l'intermédiaire des contacts initiaux ;
- pour des vitesses supérieures à Ω_c , les amplitudes de vibration divergent au bout de quelques dixièmes de seconde, temps équivalent à quelques centaines de tours pour les vitesses de rotation considérées. L'énergie apportée par le couple de rotation n'est plus dissipée de manière suffisante par l'amortissement structurel et l'enchaînement des contacts successifs est trop rapide pour être compensé.

La cohérence entre l'outil numérique et la théorie semble intéressante. Même si le régime divergent ($\Omega > \Omega_c$) est un motif de désaccord, la vitesse critique de rotation est identique dans les deux cas.

6 Conclusion

Un modèle planaire de pointe avant de moteur d'avion a été conçu de façon à favoriser l'apparition d'une interaction modale par l'intermédiaire de contacts structuraux. Les équations sont résolues dans le domaine temporel. Il est déjà possible d'entrevoir des tendances. La condition d'interaction, présentée ici pour $n_d = 3$ mais confirmée pour $n_d = 4$ et $n_d = 5$, est :

$$\Omega \geq \frac{\omega_c + \omega_a}{n_d} \quad (11)$$

Les temps de calcul sont prohibitifs et une étude paramétrique est difficile. En outre, les résultats demandent à être confirmés et affinés à cause de leur très forte sensibilité à la taille du pas de temps. Une approche alternative, basée sur une généralisation de la méthode de l'équilibrage harmonique aux systèmes non-linéaires oscillants mais apériodiques [6] est en cours de développement.

Références

- [1] P. Schmiechen. *Travelling Wave Speed Coincidence*. PhD thesis, College of Science, Technology and Medicine, London, UK, May 1997.
- [2] M. Legrand, B. Peseux, C. Pierre, and E. Seinturier. Amélioration de la prédiction de l'interaction rotor/stator dans un moteur d'avion. Giens, France, 6ème Colloque National en Calcul des Structures, 12-14 mai 2003.
- [3] R. Bladh. *Efficient Predictions of the Vibratory Response of Mistuned Bladed Disks by Reduced Order Modeling*. PhD thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, USA, 2001.
- [4] T.A. Laursen. *Computational Contact and Impact Mechanics Fundamentals of Modeling Interfacial Phenomena in Nonlinear Finite Element Analysis*. Springer, 2002.
- [5] N. J. Carpenter, R. L. Taylor, and M. G. Katona. Lagrange constraints for transient finite element surface contact. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 32 :130–128, 1991.
- [6] R. R. Pujsenjak and M. M. Oblak. Incremental harmonic balance method with multiple time variables for dynamical systems with cubic non-linearities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59 :255–292, 2004.