HAL
open science

# Des récréations pour enseigner les mathématiques avec Lucas, Fourrey, Laisant

Evelyne Barbin, René Guitart

## To cite this version:

Evelyne Barbin, René Guitart. Des récréations pour enseigner les mathématiques avec Lucas, Fourrey, Laisant. History and Pedagogy of Mathematics, Jul 2016, Montpellier, France. hal-01349272

**HAL Id: hal-01349272**

**https://hal.science/hal-01349272**

Submitted on 27 Jul 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# DES RÉCRÉATIONS POUR ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES AVEC LUCAS, FOURREY, LAISANT

**Évelyne BARBIN, René GUITART**
LMJL & IREM, Université de Nantes, France
evelyne.barbin@wanadoo.fr
IMJ-PRG, Université Paris Diderot, France
rene.guitart@orange.fr

**ABSTRACT**

À la fin du XIX^e siècle, il existe un retour aux récréations mathématiques dans une communauté française de mathématiciens, enseignants et amateurs. La nouveauté de ce retour est la volonté des auteurs d'inscrire les récréations dans l'histoire des mathématiques, de rechercher leur valeur pour l'enseignement et de développer de nouvelles mathématiques pour résoudre les problèmes qui leur sont liés. Nous trouvons ces trois intérêts historiques, pédagogiques et mathématiques chez Édouard Lucas, Émile Fourrey et Charles-Ange Laisant. Les récréations choisies par eux indiquent un continuum entre les trois propos. Avec eux, les récréations ne sont pas seulement un moyen d'amuser et elles deviennent une matière sérieuse à enseigner, selon des conceptions mathématiques et éducatives que nous analysons dans cet article.

At the end of 19th century, there was a coming back to recreational mathematics into a French community of mathematicians, teachers and amateurs. The novelty of this coming back is the will of the authors to inscribe recreations into the history of mathematics, to investigate their value for teaching and to develop new mathematics to solve problems involved. We find these three historical, pedagogical and mathematical interests in Édouard Lucas, Émile Fourrey and Charles-Ange Laisant. The recreations chosen by them indicate a continuum between the three purposes. With them, recreations are not a way to amuse only and become a serious matter to learn and teach, according to mathematical and educational conceptions that we analyze in this paper.

## 1 Les Récréations chez Édouard Lucas : un continuum

Édouard Lucas était professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. Depuis *La Fasioulette* (1889) jusqu'à la *Théorie des nombres* (1891), en passant par les quatre tomes des *Récréations mathématiques* (de 1882 à 1894) et *L'arithmétique amusante* (1895), le spectre des destinataires de ses ouvrages est large, mais le propos est identique et les thèmes se retrouvent d'un ouvrage à l'autre. Dans tous ces ouvrages, Lucas accorde une part importante à l'histoire des mathématiques : elle occupe la trentaine de pages de la préface de la *Théorie des nombres* et elle sert d'introduction à ses *Récréations*. Cette histoire est orientée, elle vise à montrer que les mathématiciens du passé se sont intéressés aux récréations et qu'ils ont introduit, pour les aborder, des mathématiques qui semblent marginales en cette fin de siècle.

La portée éducative des récréations est fortement soutenue par Lucas. *La Fasioulette* est dédiée à ses enfants Paul et Madeleine : « j'ai donc fait ces petits livres pour vous récréer tout en vous apprenant des combinaisons arithmétiques et géométriques très difficiles » (Lucas, 1889, p. 4). L'ouvrage, paru dans la série « Jeux scientifiques pour servir à l'Histoire, à l'Enseignement et à la Pratique » dirigée par Lucas, est signé par le « Professeur N. Claus (de Siam), Mandarin du Collège Li-Sou-Stian » – pseudonyme qui ne devait pas cacher grand-chose. Des contenus sont communs aux différents ouvrages, comme les différentes manières de multiplier deux nombres, avec la multiplication rapide du *Liber Abbaci*, la « multiplication

arabe par réseaux » et les bâtons de Neper, entre autres. Nous avons choisi de présenter plus précisément les problèmes de dominos et le jeu de taquin, mais les carrés magiques seraient aussi un thème de choix, car ce sont des manuscrits inédits de Fermat sur les carrés magiques qui ont d'abord attiré l'attention de Lucas vers l'histoire et vers les récréations.

### 1.1 Les problèmes de dominos

Dans *L'arithmétique amusante*, Lucas propose une « simple amusette », qui consiste à escamoter discrètement un domino d'un jeu de dominos, puis à demander à un ami de disposer tous les dominos suivant la disposition rectiligne de la règle du jeu. Votre ami sera étonné que vous puissiez prédire les points des deux extrémités. En effet, comme Lucas l'explique, lorsque l'on place tous les dominos suivant la règle du jeu, le jeu se termine toujours par un nombre final égal au nombre initial. Mais si vous avez subtilisé le domino avec les nombres cinq et trois, alors la disposition rectiligne aura pour extrémités cinq et trois. Les problèmes de dominos sont nombreux dans *Les tablettes du chercheur*, journal « des jeux d'esprit et de combinaisons » créé en 1890 (Barbin, à paraître).

Le problème de trouver le nombre de dispositions rectilignes possibles pour un jeu de dominos a été posé en 1859 par le Dr Reiss de Francfort et il intéresse la communauté des mathématiciens et amateurs qui fréquente l'Association Française pour l'Encouragement des sciences. La solution est trouvée par Gaston Tarry en 1886 (Barbin, à paraître) et elle fait l'objet de la récréation « La géométrie des réseaux et le problème des dominos » du tome IV des *Récréations mathématiques*. Elle repose sur une remarque de Laisant, à savoir qu'en supprimant les doubles, le problème se ramène à décrire d'un trait continu tous les côtés et les diagonales d'un heptagone en les empruntant une seule fois (Figure 1, gauche haut).

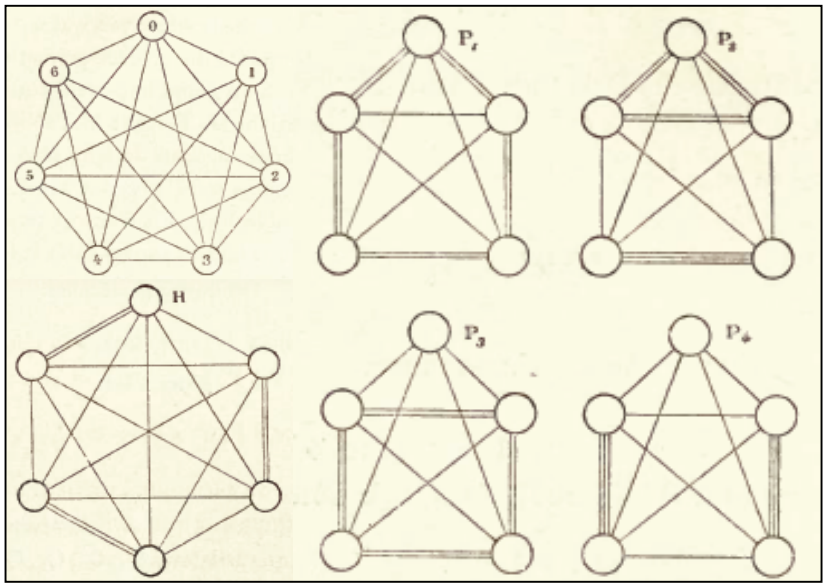

Figure 1. Problème des dominos : la solution de Tarry

Lucas appelle « réseau » et « carrefour » ce que nous nommons graphe et sommet. Il indique que Leonhard Euler a abordé ce type de problème dans son « Mémoire des Ponts de la Pregel » et a montré que tout réseau pair (pour chaque sommet le nombre d'arêtes est pair)

peut être décrit d'un seul trait par un circuit fermé. Le problème « Le melon et la fourmi » illustre la situation : « un melon a douze côtes ; une fourmi visite successivement les douze vallons qui séparent les côtes et revient à son point de départ. Quelle est le nombre de manières d'accomplir ce voyage ? » (Lucas, 1894, p. 136). Lucas explique les raisonnements combinatoires qui ont permis à Tarry de trouver la solution en ramenant le problème de l'heptagone au même problème pour un hexagone, puis pour des pentagones, etc. Ainsi, le nombre de tracés $N$ pour l'heptagone est égal à 15 fois le nombre de tracés H pour un hexagone (Figure 1, gauche bas). Ce nombre $H$ est égal à $8\ P_1 + 4\ P_2 + 8\ P_3 + 4\ P_4$, où $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ sont les nombres de tracés pour des pentagones (Figure 1, droite). Finalement, il trouve que le nombre de dispositions rectilignes pour le jeu de dominos est égal à 129 976 320.

Le problème des dominos est typique des récréations qui intéressent Lucas, en ce sens qu'elles sont au départ de nouvelles investigations mathématiques. Sa solution mérite alors de figurer dans un ouvrage proprement mathématique et elle se trouve en effet dans le chapitre VII de la *Théorie des nombres* sur « La Géométrie de situation » (Lucas, 1891, pp. 102-108).

### 1.2 Le jeu du taquin

Le dernier chapitre du volume I des *Récréations mathématiques* d'Édouard Lucas (1882) est consacré au taquin, jeu qui a été inventé en 1879 aux États-unis sous le nom de « Fifteen Puzzle » (Guitart, à paraître). Ce jeu y fait rapidement fureur, puis en France, Allemagne, Angleterre. Mis au courant dès 1880, notamment par James Sylvester qui a publié dans son journal deux auteurs d'analyses complètes du jeu, Lucas simplifie celles-ci, profite de remarques de ses amis Delannoy et Laisant (eux aussi amateurs de puzzles mathématiques), et publie sa présentation en 1881, reprise dans les *Récréations* en 1882. Lucas met l'accent sur l'usage d'une théorie importante, due à Leibniz et prolongée par Cauchy, qu'il nomme théorie des déterminants. Nous mettrions plutôt l'accent aujourd'hui sur l'aspect particulier de cette théorie qu'il emploie, à savoir le calcul des permutations, des dérangements, de la signature. En l'occurrence, pour lui, le jeu devient l'occasion « d'une sorte d'introduction à l'étude de cette partie de l'algèbre moderne » dont le jeu est alors « une représentation sensible » (Lucas, 1882, p. 190).

Dans une boîte $4 \times 4$ sont placés 15 petits blocs rectangulaires numérotés, laissant libre une des 16 places ; les blocs sont mobiles et peuvent seulement glisser, horizontalement ou verticalement, en profitant d'une case libre voisine. Le problème est de passer d'une configuration donnée à une autre, par exemple de la configuration de gauche à celle du centre (possible) ou à celle de droite (impossible) (Figure 2). Lucas montre que les configurations du centre « 1...13-15-14 vide » et de droite « 1...13-14-15 vide » ne peuvent se ramener l'une à l'autre, et que de plus, toute configuration peut être transformée en l'une de ces deux là. Il énonce un critère pour savoir si deux configurations peuvent se ramener l'une à l'autre, et si oui, il donne le moyen de le faire (Lucas, 1882, p. 207). D'une part, à toute configuration est associée une permutation des 16 premiers nombres (la case vide étant numérotée 16). par exemple dans la figure 2, les configurations de gauche, du centre et de droite déterminent les permutations (16 1 2 … 15), (1 2 … 15 14 16) et (1 2 … 14 15 16). D'autre part, si le jeu est colorié comme un échiquier en cases noires et blanches. Alors, pour deux configurations, si

les cases vides sont de même couleur (resp. de couleurs différentes) alors il est possible de passer de l'une à l'autre si et seulement si les signatures des permutations associées sont les mêmes (resp. différentes).

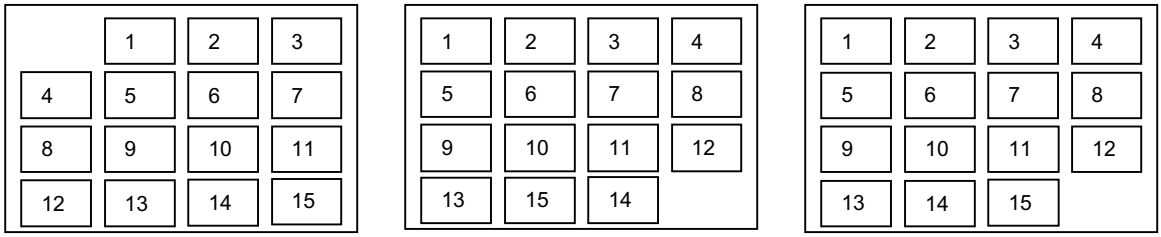


Figure 2. Problème du taquin : cas possible et impossible

Lucas poursuit par l'étude de jeux de taquin généralisés, de forme rectangulaire m × n, ou à barrières, obstacles, embranchements ou garages. Il énonce par exemple le théorème suivant: « Dans un taquin formé d'un nombre quelconque d'embranchements et d'un garage sans aucune tête de ligne, on peut passer d'une position quelconque à une autre position de même classe » (Lucas, 1882, p. 232). Il donne (Figure 3) un exemple d'un tel taquin. En fait, il utilise ici, pour ce théorème, le même lemme que lui a fourni Laisant et qu'il a utilisé déjà dans le taquin 4 × 4, qui ici se dira : par le moyen du garage on peut toujours faire franchir à un bloc quelconque deux blocs consécutifs, sans déranger l'ordre de tous les autres cubes.

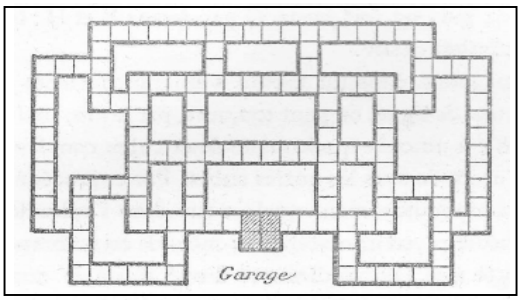


Figure 3. Taquin à embranchements et garage et sans tête de ligne.

Il existe aujourd'hui (Hordern, 1986) des centaines de tels jeux par glissements de blocs, avec de plus des blocs de formes différentes, voire des mouvements permis différents selon les blocs. Au contraire des jeux électroniques permis par les nouvelles technologies, ces jeux initient directement aux gestes mathématiques et leur pratique est, pourrait-on dire avec Lucas, une sorte d'introduction à cette partie importante de la mathématique moderne qui est la théorie des graphes, dont lesdits jeux sont donc des représentations sensibles.

## 2 L'arithmétique visuelle des récréations

Les mathématiques des récréations proposées par les auteurs sont visuelles, elles évitent les lettres et l'algèbre et elles préfèrent une figure à un discours. Nous en prendrons pour exemple les opérations arithmétiques, qu'elles soient amusantes chez Lucas ou récréatives chez Émile Fourrey. Ce dernier est professeur de mathématiques à l'École spéciale des travaux publics et auteur de plusieurs manuels d'algèbre, d'arithmétique, de stéréotomie. Il publie en 1899 des *Récréations arithmétiques* et en 1907 des *Curiosités mathématiques*, où l'histoire des mathématiques, qui connaît à l'époque un grand essor, fait l'objet d'une esquisse de 32 pages et de nombreuses notes.

## 2.1 Le testament du Nabab de Lucas

Le problème de *l'Arithmétique amusante*, intitulé « Le testament du Nabab », est présenté par Lucas comme un problème d'arithmétique indienne. Les mathématiques indiennes et arabes sont étudiées à la fin du XIX^e^ siècle, et beaucoup de textes sont alors traduits en langue française. Un Nabab laisse à ses enfants des diamants : le premier enfant prend un diamant et le 1/7 du reste, le second prend 2 diamants et le 1/7 du reste, le troisième prend 3 diamants et le 1/7 du reste, etc. Après le partage des diamants, toutes les parts se trouvent égales. On demande le nombre de diamants et le nombre d'enfants. Lucas considère un carré de 36 diamants qui sont noirs ou blancs pour « distinguer ceux sur lesquels nous porterons plus particulièrement notre attention » (Lucas, 1895, p. 145). La colonne de droite est déplacée en dessous le reste des diamants, alors en retirant le pion noir à droite et le 1/7 de ce qui reste (soit 5 diamants), la part du premier enfant est de 6 diamants (Figure 4, gauche). On recommence : le deuxième enfant prend deux diamants et le 1/7 de ce qui reste (soit 4 diamants) et il aura 6 diamants (Figure 4, milieu). Ainsi de suite, et il y a bien 6 enfants. etc. Lucas remarque que si on remplace 1/7 par $1/n$ alors le nombre d'enfants est $(n - 1)$ et le nombre de diamants son carré.

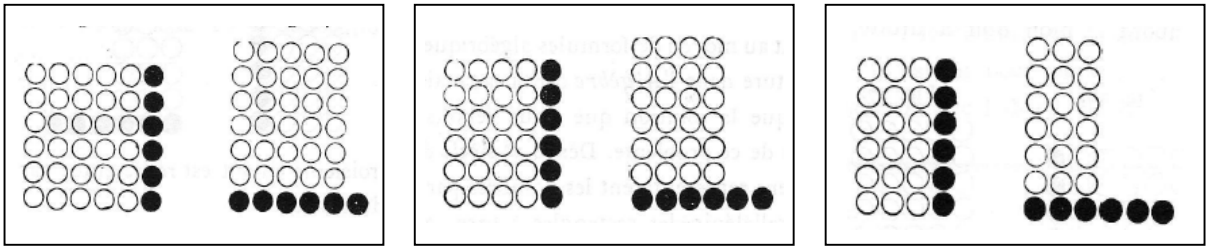

Figure 4. Le testament du Nabab

Lucas remarque que l'on donne habituellemnt la solution de ce problème à l'aide de formules algébriques, comme Euler dans son *Algèbre*. Pourtant la solution visuelle lui semble à l'origine du problème et elle correspond à la représentation des nombres avec des briquettes de l'Indien Aryabhata.

## 2.2 Les propriétés des opérations arithmétiques chez Émile Fourrey

Dans le chapitre IV des *Récréations arithmétiques* sur les « nombres polygonaux », Fourrey présente les nombres figurés à la manière pythagoricienne, depuis les nombres triangulaires aux hexagonaux. L'arrangement géométrique des nombres lui permet de montrer visuellement des propriétés, ainsi, l'octuple d'un nombre triangulaire plus l'unité est un nombre carré (Figure 5). Il indique que l'on en déduit un moyen de reconnaître si un nombre est triangulaire. Ainsi 21 est triangulaire car $(21 \times 8) + 1 = 169 = 13^2$ (Fourrey, 1899, p. 60).

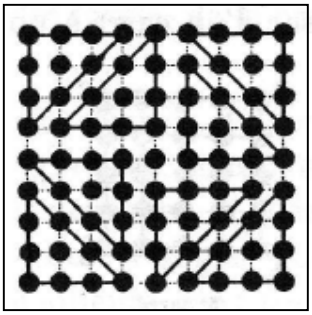

Figure 5. Arrangement de nombres triangulaires

Fourrey continue d'explorer les représentations géométriques dans le chapitre V sur les carrés (Fourrey, 1899, pp. 64-79). Il montre (figure 6, gauche) que « le carré de la différence de deux nombres est égal à la somme des carrés de ces nombres moins le double de leur produit » en juxtaposant les carrés de deux nombres (ici 5 et 3) et en décomposant la figure obtenue en un carré (ici de côté 2) et de deux rectangles (ici de côtés 5 et 3). Il montre encore (figure 6, droite) que « la différence des carrés de deux nombres est égale au produit de la somme de ces deux nombres par leur différence ». Il retire du carré d'un nombre (ici 5) le carré d'un nombre (ici 2) et décompose la figure restante en deux rectangles, puis il « fait pivoter » l'un des deux rectangles à côté de l'autre pour obtenir le rectangle demandé (ici de côtés 7 et 3).

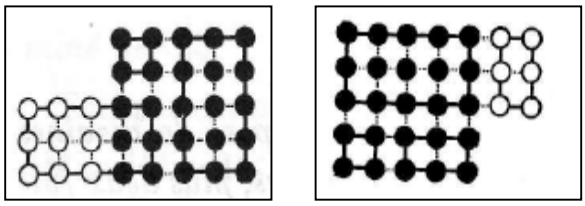

Figure 6. Les carrés dans les récréations de Fourrey.

Ce type de raisonnement évoque le Livre II et les Livres arithmétiques des *Éléments* d'Euclide, où les nombres sont représentés par des segments et leurs carrés par des figures carrées. Les propriétés énoncées par Fourrey correspondent à des propositions du Livre II sur des grandeurs et des figures géométriques. Ces propriétés sont ordinairement démontrées en utilisant les symboles algébriques et les propriétés des opérations de l'addition et de la multiplication. Mais chez Fourrey, l'opération d'addition correspond à une juxtaposition et la soustraction à un découpage, c'est-à-dire à des opérations géométriques. Évelyne Barbin propose à des futurs professeurs d'école, de démontrer par de tels découpages géométriques des identités remarquables et des propriétés sur les nombres. Comme Fourrey, elle énonce une propriété par une phrase et non par une formulation algébrique. La compréhension des phrases peut poser de vraies difficultés à certains étudiants. Mais une fois celles-ci surmontées, l'aspect ludique de la recherche de décompositions et de découpages de figures est manifeste. Les séances viennent en début d'année : elles ont pour but, non pas de travailler sur les nombres, mais d'opérer visuellement sur des figures. Les étudiants, qui n'avaient plus de pratique mathématique

depuis quelques années ou qui n'avaient pas un bon souvenir des mathématiques, ont construit une nouvelle approche des nombres et de leurs opérations.

## 3 Les curiosités géométriques de Fourrey (1907)

Fourrey explique en avant-propos que son ouvrage est conçu dans le même esprit que les *Récréations arithmétiques* : "instruire en présentant la science par les côtés curieux" et pour cela, il lui apparaît comme indispensable de débuter par un historique de la géométrie. Alors que l'introduction historique de Lucas vise à montrer que les récréations ont intéressé des mathématiciens comme Euler ou Fermat, le souci de Fourrey est proprement historique : « nous avons voulu que le lecteur pût facilement associer ces documents à leur milieu, à la période qui les a vus naître » (Fourrey, 1907, np). Son « Esquisse de l'histoire de la géométrie » couvre une trentaine de pages, depuis l'Orient antique jusqu'au XIX^e^ siècle, et elle s'appuie sur les travaux les plus récents, ceux de Moritz Cantor, Hieronymus Georg Zeuthen ou encore August Eisenlohr (Barbin, 1994). L'ouvrage s'appuie sur l'histoire de la géométrie, sans se limiter à la géométrie théorique, avec des chapitres sur les casse-tête géométriques (dont le loculus d'Archimède) et les paralogismes. La seconde partie concerne « la géométrie de la mesure », avec un chapitre sur les instruments de dessins et de topographie et un autre sur la division des figures planes, qui s'appuie sur les écrits de Aboul Wafa. L'approche historique est en phase avec le projet de Paul Tannery émis en 1894 d'introduire l'histoire dans l'enseignement des mathématiques (Barbin, 2007). Il est possible que Fourrey ait voulu répondre au besoin formulé par Tannery d'ouvrages historiques destinés aux enseignants.

### 1.3 Une approche historique : le théorème de Pythagore

Après un premier chapitre sur les définitions, le chapitre II est consacré au théorème de Pythagore, avec un historique sur Euclide citant Tannery et Cantor. Sur une trentaine de pages, Fourrey donne 24 démonstrations du théorème de Pythagore, historiquement référencées, depuis Euclide jusqu'en 1889. Elles ne suivent pas l'ordre chronologique, mais sont classées par « types », selon qu'elles sont basées sur l'équivalence des figures, sur des « transpositions d'éléments » ou sur l'algèbre. Le chapitre finit par des « variantes », comme le théorème de Pappus. Tout au long du chapitre, Fourrey, à l'instar de ses contemporains, modernise les démonstrations en les traduisant en symbolisme algébrique. Les différences entre celles-ci sont donc amoindries. Toutefois, l'uniformisation de l'écriture a le mérite de laisser plus de place à la considération des figures sur lesquelles reposent les démonstrations. Ce qui apparaît alors comme « curieux » est leur profusion et leur diversité. Fourrey fournit d'ailleurs six cas de figures pour la démonstration d'Euclide. Dans le cours évoqué plus haut, Evelyne Barbin a travaillé avec ses étudiants, futurs enseignants, sur des exemples grecs, chinois et indiens de démonstrations en essayant de garder l'esprit de leur époque. Ainsi, les étudiants ont découpé des figures sur des cartons colorés. À l'issue des cours, il était demandé aux étudiants de dire leur préférence. Cette question est apparue incongrue, et cette incongruité a été travaillée et approfondie avec une autre question : « Pourquoi les mathématiciens donnent-ils de nouvelles démonstrations quand ils en ont déjà une ? ».

Pour illustrer la démarche de Fourrey, nous prenons une démonstration indienne, donnée par l'orientaliste Aristide Marre en 1887, car elle sera reprise dans un manuel de géométrie, le célèbre *Traité de géométrie* de Rouché et Comberousse (édition de 1891). Étant donné le triangle rectangle *ABC* de côtés $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ (Figure 7), on construit les carrés *CDEB* et *AGFB* sur *CB* et *AB* et on montre que *E* est sur *GF*. Puis on mène par *D* la parallèle *DP* à *GF* et la parallèle à *AG* qui coupe le prolongement de *GF* en *H*. Fourrey montre que que *DHGP* est un carré de côté *b*, puis il explique que si on "enlève" du carré $a^2$ les triangles *PCD* et *ABC* pour les disposer autour du pentagone ombré *APDEB*, on forme la somme des carrés $b^2$ et $c^2$.

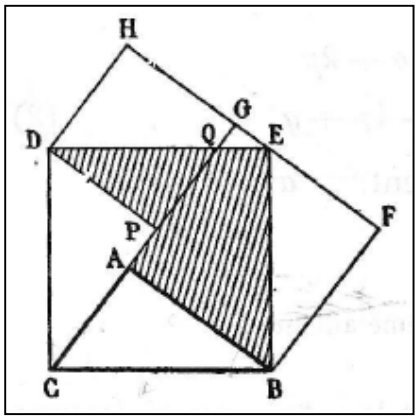


Figure 7. Une démonstration du théorème de Pythagore chez Fourrey

### 1.4 Résolutions de problèmes numériques par la géométrie

Le chapitre des *Curiosités géométriques* intitulé « Applications de la géométrie au calcul » commence par l'exécution des opérations géométriques par la géométrie, en particulier la racine carrée d'un nombre. Puis suivent des problèmes du mathématicien arabe Al-Khwarizmi, qui correspondent à des équations du second degré, et des problèmes du *Lilavati* et du *Vija Ganita* du mathématicien indien Baskhara. Une partie importante du chapitre concerne des sommations de progressions géométriques, dont plusieurs solutions sont parues dans les Congrès de « l'Association Française pour l'avancement des sciences », qui rassemblent mathématiciens et amateurs.

Fourrey résout trois problèmes par ce qu'il appelle des « procédés japonais ». Nous les avons trouvés dans les *Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles lettres de Toulouse* sous la plume de Berson (Berson, 1891). Dans le troisième problème, « un officier de police passant sur un pont entend une bande de voleurs qui, sous le pont, procède au partage de quelques pièces de soies volées. 'Si nous donnons à chacun 7 pièces, il en restera 6, et si nous voulons en prendre chacun 8, il en manquerait 9'. L'officier peut-il deviner le nombre de voleurs et le nombre de pièces volées ? » (Fourrey, 1907, pp. 339-340). On considère un rectangle *ABCD* dont le côté *AD* représente le nombre de voleurs et *AB* vaut 7 (Figure 8). En lui accolant le rectangle *BHEF* de côtés *BH* égal à 1 et *EF* égal à 6, on obtient une aire égale au nombre de pièces de soie. Puis on considère le rectangle *A'H'G' D'* de côté *A'D'* égal à *AD* et *A'H'* égal à 8. En lui retranchant le rectangle *F'E'G'C'* de côtés *F'E'* égal à 1 et *E'G'* égal à 9, on obtient une aire *A'H'E'F'C'D'* encore égale au nombre de pièces de

soie. On en déduit que *FC* égal à *F'C'* vaut 9 et que le côté *AD* vaut 15. C'est le nombre de voleurs et le nombre de pièces volées est (15 × 7) + 6 = 111.

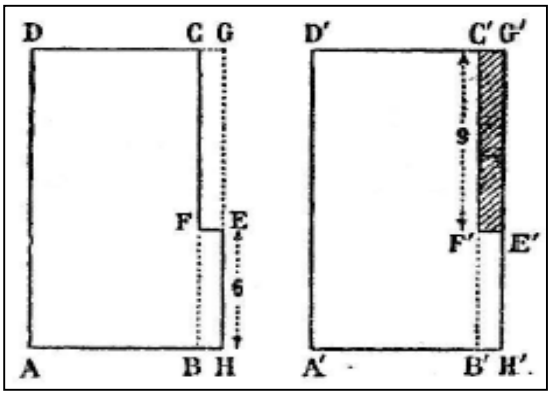


Figure 8. Le problème des voleurs et des pièces de soie.

Fourrey et Laisant appartiennent à un même mouvement en faveur d'un renouveau de l'enseignement de la géométrie. Fourrey termine son historique avec le manuel de Charles Méray paru en 1874, *Nouveaux Éléments de géométrie*, qui a eu un impact important plus tard pour les programmes de géométrie de la réforme de 1902. Le manuel est réédité en 1903 grâce à Laisant, celui-ci écrit combien l'auteur sort des sentiers battus et par cela même, « pique la curiosité du lecteur » (Laisant, 1901, p. 100-101).

## 4 L'initiation mathématique de Charles-Ange Laisant (1906)

La table des matières de l'*Initiation mathématique* pourrait laisser penser qu'il s'agit d'un ouvrage de récréations, avec des opérations curieuses, une « macédoine mathématique » et des « carrés magiques ». Pourtant Laisant précise que le livre « n'a rien de commun » avec les récréations mathématiques, où il est demandé d'appliquer à des sujets amusants les théories mathématiques déjà connues. Il écrit : « Ici c'est l'inverse, nous nous servirons de questions amusantes comme moyen pédagogique pour attirer la curiosité de l'enfant et arriver ainsi à faire pénétrer dans son esprit, sans efforts imposés, les premières notions mathématiques les plus essentielles. Et la diversité des questions, qui pourrait faire croire à un désordre apparent, cache une suite d'idées, voulues, utiles et complètement ordonnées » (Laisant, 1906, p. VI). L'ouvrage n'est pas « un tout didactique », mais un guide entre les mains de l'éducateur, dont il s'inspirera. Nous y trouvons, comme chez Lucas et Fourrey, une approche visuelle des mathématiques, comme les nombres figurés et le chapitre 46 sur les graphiques.

### 1.5 Les graphiques : une algèbre sans calcul

Au début du chapitre 46 « Les graphiques : une algèbre sans calcul », Laisant commente l'usage important des graphiques dans les journaux et aussi pour représenter la marche des trains et des phénomènes physiques. Il introduit alors le terme de « fonction », par exemple le chemin fait par un train est fonction du temps, car cette idée semblera « très naturelle » aux enfants en lui présentant le plus possible de graphiques (Laisant, 1906, p. 117). Pour lui, la fonction est associée à un graphique, alors que dans l'enseignement classique, on parle plutôt du graphe associé à une fonction. Les chapitres suivants

contiennent des questions posées de manière piquante et résolues par des graphiques, comme la rencontre de deux marcheurs et la poursuite à vélo de deux cyclistes.

Le chapitre 49 raconte une anecdote « absolument authentique » qui est arrivée à Édouard Lucas au cours d'un congrès scientifique, à la fin d'un déjeuner où se trouvaient plusieurs mathématiciens connus, quelques uns illustres. Lucas leur posa la question suivante : « je suppose que chaque jour à midi, un paquebot parte du Havre pour New-York, et qu'en même temps un paquebot de la même compagnie parte de New-York pour le Havre. La traversée se fait exactement en sept jours, soit dans un sens, soit dans l'autre. Combien le paquebot qui part du havre aujourd'hui à midi rencontrera-t-il en route de navires de sa compagnie faisant la route opposée » (Laisant, 1906, p. 124). Quelques « illustres auditeurs » répondirent sept et d'autres se turent. Mais nous voyons sur le graphique que le paquebot rencontrera 13 navires, plus deux autres à l'arrivée et au départ, donc en tout 15 (figure 9).

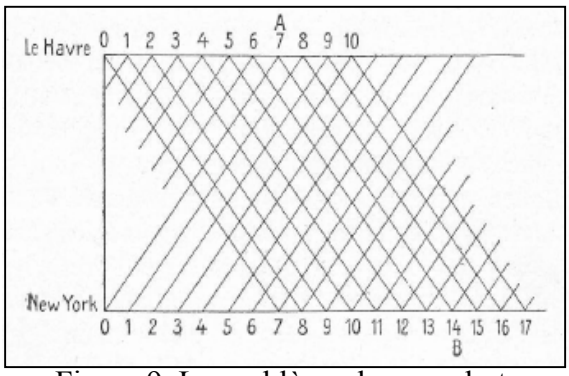

Figure 9. Le problème du paquebot

### 1.6 Le propos éducatif de Laisant

L'initiation mathématique propose une mise en œuvre des récréations dans un projet d'enseignement, où il ne s'agit pas de faire appliquer des contenus de programmes aux élèves mais de les initier aux mathématiques. Pour comprendre la portée éducative de cette mise en œuvre, il faut la rapprocher des propos de Laisant dans *La mathématique. Philosophie – enseignement*, ouvrage paru en 1898. Laisant écrit que « le problème de l'enseignement mathématique se pose dans des conditions toutes nouvelles dans notre civilisation actuelle et du développement industriel extraordinaire sans précédent, qui s'est accompli au cours du XIX^e^ siècle et ne s'arrêtera pas au XX^e^ siècle » (Laisant, 1898, p. 7). C'est en ce sens, qu'il est l'un des promoteurs de la réforme des mathématiques de 1902. Homme politique et mathématicien engagé à l'échelon international (Auvinet, 2013), il crée la revue *L'Enseignement mathématique* en 1899 avec Henri Fehr.

Dans l'ouvrage de 1898, Laisant présente sa vue générale sur l'enseignement, puis ses conceptions pour les différentes branches. Concernant les premières notions de calcul, il faut aux élèves de « véritables jeux » : dominos, lotos et billes pour apprendre à compter. Le jeune élève trouve un attrait aux exercices, quand ils sont présentés sous forme de récréations, "sa curiosité s'éveille, il désire aller chaque jour un peu plus loin que la veille" (Laisant, 1898, p. 201). L'apprentissage de l'arithmétique peut aller assez loin avec les récréations, mais à une condition cependant : « c'est de suivre une méthode rigoureusement expérimentale et de

ne pas s'en départir ; de laisser l'enfant en présence des réalités concrètes qu'il touche et qu'il voit, faire lui-même ses abstractions » (Laisant, 1898, p. 203). Concernant la géométrie, il faut commencer avec de nombreux tracés de figures. « c'est peut-être en géométrie, plus que dans aucune autre des parties élémentaires de la mathématique, que la curiosité , l'esprit de la recherche peuvent être le plus facilement mis en éveil » (Laisant, 1898, p. 222).

Nous avons une idée de la réception de l'*Initiation mathématique*, grâce à l'avant-propos de Laisant dans la seconde édition de 1915. L'approbation s'est manifestée dans l'enseignement primaire, surtout dans les écoles normales d'instituteurs. Dans l'enseignement secondaire, des enseignants se sont offusqués de ses critiques vis-à-vis de l'administration. Il écrit son admiration pour ces enseignants en ces termes : « leur mérite est d'autant plus grand qu'ils ont à lutter contre une bureaucratie dont ils sont les premières victimes, contre un système séculaire de centralisation et de routine qui semble avoir pris à tâche de tuer les initiatives et d'empêcher la lumière de pénétrer dans les cerveaux » (Laisant, 1915, p. 4).

## 5 Conclusion : jeux ou récréations ?

Au tournant du siècle, la portée des récréations mathématiques est l'objet d'un changement important, qui se décline en quatre volets solidaires. 1) Les récréations ne sont plus seulement des divertissements, elles visent à faire entrer le lecteur dans une recherche mathématique, à diffuser des mathématiques non scolaires, à le cultiver en faisant connaître l'histoire et ainsi à enseigner. 2) Les récréations sont des occasions de faire des mathématiques directement, c'est-à-dire d'exercer à vif la combinaison des vues et de leurs modifications pour inventer des chemins vers une solution, des chemins exacts, c'est-à-dire ce que l'on appelle des preuves. 3) Dans des situations dont l'énonciation est simple, le lecteur est en prise avec l'objet même de la mathématique, la source de son plaisir : l'énigme d'un problème et la possibilité d'une preuve. 4) Il expérimente l'évidence comme fait mathématique, comme surprise. La curiosité est piquée par l'énoncé, mais bien plus, la solution conduit au ravissement et l'envie de réessayer.

Avec les récréations de nos trois auteurs, le lecteur est mis hors-pistes, hors l'ennui des programmes d'étude clos ou des règles et des logiques préconisées, il est directement au travail dans une représentation sensible par laquelle la rigueur des actes s'impose d'elle-même, par la pratique si l'on veut atteindre la solution. L'introduction ponctuelle de ces hors-pistes dans l'enseignement peut troubler les chemins balisés, mais pourtant si difficiles des programmes ou des conventions scolaires, sans pour autant produire les bénéfices escomptés. Nous en prenons pour preuve les raisonnements qui s'appuient sur des exemples, et qui sont repoussés parfois, sous le prétexte qu'ils seraient de simples cas particuliers. Cependant, l'exigence d'une généralité prématurée risque de conduire à des formulations algébriques ou à des discours logiques complexes, et donc de priver les élèves de l'usage de ce que nous appelons « exemples génériques » sur lesquels ils pourront exercer leur capacité d'induction. L'introduction des abstractions et la formulation des règles viendront plus tard, alors que les élèves en auront éprouvé la nécessité. Un autre hors-piste est l'exercice du mélange entre des disciplines que les programmes distinguent. Avec les récréations, l'algèbre, la géométrie, les lettres, les figures, les discours ne sont que des moyens, ils ne sont pas obligatoires, et même

c'est souvent dans le passage entre ces registres que se fait l'invention et que se produit l'évidence. Nous l'avons vu avec l'arithmétique visuelle et les preuves japonaises de Fourrey, ou bien avec les graphiques de Laisant. Tous nos auteurs insistent sur la pratique de la visualisation. Les récréations sont des représentations sensibles de théories, que l'on assimile sans coup férir, et elles sont porteuses aussi de nouvelles théories à venir, comme avec les jeux de dominos ou le taquin chez Lucas.

Les jeux sont pratiqués aujourd'hui, mais souvent en dehors des classes, dans des clubs ou dans des concours. Ils rencontrent un succès manifeste et nous pouvons nous demander pourquoi ils ne rentrent pas plus dans les classes et les programmes. Laisant se prononçait, comme d'autres de ses contemporains, contre les programmes, mais il faut situer sans doute ailleurs sa proposition de *l'Initiation mathématique*. En effet, les hors-pistes ont pour conséquence la marginalité de jeux pris isolément, il fallait donc imaginer un enseignement où les récréations soient au centre et mises en ordre, où les pratiques offertes par les récréations conduisent à une recherche et à un savoir-faire authentiquement mathématiques.

**REFERENCES**


Auvinet. J. (2013). *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d'un mathématicien de la Troisième République*. Paris : Hermann Éditions.

Barbin, É. (1994). Actualité de Fourrey. In É. Fourrey, *Curiosités géométriques* (rééd.) (pp. III-XVII). Paris : Vuibert.

Barbin, É. (2007). Les récréations : Des mathématiques à la marge. *Les génies de la science*, *30*, 14-17.

Barbin, É. (à paraître). Gaston Tarry et la doctrine des combinaisons. In É. Barbin, C. Goldstein, *et al.* (Éds.), *Les travaux combinatoires entre 1870 et 1914*. Limoges : PULIM.

Berson, M. (1891). Mémoires sur l'emploi des figures géométriques par les Japonais pour la résolution des problèmes d'arithmétique. *Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse*, *9*(III), 268-271.

Decaillot-Laulagnet, A.-M., (1999). *Édouard Lucas (1842-1891) : Le parcours original d'un scientifique français dans la deuxième moitié du XIX^e^ siècle* (Thèse). Paris : Université René Descartes.

Fourrey, É. (1899). *Récréations arithmétiques*. Paris : Vuibert.

Fourrey, É. (1907). *Curiosités géométriques*. Paris : Vuibert.

Guitart, R. (à paraître). Les taquins d'Édouard Lucas à Richard Wilson. In É. Barbin, C. Goldstein, *et al.* (Éds.), *Les travaux combinatoires entre 1870 et 1914*. Limoges : PULIM.

Hordern, E. (1986). *Sliding Piece Puzzles*. Oxford: Oxford University Press.

Laisant, C.-A. (1898). *La mathématique. Philosophie – Enseignement*. Paris : Carré et Naud.

Laisant, C.-A. (1901). Une exhumation géométrique. *L'enseignement mathématique*, *3*, 98-105.

Laisant, C.-A. (1906*). Initiation mathématique*. Paris : Hachette.

Laisant, C.-A. (1915*). Initiation mathématique* (2d éd.). Paris : Hachette.

Lucas, É. (1882). *Récréations mathématiques* (Vol. I). Paris : Gauthier-Villars.

Lucas, É. (1883). *Récréations mathématiques* (Vol. II). Paris : Gauthier-Villars.

Lucas, É. (1889). *La fasioulette du Professeur N. Claus* (de Siam). Paris : Chambon & Baye, Édouard Lucas.

Lucas, É. (1891). *Théorie des nombres*. Paris : Gauthier Villars.

Lucas, É. (1893). *Récréations mathématiques* (Vol. III). Paris : Gauthier-Villars.

Lucas, É. (1894). *Récréations mathématiques* (Vol. IV). Paris : Gauthier-Villars.

Lucas, É. (1895). *L'arithmétique amusante*. Paris : Gauthier-Villars.