

Lasers stabilisés :

Techniques et performances

F. Bondu

Applications

Métrologie du temps / des distances – échelles de temps
Porteuses à faible bruit pour transport de signaux
Spectroscopie

Lasers continus – impulsionnels...

Lasers à état solide, puces électroniques...

Stabilisation de la fréquence – de l'amplitude

Plan

Bruit de fréquence / bruit de phase, bruit d'amplitude
Description de l'asservissement
Qualité de la référence & Qualité de la stabilisation
Estimation des performances
Exemples d'applications : détection des ondes gravitationnelles, ondes submillimétriques.

Laser continu :

$$\Psi(t) = \Psi_0(1 + m(t))\sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t))$$

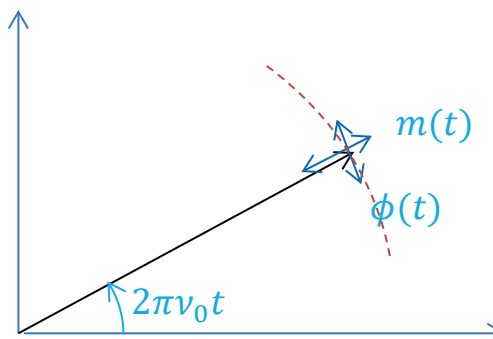
Fluctuations d'amplitude

Fluctuations de phase

Fluctuation de fréquence instantanée :

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Représentation de Fresnel du champ :



$m(t)$ et $\phi(t)$
quadratures
ssi
 $\forall t, |\phi(t)| \ll 1$

Si $m(t)$ ou $\varphi(t)$ est un bruit :

$$a(t) = \int_{f=0}^{f=\infty} \frac{\sqrt{2}}{2} da(f) e^{i2\pi ft}$$

Représentation de Cramer

Densité spectrale de bruit :

$$S_a(f)df = \langle |da(f)|^2 \rangle$$

← espérance mathématique



Densité spectrale de bruit de phase :

$$S_\varphi(f)df = \langle |d\varphi(f)|^2 \rangle$$

Largeur de raie :

Pas d'ambiguïté si

$v(t)$ est un bruit blanc gaussien

$\Psi(t)$ est la sortie d'un bruit blanc injecté dans un circuit de 2nd ordre $Q \gg 1$

... ambiguë dans la plupart des cas réalistes

Variance d'Allan

$$\sigma^2(T) = \left\langle \left(\langle v(t) \rangle_{t_0+(k-1)T, t_0+kT} - \langle v(t) \rangle_{t_0+kT, t_0+(k+1)T} \right)^2 \right\rangle_k$$

avec parfois correction préalable des dérives...

Utilisé pour la caractérisation d'horloges

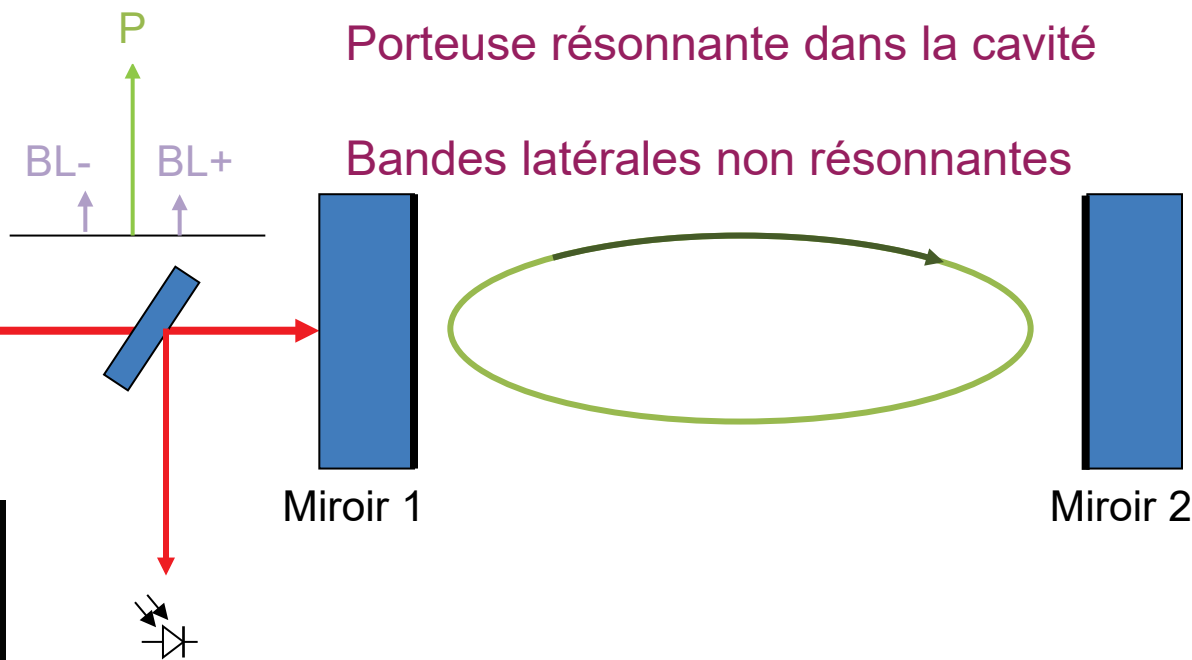
Estimation des densités spectrales à partir de mesures

Méthode « multi-fenêtres » avec coefficients adaptatifs

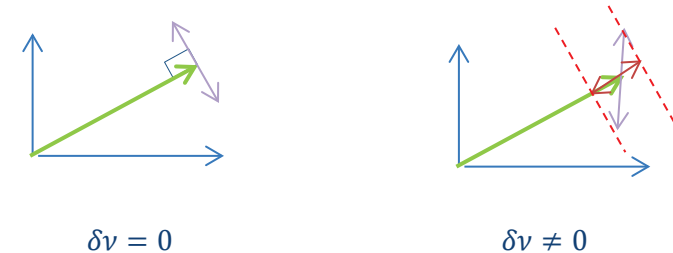
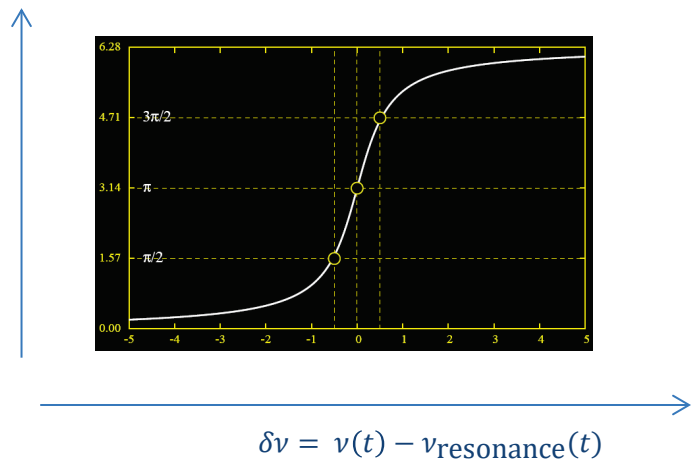
D. J. Thomson, Spectrum estimation and harmonic analysis, in Proc. IEEE 70 (1982), 1055-1096

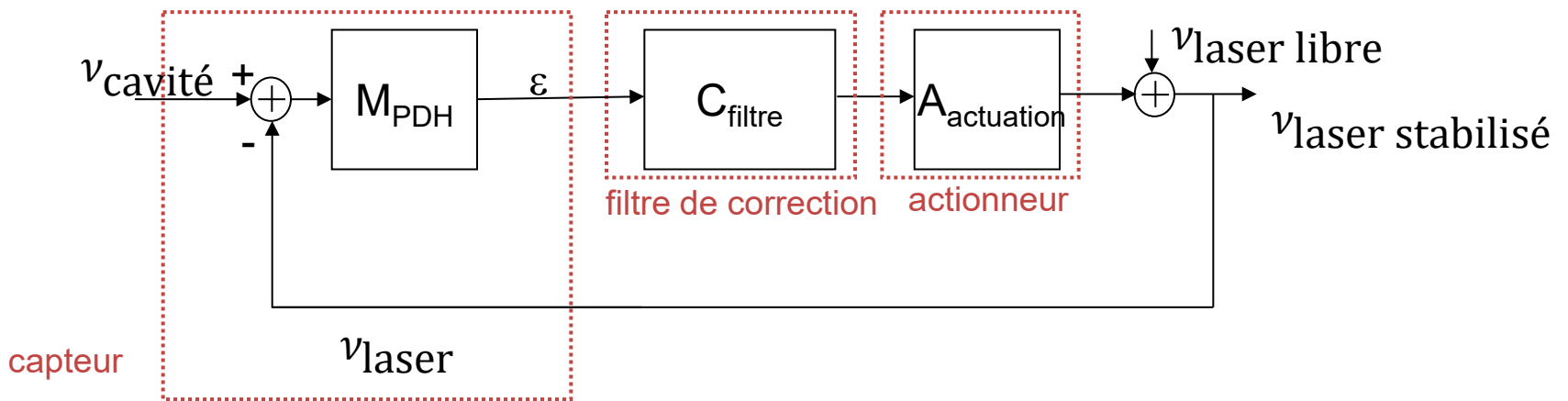
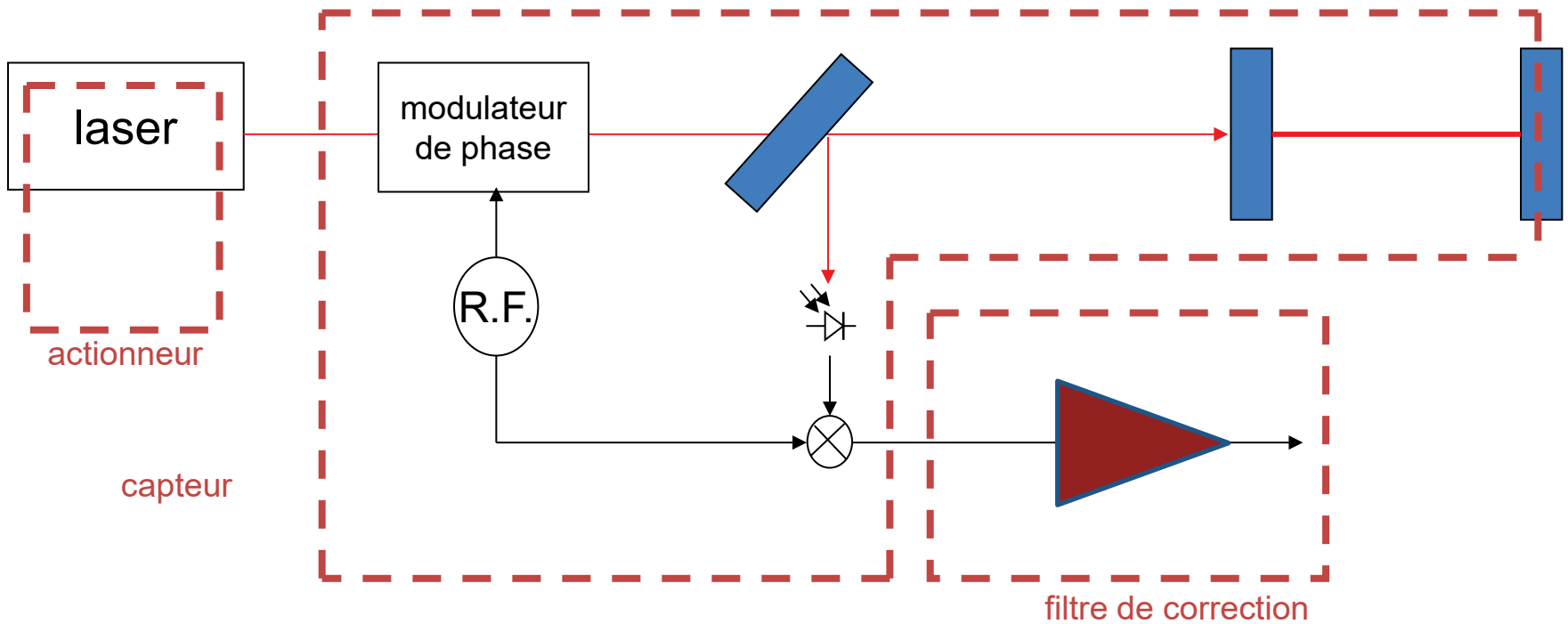
Mesure de fluctuation de fréquence par rapport à un résonateur :

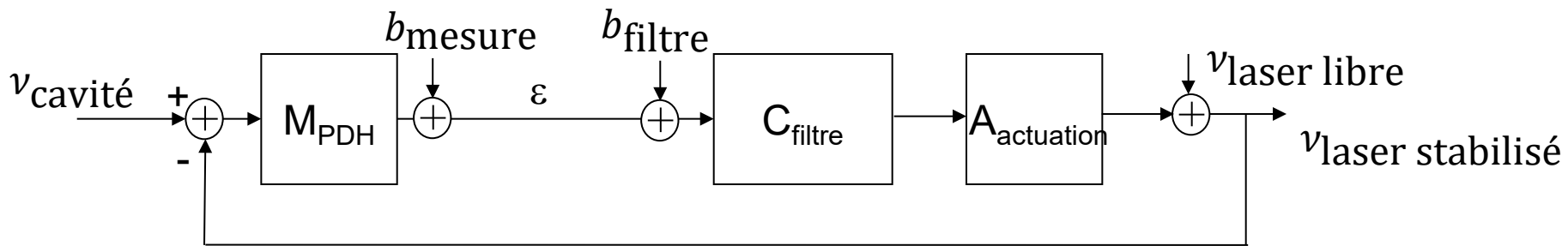
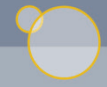
Pound 1946
Drever-Hall 1983



Phase de la réponse de la cavité





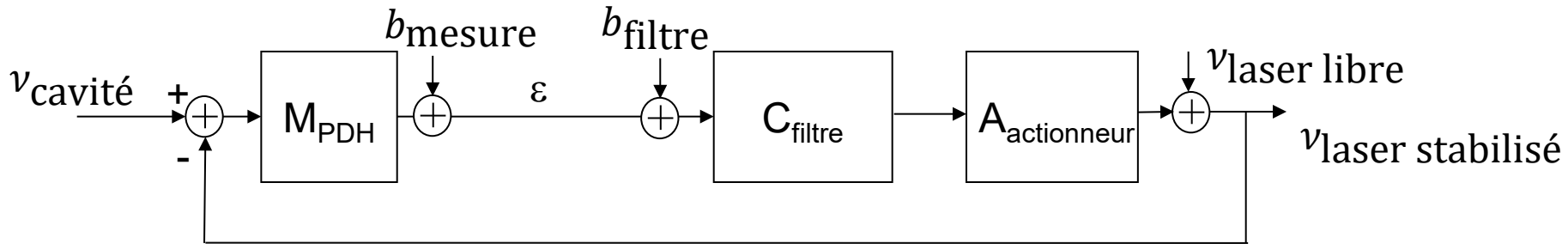


Fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_{bo}(f) = M(f) C(f) A(f)$$

Conception de $C(f)$? (« PID » ?)

en fonction des propriétés de $G_{bo}(f)$ attendues

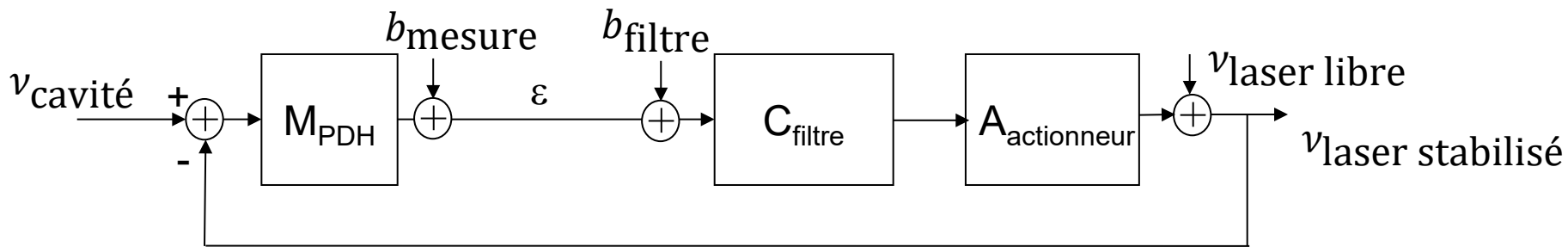


$$\tilde{\nu}_{stab}^2 = \left| \frac{1}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{libre}^2 + \left| \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{cav}^2 + \left| \frac{1}{M} \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{mes}^2 + \left| \frac{1}{M} \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{filtre}^2$$

Le laser stabilisé suit fidèlement la fréquence définie par la résonance de la cavité
 ... mais aussi les bruits de mesure et des électroniques

La pente du discriminateur $M(f = 0)$ détermine la réjection du bruit de mesure
 → Cavités de haute finesse

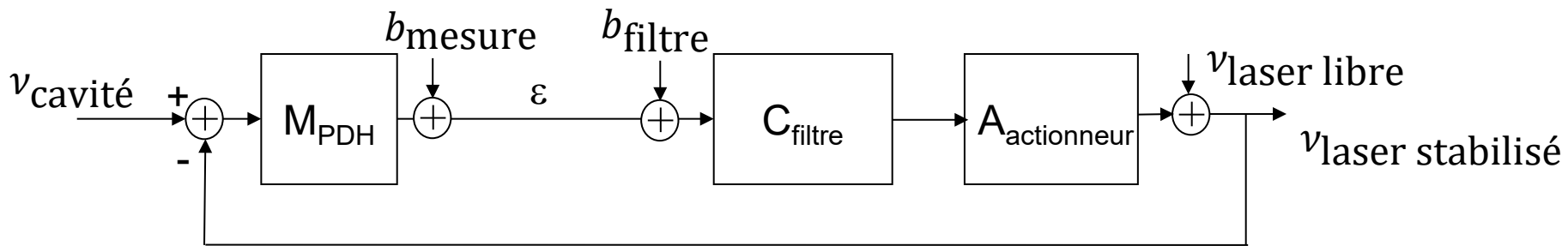
Limite de performance fixée par la stabilité dimensionnelle de la cavité de référence
 → Compromis finesse / stabilité de la référence



$$\tilde{\epsilon}_{stab}^2 = \left| \frac{M}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{libre}^2 + \left| \frac{M}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{cav}^2 + \left| \frac{1}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{mes}^2 + \left| \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{filtre}^2$$

Le signal d'erreur ne voit pas le bruit de mesure (bruits parasites, bruit de photons,...)

- ➔ Seule une mesure avec un autre discriminateur de fréquence peut vérifier la performance « Mesure hors boucle »



$$\tilde{\nu}_{stab}^2 = \left| \frac{1}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{libre}^2 + \left| \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{cav}^2 + \left| \frac{1}{M} \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{mes}^2 + \left| \frac{1}{M} \frac{G_{bo}}{1+G_{bo}} \right|^2 \tilde{b}_{filtre}^2$$

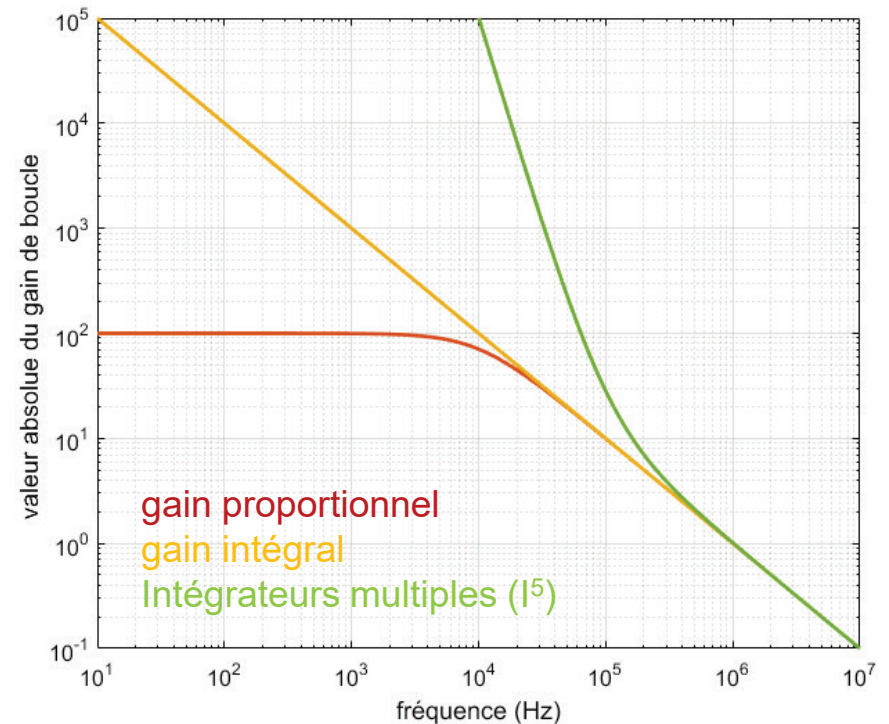
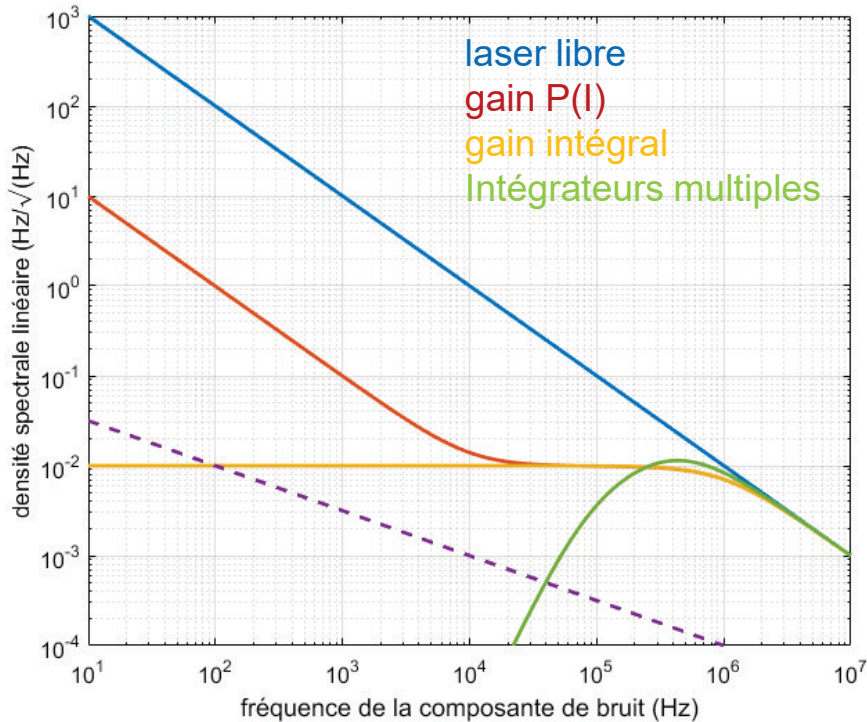
Conception de $C(f)$:

$G_{bo}(f)$ tel que le bruit de la cavité de référence domine

en général, un PID ne suffit pas

Conception de la boucle en fonction des performances attendues de la référence

Ex. laser Nd:YAG NPRO 1.06 μm , cavité de référence ULE 30 cm

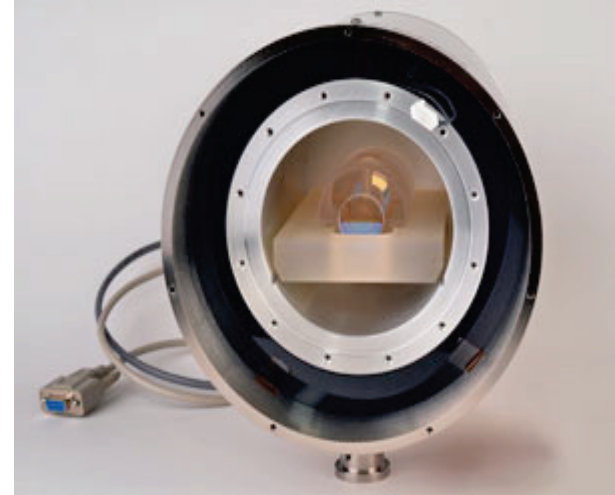


À la fois :

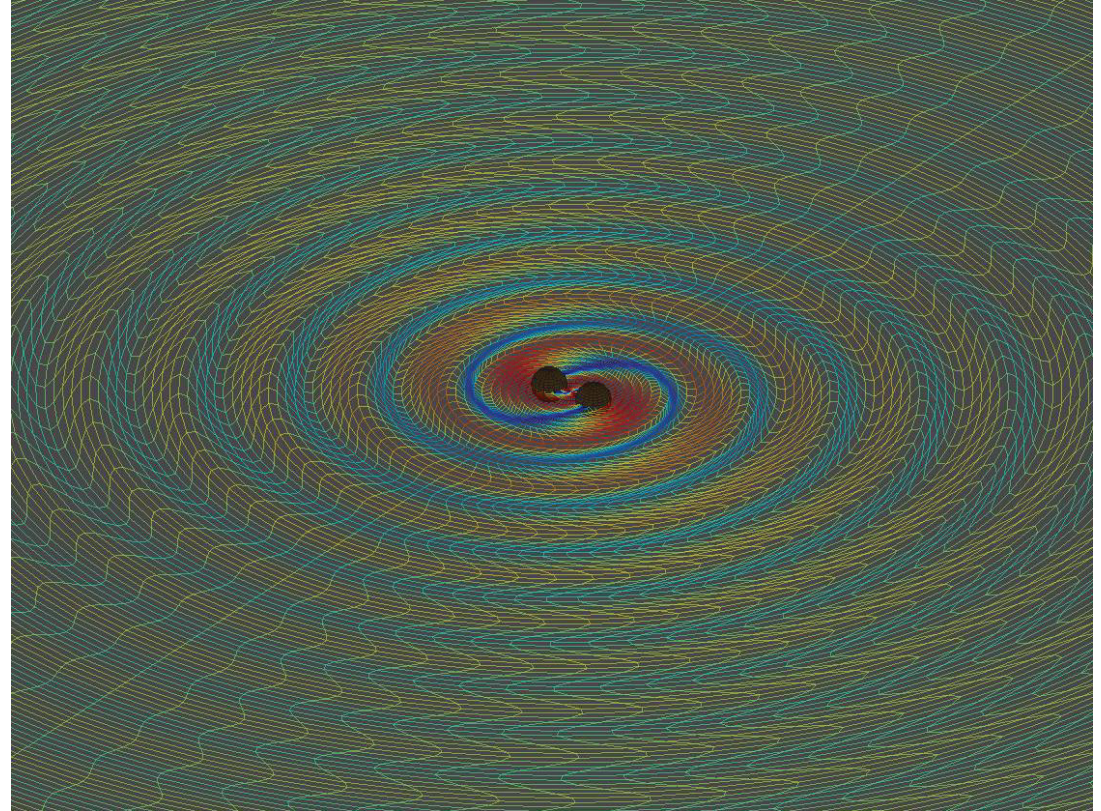
- Stabilité dimensionnelle de la référence
- complexité de la correction
- largeur de raie (facteur de qualité plutôt que finesse)

Qualité de la référence

- Stabilité dimensionnelle de la référence
NIST, Virgo, PTB, NPL, Syrte...
 - Bruit acoustique
vide
 - Bruit sismique
sensibilité accélérométrique réduite
facteur de forme, suspension
 - Sensibilité thermique
Matériau des miroirs
Isolation & contrôle thermique
- Bruit thermique des miroirs
- Bruit de photons



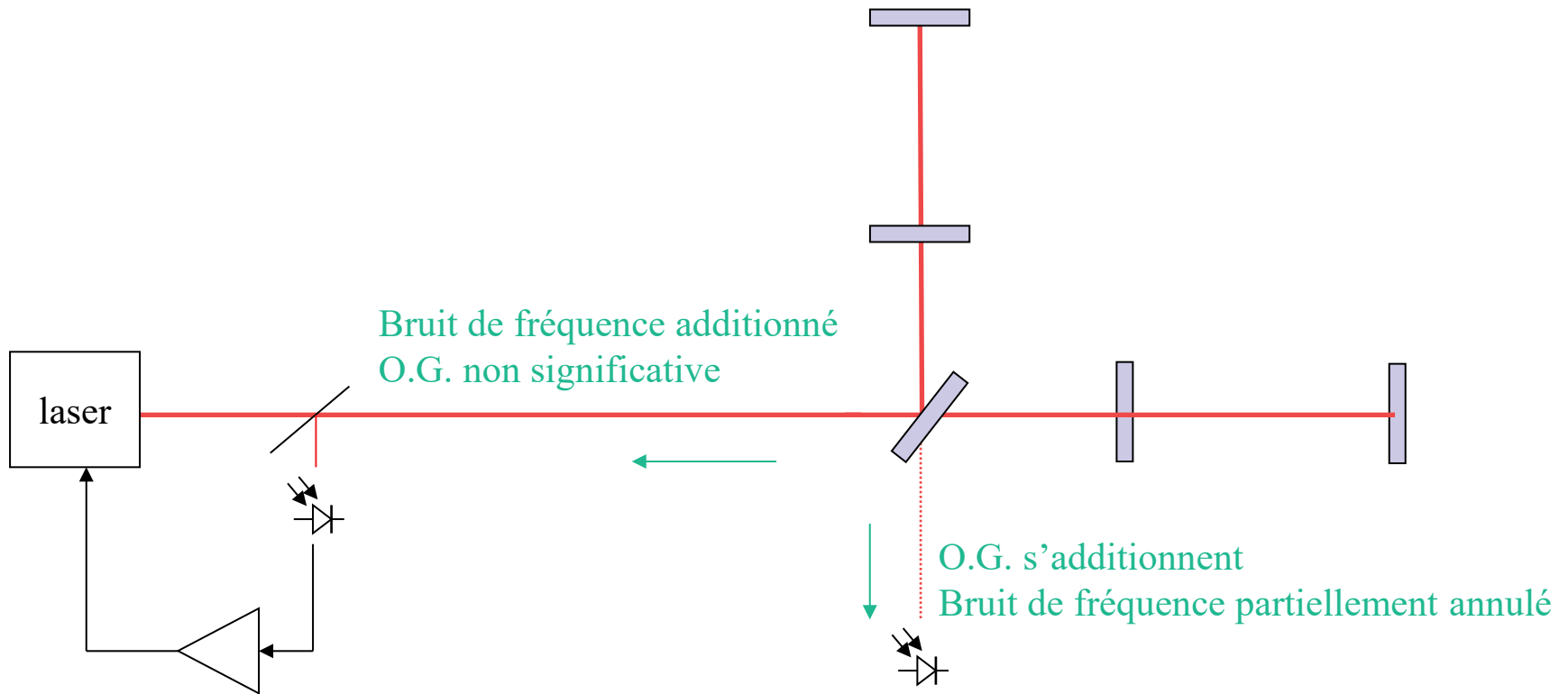
Détection des ondes gravitationnelles



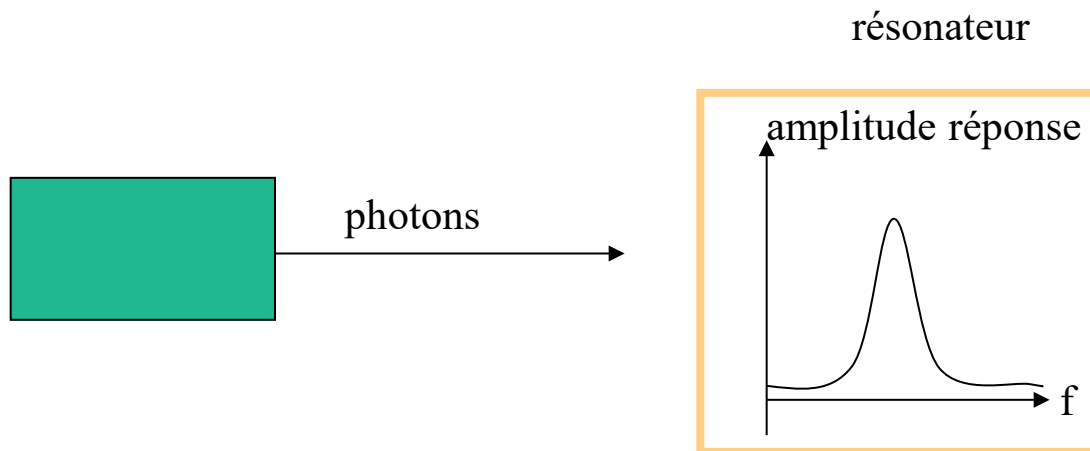
Variation de la fréquence de résonance d'une cavité Fabry-Perot

$$\tilde{\epsilon}_{stab}^2 = \left| \frac{M}{1 + G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{libre}^2 + \left| \frac{M}{1 + G_{bo}} \right|^2 \tilde{\nu}_{cav}^2 \quad : \text{non}$$

Détection des ondes gravitationnelles



Détection des ondes gravitationnelles



Densité spectrale de résolution :

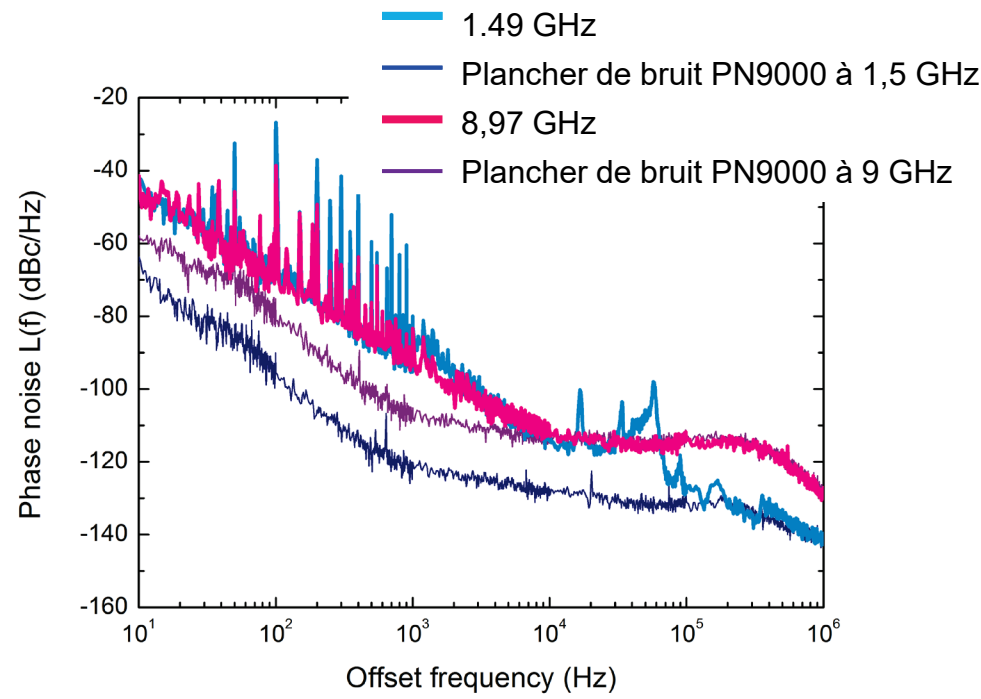
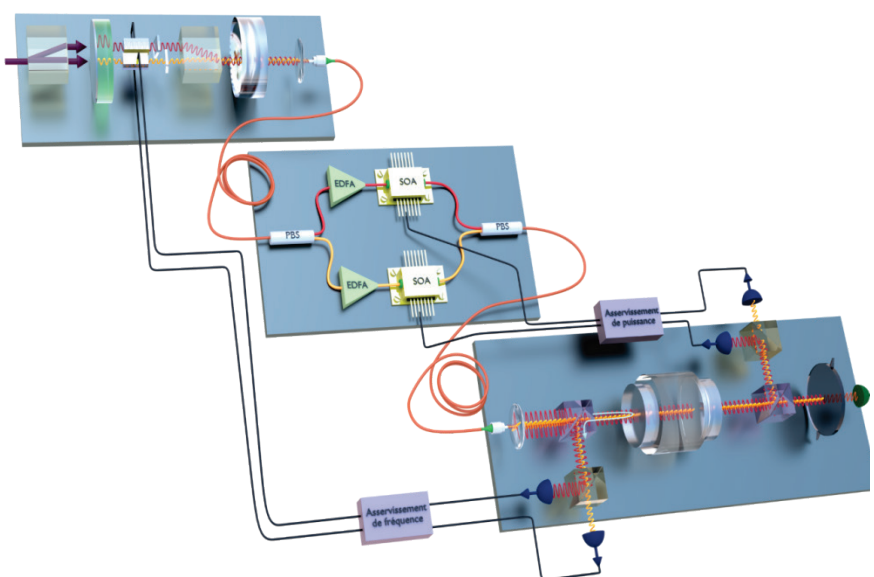
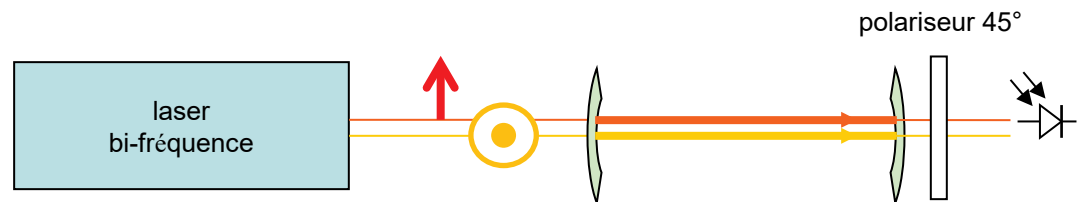
$$\frac{\tilde{\nu}}{\nu} \sim \frac{1}{Q} \frac{1}{\sqrt{n_{ph}/s}} \approx 10^{-23} / \sqrt{\text{Hz}}$$

$3 \cdot 10^{11}$ $5 \cdot 10^{21} / \text{s}$

$\nu = 288 \text{ THz}$
 FWHM = 1 kHz

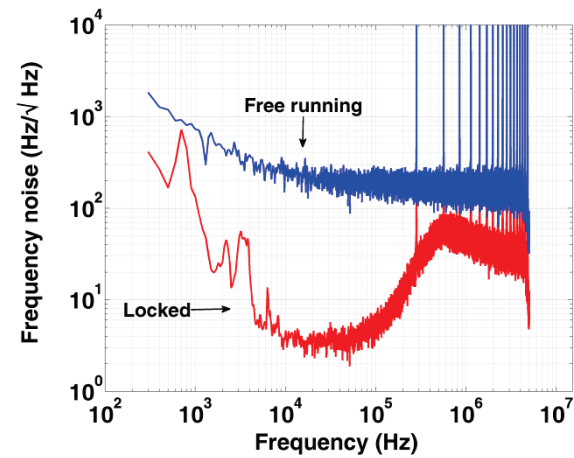
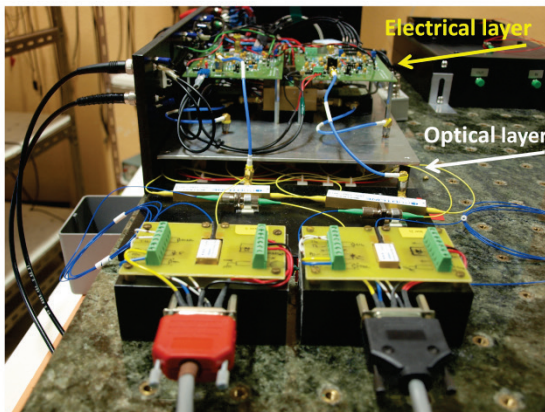
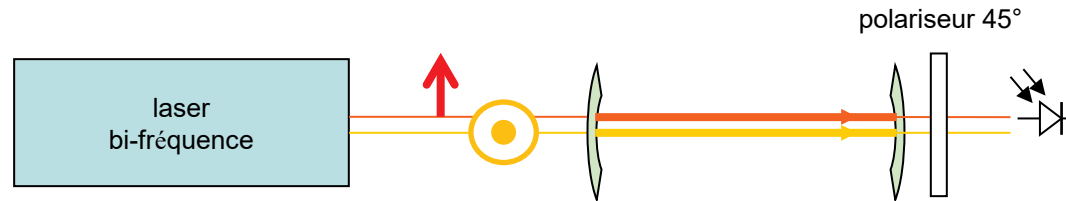
1 kW @ 1.064 μm

Génération d'ondes submillimétriques



Thèse G. Danion

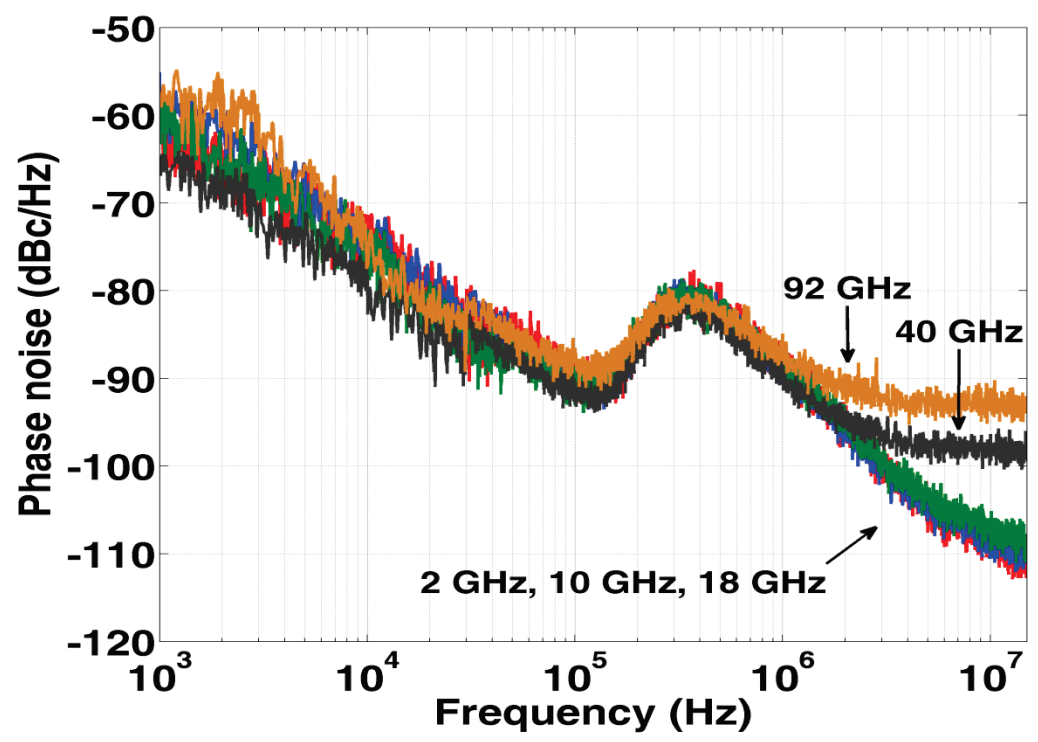
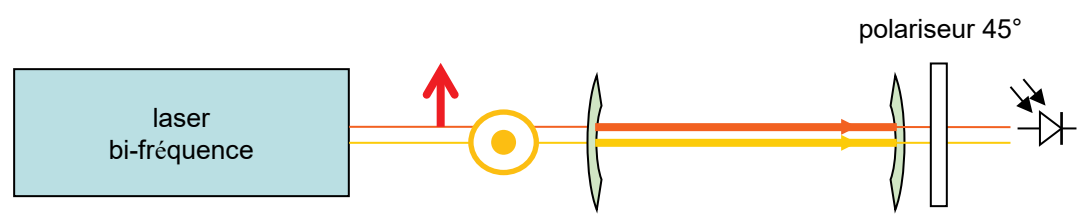
Génération d'ondes submillimétriques



Laser libre : bruit blanc très étendu

- Ne pas saturer le signal de correction
- Ne pas saturer le signal d'erreur
- Effets non-linéaires dans le signal d'erreur

Génération d'ondes submillimétriques



Thèse A. Hallal

Conclusions

performances simultanées :

- cavité de référence de fréquence optique
 - finesse (Q)
 - stabilité dimensionnelle
- boucle de stabilisation

Génération d'ondes hyperfréquences – submillimétriques

Fin (?) de la stabilisation des lasers :
les ondes gravitationnelles