



**HAL**  
open science

# CHOCS ÉLASTIQUES FRONTAUX DANS UN ESPACE QUADRIDIMENSIONNEL PLATONICIEN

Alain Jégat

► **To cite this version:**

Alain Jégat. CHOCS ÉLASTIQUES FRONTAUX DANS UN ESPACE QUADRIDIMENSIONNEL PLATONICIEN. 2016. hal-01333681

**HAL Id: hal-01333681**

**<https://hal.science/hal-01333681v1>**

Preprint submitted on 18 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Alain Jégat

## Résumé

À partir des concepts exposés dans les articles intitulés « Vers une modélisation de l'onde de phase de De Broglie dans un espace quadridimensionnel platonicien » et « Une idée de la masse d'une particule dans un espace quadridimensionnel platonicien », est développée ici l'étude, dans le cadre du modèle platonicien, du cas simple de la collision élastique de deux particules relativistes lors d'un choc frontal.

En proposant l'introduction complémentaire de quelques notions absolues et leur application à cette étude, cet article vise aussi à enrichir la palette d'outils disponible pour l'analyse, dans ce cadre géométrique, des phénomènes relativistes.

## Abstract

From the concepts presented in the articles entitled " Towards a modeling of De Broglie waves in a platonic quadridimensional space " and " An idea of the mass of a particle in a platonic quadridimensional space " is here developed the study , in this Platonic model , of the simple case of elastic collision of two relativistic particles during a frontal impact.

By proposing the introduction of some additional absolute concepts and their application to this study, this article also aims to enrich the toolbox available for analysis of relativistic phenomena in this geometrical framework.

## 1. Le cadre géométrique

Cette modélisation a pour cadre l'espace platonicien proposé dans les articles intitulés :

« UN MODÈLE PLATONICIEN (EUCLIDIEN-PROJECTIF) POUR LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE » (pré-publication hal-01081576, version 1).

« A PLATONIC (EUCLIDEAN-PROJECTIVE) MODEL FOR THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY » (pré-publication hal-01165196, version 1).

L'espace quadridimensionnel euclidien est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{h})$ , dont les axes sont notés  $(OX)$ ,  $(OY)$ ,  $(OZ)$ ,  $(Ow)$  ; la direction de la projection est celle du vecteur  $\vec{h}$ .

Suite aux articles hal-01205805, v1 et hal-01213062, v1, la notion relativiste de la masse d'une particule est décrite ici comme une conséquence de son interaction avec une stratification de l'espace quadridimensionnel platonicien par une suite d'hyperplans  $H^{(n)}$  orthogonaux à la direction de la projection  $\vec{h}$ , régulièrement espacés d'une distance  $\Delta w_0 > 0$ .

## 2. Introduction de quelques concepts absolus

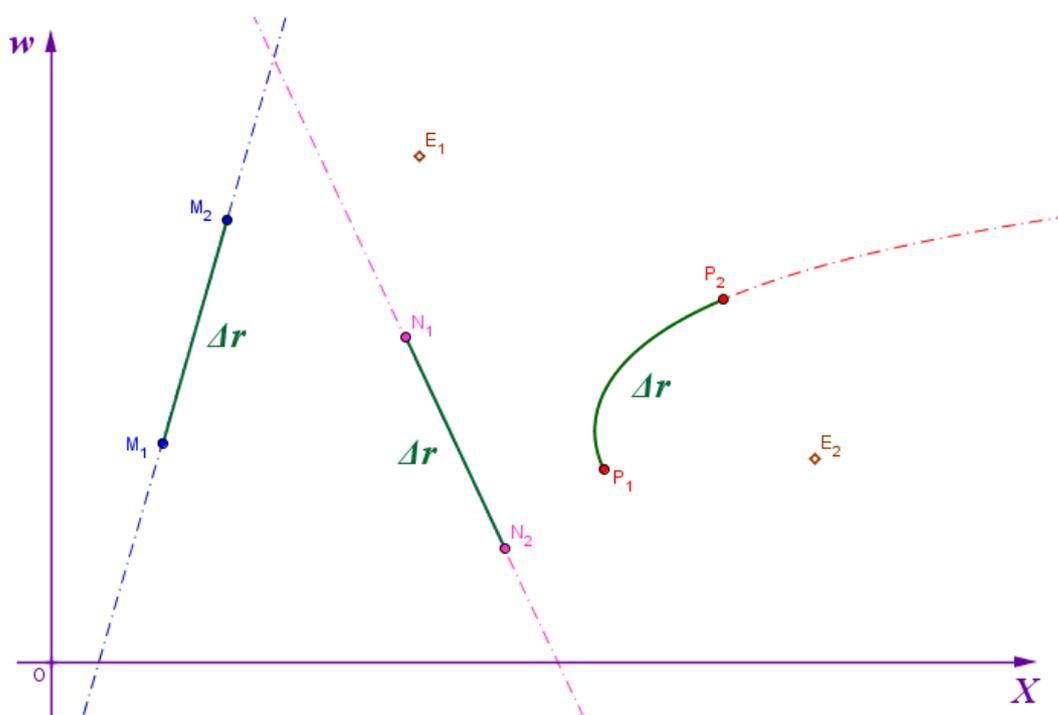
Ce paragraphe a pour but d'introduire quelques notions, qualifiées d'absolues, qui sont indépendantes de tout référentiel en mouvement dans l'espace platonicien.

L'application de ces notions absolues va permettre ici l'obtention des relations entre les trajectoires initiales et finales de deux particules relativistes entrant en collision élastique lors d'un choc frontal.

### 2.1. Notion de temps absolu

Compte-tenu du mouvement régulier des objets observés dans l'univers platonicien (« entre deux observations, les distances parcourues par tous les objets observés sont égales, quelle que soit leur trajectoire »), nous pouvons introduire une notion de durée absolue de la façon suivante :

"Le **temps absolu** entre deux événements est la distance parcourue par (tous) les mobiles entre ces deux événements".

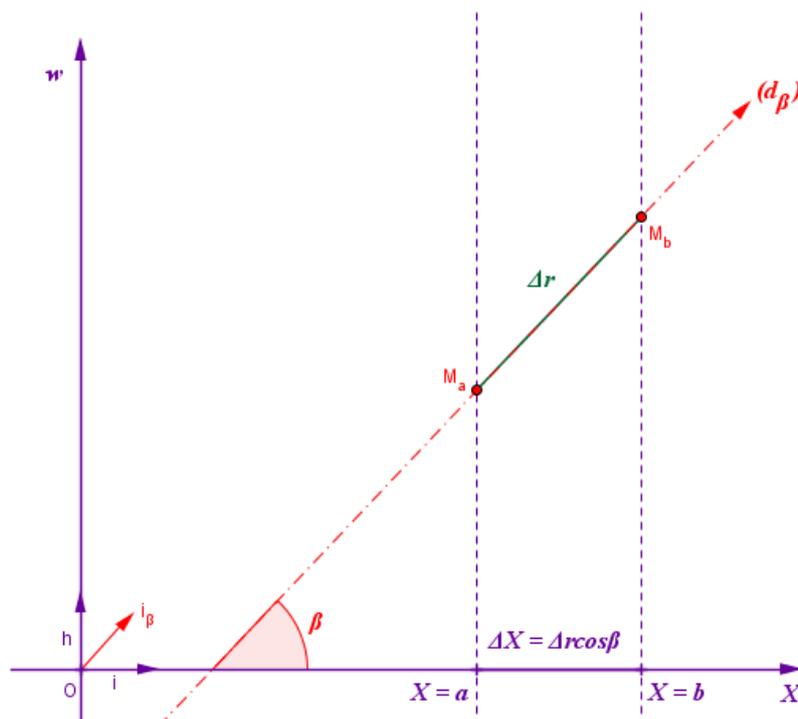


Ainsi, sur le schéma ci-dessus, si l'événement  $E_1$  se produit alors que les mobiles  $M$ ,  $N$  et  $P$  sont respectivement en  $M_1$ ,  $N_1$  et  $P_1$  et si l'événement  $E_2$  se produit alors que les mobiles  $M$ ,  $N$  et  $P$  sont respectivement en  $M_2$ ,  $N_2$  et  $P_2$ , on peut définir la **durée absolue**  $\Delta T$  séparant ces deux événements par  $\Delta T = \Delta r$ .

Il est à noter que, dans cet univers platonicien, on peut ainsi introduire une notion de temps absolu qui se mesure en **mètres**.

## 2.2. Vitesse absolue

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{h})$ , considérons un mobile ponctuel  $M$  dont la trajectoire rectiligne est dirigée selon un vecteur  $\vec{i}_\beta$ , avec  $(\vec{i}, \vec{i}_\beta) = \beta$  et deux droites distinctes d'équations  $X = a$  et  $X = b$ .



En posant  $\Delta X = b - a$ , nous pouvons définir ainsi la **vitesse absolue** de  $M$  par :

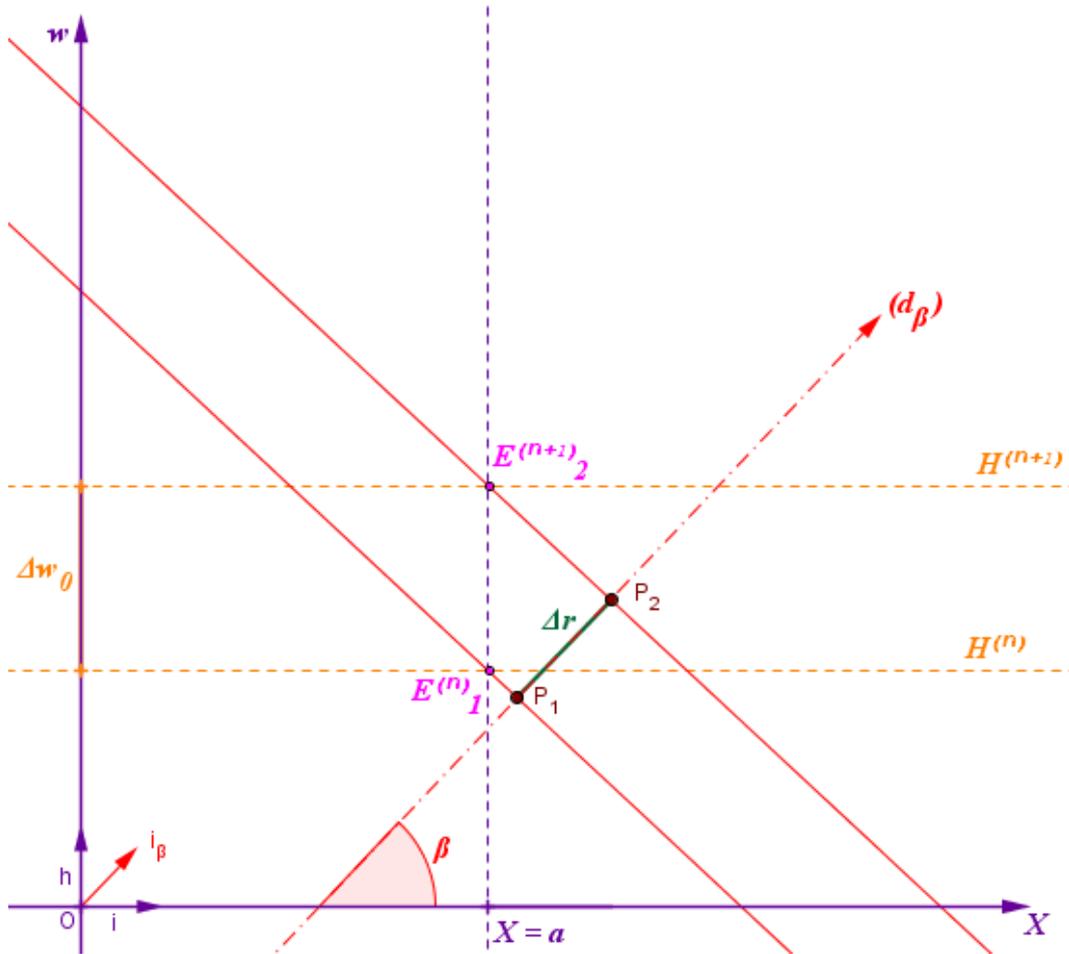
$$v_{abs} = \frac{\Delta X}{\Delta T} = \frac{\Delta r \cos \beta}{\Delta r} = \cos \beta.$$

À noter qu'ici la vitesse absolue de  $M$  est une grandeur sans unité.

### 2.3. Fréquence absolue d'une onde de phase

Considérons une particule ponctuelle  $P$  se déplaçant selon une trajectoire rectiligne dirigée par un vecteur  $\vec{i}_\beta$ , avec  $(\vec{i}, \vec{i}_\beta) = \beta$ , liée à une stratification de l'espace platonicien de distance  $\Delta w_0$ .

À cette particule peut ainsi être associée une onde de phase (cf articles cités en référence).



Considérons une droite d'équation  $X = a$ .

Nous pouvons définir la fréquence absolue de cette onde de phase en considérant deux de ses occurrences successives  $E_1^{(n)}$  et  $E_2^{(n+1)}$  en  $X = a$  (cf schéma ci-dessus).

L'intervalle de temps absolu séparant ces deux occurrences étant  $\Delta T = \Delta r = \Delta w_0 \sin \beta$ , la

**fréquence absolue** de l'onde de phase peut être donnée par :  $\nu_{abs} = \frac{1}{\Delta T} = \frac{1}{\Delta w_0 \sin \beta}$ .

À noter que cette fréquence absolue est exprimée en  $m^{-1}$ .

## 2.4. Énergie et masse absolues d'une particule

① En adoptant pour **quantum d'action absolu** la quantité  $h_{abs} = hc$  (en  $J.m$ ), associé à la fréquence absolue de l'onde de phase  $\nu_{abs} = \frac{1}{\Delta w_0 \sin \beta}$  (en  $m^{-1}$ ), nous sommes conduits à définir comme **énergie absolue** de la particule  $P$  (en  $J$ ) la quantité :

$$E_{abs} = h_{abs} \nu_{abs} = \frac{hc}{\Delta w_0 \sin \beta} .$$

Le lien entre l'énergie  $E_{abs}$  et l'énergie  $E$  de cette particule mesurée dans un référentiel  $R_\alpha$  (où  $\alpha$  est quelconque, non multiple de  $\pi$ ) est alors donné par :

$$E = E_{abs} \times \frac{1 - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha} = \frac{E_{abs} \sin \beta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} .$$

② À partir de ce résultat, on peut définir ainsi la notion de **masse absolue** (en kg):

$$m_{abs} = \frac{E_{abs}}{c^2} = \frac{h}{c \Delta w_0 \sin \beta} \quad \left( = \frac{m_0}{\sin \beta}, \text{ avec } m_0 = \frac{h}{c \Delta w_0} \right) .$$

(À noter que la relation induite  $\Delta w_0 = \frac{h}{cm_0}$  correspond pour  $\Delta w_0$  à la **longueur d'onde de Compton** d'une particule,  $m_0$  désignant la masse au repos de cette particule  $P$ .)

③ À noter que, dans  $R_\alpha$ , on obtient bien la cohérence suivante :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\Delta w_0} \times \frac{1 - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} = mc^2 ,$$

$$\text{avec } \nu = \frac{\nu_{abs} \sin \beta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\Delta w_0} \times \frac{1 - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\text{et } m = \frac{m_{abs} \sin \beta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h}{c \Delta w_0} \times \frac{1 - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} .$$

## 2.5. Quantité de mouvement absolue d'une particule

Par analogie avec la notion classique de quantité de mouvement d'une particule, nous définirons sa **quantité de mouvement absolue** comme étant égale au produit de sa vitesse absolue par sa masse absolue,

$$i.e. \quad P_{abs} = m_{abs} v_{abs} = \frac{h}{c \Delta w_0 \tan \beta} .$$

(À noter que cette quantité de mouvement absolue est exprimée en kg.)

## 3. Application aux chocs frontaux élastiques

### 3.1. Deux hypothèses

Considérons deux particules  $P_1$  et  $P_2$  dont les trajectoires rectilignes sont respectivement dirigées par les vecteurs  $\vec{i}_\beta$  et  $\vec{i}_\gamma$ , associées aux stratifications de distances respectives  $\Delta w_{01}$  et  $\Delta w_{02}$ .

Après le choc élastique de ces deux particules  $P_1$  et  $P_2$ , si nous désignons par  $\vec{i}_{\beta'}$  et  $\vec{i}_{\gamma'}$  les vecteurs directeurs de leurs nouvelles trajectoires, nous poserons comme hypothèses :

- ❶ la somme des énergies absolues est conservée,

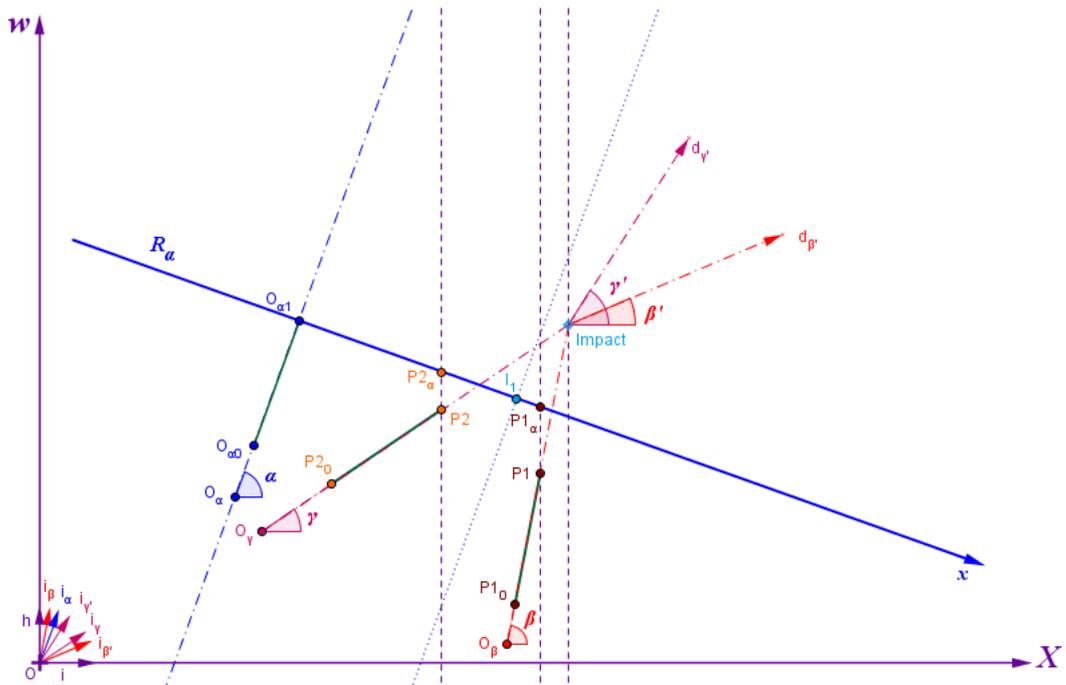
$$i.e. \quad \frac{hc}{\Delta w_{01} \sin \beta} + \frac{hc}{\Delta w_{02} \sin \gamma} = \frac{hc}{\Delta w_{01} \sin \beta'} + \frac{hc}{\Delta w_{02} \sin \gamma'} ;$$

- ❷ la quantité de mouvement absolue globale est conservée,

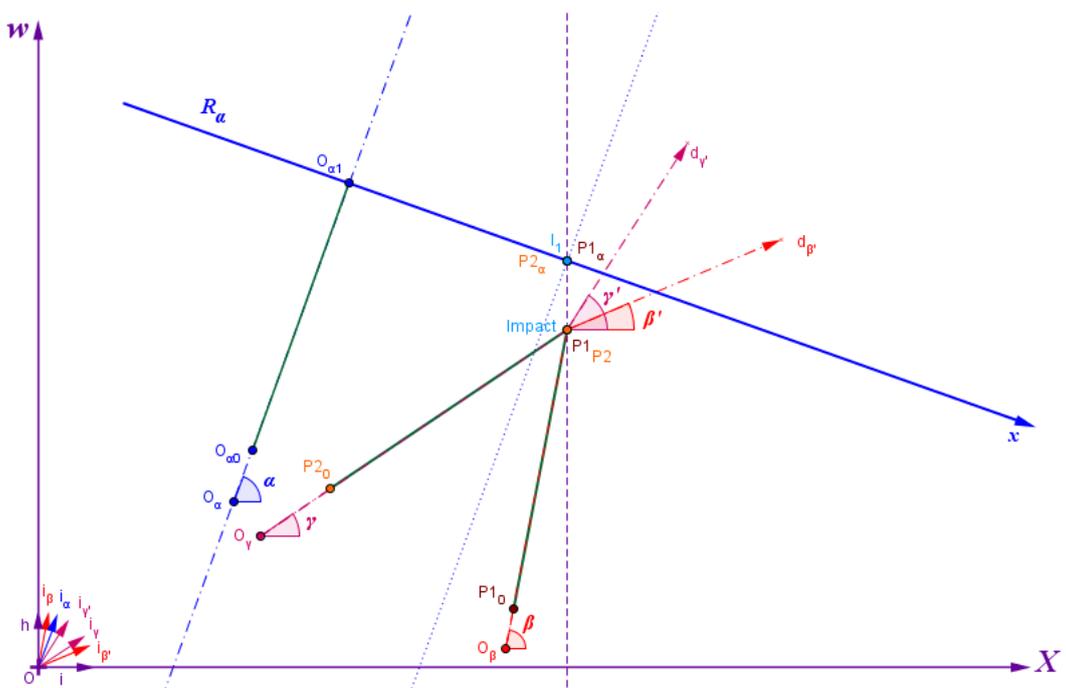
$$i.e. \quad \frac{h}{c \Delta w_{01} \tan \beta} + \frac{h}{c \Delta w_{02} \tan \gamma} = \frac{h}{c \Delta w_{01} \tan \beta'} + \frac{h}{c \Delta w_{02} \tan \gamma'} .$$

Avec les relations  $m_{01} = \frac{h}{c \Delta w_{01}}$  et  $m_{02} = \frac{h}{c \Delta w_{02}}$  (cf articles cités en référence), ces deux hypothèses vont conduire aux résultats exposés au paragraphe suivant.

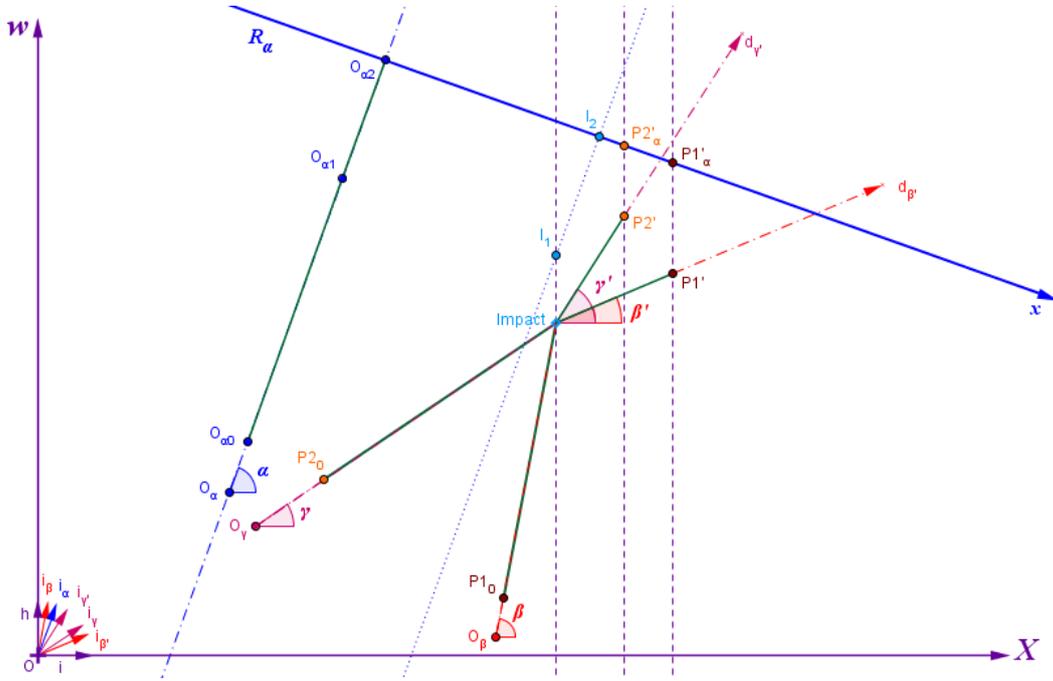
### 3.2. Chocs frontaux élastiques



- Figure 1 -



- Figure 2 -



- Figure 3 -

On considère deux particules  $P_1$  et  $P_2$  de masses au repos respectives  $m_{01}$  et  $m_{02}$  entrant en collision élastique dans l'espace platonicien au point « *Impact* » (cf. figure 2). Cet impact est perçu par l'observateur  $I_1$  du référentiel  $R_\alpha$  ; la trajectoire de cet observateur est matérialisée par une ligne pointillée bleue.

(À noter que dans l'espace platonicien, cette collision peut être représentée avec des valeurs distinctes de  $w(P_1)$  et  $w(P_2)$ . Ici, elles sont choisies égales sur la figure 2 par pure commodité graphique.)

Avant la collision, sur la figure 1, la trajectoire de  $P_1$  est dirigée selon un angle  $\beta$ , celle de  $P_2$  selon un angle  $\gamma$ . Les particules  $P_1$  et  $P_2$  sont perçues par  $R_\alpha$  en  $P_{1\alpha}$  et  $P_{2\alpha}$ .

Après la collision, la trajectoire de  $P_1$  est dirigée selon un angle  $\beta'$ , celle de  $P_2$  selon un angle  $\gamma'$ . Les particules  $P_1$  et  $P_2$ , désignées par  $P'_1$  et  $P'_2$ , sont perçues par  $R_\alpha$  en  $P'_{1\alpha}$  et  $P'_{2\alpha}$ .

À partir des deux hypothèses formulées au paragraphe précédent, ces deux derniers angles sont donnés, pour  $0 < \beta < \pi$  et  $0 < \gamma < \pi$ , par les relations suivantes (cf. expressions en fonction des masses au repos en fin d'article):

$$\cos \beta' = \cos \gamma + \frac{(\Delta w_{01}^2 - \Delta w_{02}^2)(\cos \gamma - \cos \beta) \sin^2 \gamma}{\Delta w_{01}^2 (1 - 2 \cos \beta \cos \gamma + \cos^2 \gamma) + \Delta w_{02}^2 \sin^2 \gamma + 2 \Delta w_{01} \Delta w_{02} \sin \beta \sin \gamma} ;$$

$$\cos \gamma' = \cos \beta + \frac{(\Delta w_{01}^2 - \Delta w_{02}^2)(\cos \gamma - \cos \beta) \sin^2 \beta}{\Delta w_{02}^2 (1 - 2 \cos \beta \cos \gamma + \cos^2 \beta) + \Delta w_{01}^2 \sin^2 \beta + 2 \Delta w_{01} \Delta w_{02} \sin \beta \sin \gamma} .$$

Il est à souligner que, d'une part, ces relations ont un caractère **absolu** dans la mesure où elles ne dépendent pas de l'angle  $\alpha$  du référentiel d'observation.

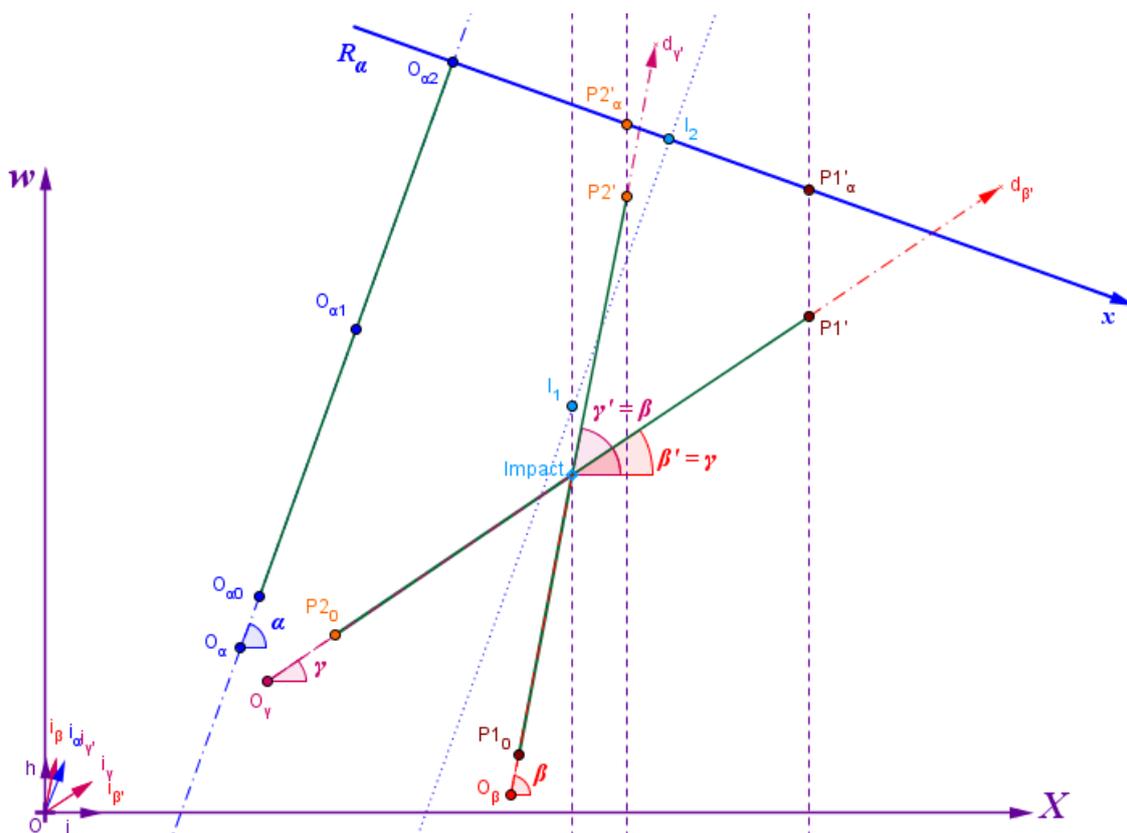
D'autre part, elles conduisent bien, quelle que soit la valeur de l'angle  $\alpha$  du référentiel d'observation, à la conservation dans ce référentiel des quantités de mouvement et de l'énergie globales, à savoir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m_{01}v_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}v_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{m_{01}v_1'}{\sqrt{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}v_2'}{\sqrt{1-\frac{v_2'^2}{c^2}}} \\ \frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = \frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}} + \frac{m_{02}c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2'^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

$$i.e. \left\{ \begin{array}{l} m_{01} \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \beta} + m_{02} \frac{\cos \gamma - \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \gamma} = m_{01} \frac{\cos \beta' - \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \beta'} + m_{02} \frac{\cos \gamma' - \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \gamma'} \\ m_{01} \frac{1 - \cos \beta \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \beta} + m_{02} \frac{1 - \cos \gamma \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \gamma} = m_{01} \frac{1 - \cos \beta' \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \beta'} + m_{02} \frac{1 - \cos \gamma' \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \gamma'} \end{array} \right.$$

### 3.3. Étude de quelques cas particuliers

① Tout d'abord, le cas où  $\Delta w_{01} = \Delta w_{02}$  (i.e.  $m_{01} = m_{02}$ ) présente, indépendamment du référentiel d'observation  $R_\alpha$ , une **symétrie** géométrique dont la simplicité mérite d'être soulignée. En effet, dans ce cas, les formules précédentes conduisent à  $\beta' = \gamma$  et  $\gamma' = \beta$ .

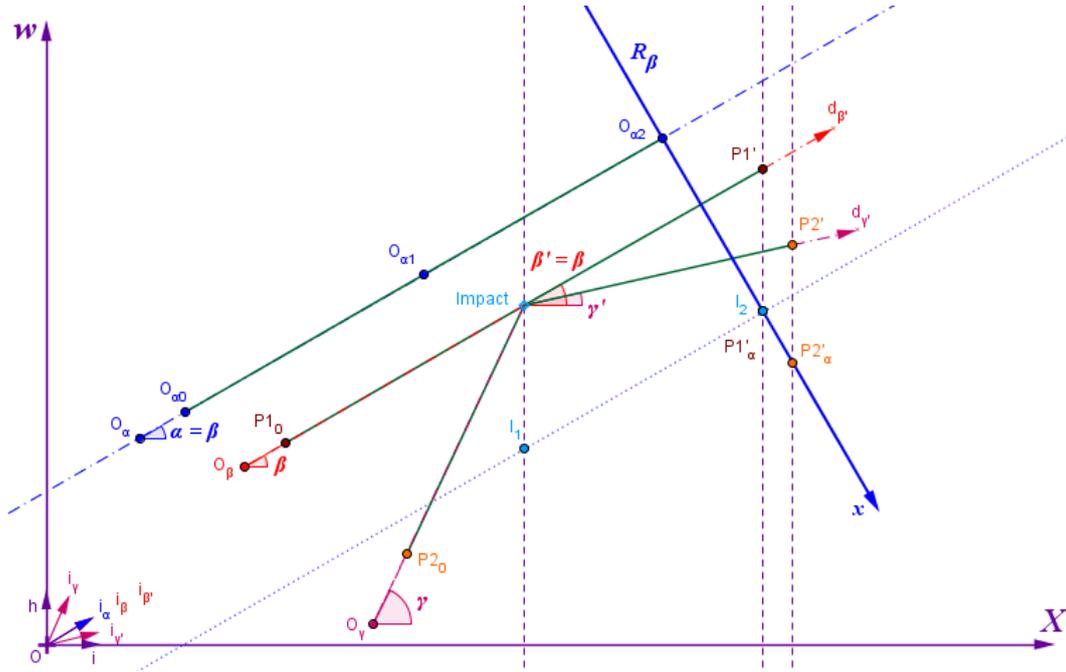


② Si  $\Delta w_{01} \rightarrow 0$  ou si  $\Delta w_{02} \rightarrow +\infty$ , alors  $\beta' \rightarrow \beta$  et  $\cos \gamma' \rightarrow \frac{2 \cos \beta - \cos \gamma (1 + \cos^2 \beta)}{1 + \cos^2 \beta - 2 \cos \beta \cos \gamma}$ .

Ce dernier résultat, d'apparence obscure, se traduit juste par le fait que, dans tout référentiel  $R_\beta$  où la particule  $P_1$  est au repos, les vitesses de  $P_2$  et  $P_2'$  sont **opposées**.

En effet, dans ce référentiel on a (cf. hal-01081576, v1) :  $\frac{v_\beta(P_2)}{c} = \frac{\cos \gamma - \cos \beta}{1 - \cos \beta \cos \gamma}$

et on obtient, après simplifications :  $\frac{v_\beta(P_2')}{c} = \frac{\cos \gamma' - \cos \beta}{1 - \cos \beta \cos \gamma'} = -\frac{\cos \gamma - \cos \beta}{1 - \cos \beta \cos \gamma}$ .



③ De façon symétrique, si  $\Delta w_{01} \rightarrow +\infty$  ou si  $\Delta w_{02} \rightarrow 0$ , alors on obtient  $\gamma' \rightarrow \gamma$  et

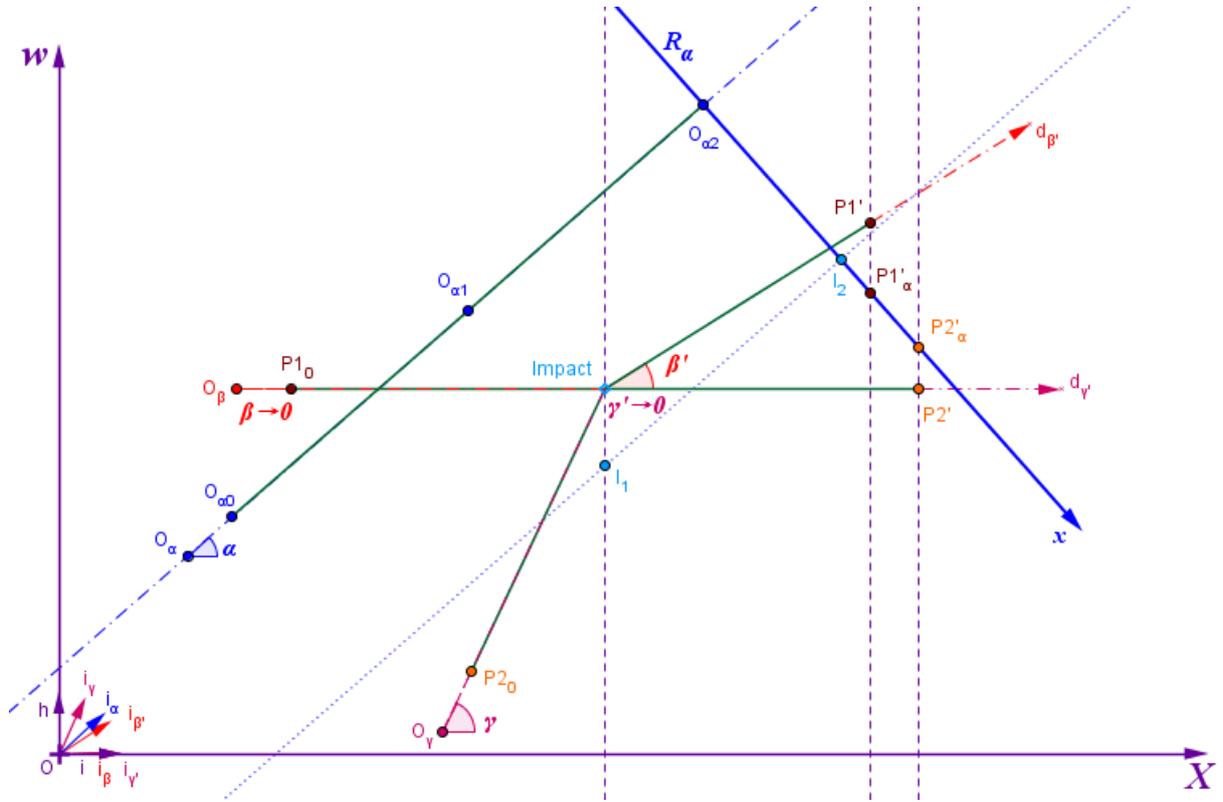
$$\cos \beta' \rightarrow \frac{2 \cos \gamma - \cos \beta (1 + \cos^2 \gamma)}{1 + \cos^2 \gamma - 2 \cos \beta \cos \gamma}.$$

④ • Si  $\beta \rightarrow 0$  (i.e. si  $v(P_1) \rightarrow c$ ), alors  $\cos \beta' \rightarrow \frac{\Delta w_{02}^2 (1 + \cos \gamma) - \Delta w_{01}^2 (1 - \cos \gamma)}{\Delta w_{02}^2 (1 + \cos \gamma) + \Delta w_{01}^2 (1 - \cos \gamma)}$

et  $\gamma' \rightarrow 0$  (i.e.  $v(P_2') \rightarrow c$ ).

• Si  $\beta \rightarrow \pi$  (i.e. si  $v(P_1) \rightarrow -c$ ), alors  $\cos \beta' \rightarrow \frac{\Delta w_{01}^2 (1 + \cos \gamma) - \Delta w_{02}^2 (1 - \cos \gamma)}{\Delta w_{01}^2 (1 + \cos \gamma) + \Delta w_{02}^2 (1 - \cos \gamma)}$

et  $\gamma' \rightarrow \pi$  (i.e.  $v(P_2') \rightarrow -c$ ).



④ • Si  $\gamma \rightarrow 0$  (i.e. si  $v(P_2) \rightarrow c$ ), alors  $\cos \gamma' \rightarrow \frac{\Delta w_{01}^2 (1 + \cos \beta) - \Delta w_{02}^2 (1 - \cos \beta)}{\Delta w_{01}^2 (1 + \cos \beta) + \Delta w_{02}^2 (1 - \cos \beta)}$   
 et  $\beta' \rightarrow 0$  (i.e.  $v(P_1') \rightarrow c$ ).

• Si  $\gamma \rightarrow \pi$  (i.e. si  $v(P_2) \rightarrow -c$ ), alors  $\cos \gamma' \rightarrow \frac{\Delta w_{02}^2 (1 + \cos \beta) - \Delta w_{01}^2 (1 - \cos \beta)}{\Delta w_{02}^2 (1 + \cos \beta) + \Delta w_{01}^2 (1 - \cos \beta)}$   
 et  $\beta' \rightarrow \pi$  (i.e.  $v(P_1') \rightarrow -c$ ).

#### 4. Expressions de $\cos(\beta')$ et $\cos(\gamma')$ en fonction des masses au repos

$$\cos \beta' = \cos \gamma + \frac{(m_{02}^2 - m_{01}^2)(\cos \gamma - \cos \beta) \sin^2 \gamma}{m_{02}^2 (1 - 2 \cos \beta \cos \gamma + \cos^2 \gamma) + m_{01}^2 \sin^2 \gamma + 2m_{01}m_{02} \sin \beta \sin \gamma};$$

$$\cos \gamma' = \cos \beta + \frac{(m_{02}^2 - m_{01}^2)(\cos \gamma - \cos \beta) \sin^2 \beta}{m_{01}^2 (1 - 2 \cos \beta \cos \gamma + \cos^2 \beta) + m_{02}^2 \sin^2 \beta + 2m_{01}m_{02} \sin \beta \sin \gamma}.$$

## 5. Conclusion

À travers cette étude, cet article vise à montrer que l'introduction de concepts absolus (énergie, quantité de mouvement,...) permet de modéliser aisément des phénomènes relativistes dans le cadre platonicien.

À partir de ce constat, il semble prometteur d'en poursuivre l'application (par exemple aux chocs élastiques relativistes bi-dimensionnels ou aux chocs inélastiques), voire d'en élargir le nombre (par exemple en introduisant le concept de moment cinétique absolu) pour résoudre la modélisation d'autres problèmes, tel le problème à deux corps.

Et au-delà s'impose bien sûr la recherche de la compréhension profonde des liens entre ces concepts d'énergie, de quantité de mouvement, de moment cinétique absolu et les structures géométriques proposées de l'espace platonicien.

## 6. Bibliographie

Jégat, Alain (2014) , " De l'Allégorie de la Caverne à la Relativité Restreinte", Les Éditions du Net, ISBN: 978-2-312-02454-7.

L.D. Landau & E.M. Lifshitz Mechanics (Volume 1 of A Course of Theoretical Physics) Pergamon Press 1969.

Le cours de physique de Feynman - Mécanique 1, Dunod, ISBN-13: 978-2100597437.

Relativité : Fondements et applications ; José-Philippe Pérez ; Dunod ISBN-13: 978-2100043736.