HAL
open science

La prise en compte du collectif dans l'analyse de deux parcours d'étude et de recherche en ligne

Berta Barquero, Ignasi Florensa, Thomas Hausberger, Avenilde Romo

To cite this version:

Berta Barquero, Ignasi Florensa, Thomas Hausberger, Avenilde Romo. La prise en compte du collectif dans l'analyse de deux parcours d'étude et de recherche en ligne. Yves Matheron; Ghislaine Gueudet; Serge Quilio; Tomás angel Sierra; Luc trouche; Carl Winslow; Sylvaine Besnier; Valentina Celi; Charlotte Derouet; Dominique Forest; Mariza Krysinska. Enjeux et débats en didactique des mathématiques : 18ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, La pensée sauvage, pp.457-486, 2016, 978-2-85919-315-7. hal-01323676

HAL Id: hal-01323676

https://hal.science/hal-01323676v1

Submitted on 20 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA PRISE EN COMPTE DU COLLECTIF DANS L'ANALYSE DE DEUX PARCOURS D'ÉTUDE ET DE RECHERCHE EN LIGNE

Berta Barquero[1], Ignasi Florensa[2], Thomas Hausberger[3], Avenilde Romo[4]

INTRODUCTION

Dans ce texte nous illustrons l'analyse de la dimension collective de l'activité mathématique réalisée dans un contexte didactique. Pour cela, nous utilisons le schéma Herbartian enrichi avec l'étude de certaines dialectiques (Chevallard 2008, 2009 et 2011), nos analyses sont centrées dans deux cas empiriques des processus didactiques en ligne. Un parcours d'étude et de recherche pour la formation des enseignants des mathématiques en service dans la modalité en lige et à distance et un forum mathématique ouvert qui est devenu un processus didactique scolaire spontané.

La conception, l'expérimentation et l'analyse de différents parcours d'étude et de recherche (PER) mis en place pendant ces dix dernières années dans différents contextes institutionnels (Sierra 2006; Barquero 2009; Ruiz-Higueras & García 2011; Otero et al. 2012 ; Parra et al. 2013; Jessen 2014; entre autres) ont mis en évidence le manque d'infrastructures mathématiques, didactiques et pédagogiques nécessaires pour assurer leur viabilité écologique à long terme. La gestion de la dialectique entre étude et recherche qui est au cœur des PER apparaît dans ce cadre comme une question ouverte qui n'a pas encore été abordée spécifiquement et dont la dimension collective est incontournable. Nous examinerons dans cet atelier des réponses partielles à cette question en forme de nouveaux dispositifs didactiques expérimentés dans des situations concrètes et visant à organiser les passages entre le travail individuel, le travail en petit groupe et le travail en grand groupe. Nous utiliserons pour cela des matériaux obtenus dans le cas de deux PER très différents. Le premier est un PER mis en place dans la cadre d'une formation continue de professeurs du secondaire en ligne. Le deuxième est un PER spontané (qui est apparu sans le motiver intentionnellement) observé lors du déroulement d'un forum en ligne de mathématiques.

Le principal outil que nous utiliserons pour l'analyse est le schéma Herbartien (Chevallard 2008) dont les principaux composant sont un système didactique $S(X, Y, Q)$ qui se crée lorsqu'un groupe d'étudiants X et un groupe de professeurs Y s'engagent dans l'étude d'une question Q pour y apporter une réponse $R^{\heartsuit}$. Le parcours active pour cela un milieu didactique M formé par un ensemble de questions dérivées Q_i, de réponses disponibles ou accessibles $R^{\diamondsuit}_j$ et d'autres objets matériels ou de savoir O_k, parmi lesquels se trouvent des données empiriques, des outils de toute sorte, des connaissances et croyances partagées, etc. Le schéma herbartien se symbolise habituellement par : $[S(X ; Y ; Q) \wr M] \sum R^{\heartsuit}$ ou sous la forme développée suivante :

$$[S(X ; Y ; Q) \wr \{Q_1, Q_2, \ldots, Q_m, R^{\diamondsuit}_{m+1}, R^{\diamondsuit}_{m+2}, \ldots, R^{\diamondsuit}_n, O_{n+1}, O_{n+2}, \ldots, O_p\}] \sum R^{\heartsuit}$$

La question initiale Q appelle donc à la construction de réponses partielles $R^{\heartsuit}_i$ ou à la mobilisation de réponses $R^{\diamondsuit}_j$ déjà construites, à déconstruire à partir des œuvres disponibles

[1] Dep. Didàctica de les CCEE i la Matemàtica, Universitat de Barcelona, bbarquero@ub.edu
[2] Escola Universitària Salesiana de Sarrià et Grup ASISTEMBE, IQS, Univ. Ramon Llull, iflorensa@euss.es
[3] Equipe DEMa du laboratoire IMAG, Université de Montpellier, thomas.hausberger@umontpellier.fr
[4] CICATA, Instituto Politécnico Nacional, México, aromov@ipn.mx

O_k afin de produire de nouvelles réponses $R^{\heartsuit}_i$ en faisant émerger de nouvelles questions Q_k. Il s'agit là de la *dialectique des questions et des réponses* qui permet de décrire le milieu *M* ainsi que la dynamique des échanges. Cette dialectique est intimement liée à la *chronogenèse* de l'étude, dès le moment que l'on considère que ce sont les questions et les réponses (et non pas les savoirs et outils mobilisés) qui contribuent à marquer l'avancée de l'étude.

Nous allons utiliser dans ce qui suit deux autres dialectiques principales. La première est celle *des média et des milieux* (Chevallard 2008) qui nourrit le jeu de déconstruction et reconstruction des réponses disponibles fournies pas des médias à intention didactique par leur confrontation avec un environnement expérimental neutre, sans intention didactique. Cette dialectique correspond à la *mésogenèse* du processus d'étude. La dernière dialectique que nous considérerons ici est celle de *l'individu et du collectif*. Elle régule les échanges au sein du collectif d'étudiants *X*, de professeurs *Y* et du système didactique lui-même $S(X ; Y ; Q)$ entre les individus *x* et *y* et les sous-groupes qui peuvent se former tout au long du processus d'étude. Cette dialectique, qui correspond à la *topogenèse* du processus d'étude, se joue dans les différentes responsabilités assumées par les uns et les autres vis-à-vis des différents éléments et moments du processus : qui pose les questions, qui les reçoit et les assume comme propres, qui apporte des réponses disponibles, qui partage les éléments du milieu avec qui, etc. C'est cette dernière dialectique, encore peu étudiée en TAD, qui nous occupera principalement dans cet atelier. Mais, comme on le verra plus loin, sa prise en compte requiert une certaine explicitation des principaux éléments du processus d'étude et de recherche, c'est-à-dire de la *chronogenèse* et de la *mesogenèse*, que nous situons dans un plan antérieur de l'analyse (Barquero & Bosch 2015).

LE CAS DU PER EN LIGNE POUR LA FORMATION DE PROFESSEURS

Les PER et la formation des professeurs

Les PER qui font partie de la formation de professeurs (PER-FP) sont basés sur deux hypothèses :

1) *Les questions de la profession doivent être situées au cœur de la formation des professeurs*. Celle-ci doit inclure le questionnement et le développement de praxéologies didactiques, les processus transpositifs et, en particulier, questionner les modèles épistémologiques dominants (centrés dans l'exposition des théorèmes, définitions, propriétés, associée à un langage formel) de l'enseignement des mathématiques.

2) La formation des professeurs doit apporter des outils théoriques pour s'émanciper du paradigme de la « visite des œuvres ». Même si c'est le milieu où le professeur devra apprendre initialement à développer sa pratique professionnelle, la formation ne peut pas s'enfermer dans le paradigme pédagogique dominant mais s'ouvrir vers le nouveau paradigme du questionnement du monde à partir duquel celui de la visite des œuvres peut être questionné, ce qui est un premier pas pour le faire évoluer.

De manière générale, nous pouvons signaler que les PER- FP doivent permettre de :

- Aider les professeurs à questionner et à étudier le paradigme dominant d'un point de vue extérieur ;
- Apporter des outils pertinents pour l'analyse épistémologique et didactique des processus d'enseignement et d'apprentissage ;
- Élaborer de façon conjointe de nouvelles infrastructures mathématiques et didactiques qui permettent aux futurs professeurs d'apporter des réponses aux questions de leur profession (ou, au moins, les identifier).

Selon les hypothèses précédentes, l'organisation d'un PER-FP suit en général cinq étapes. La première consiste à formuler une question ouverte de la profession (Comment enseigner la proportionnalité, l'algèbre, les entiers, la régression linéaire ? Quelles sont leurs raisons d'être à l'école et au-delà de l'école) et à analyser les réponses (ou ressources disponibles pour y apporter des éléments de réponse). La deuxième étape est d'expérimenter des PER proches à ce qui pourrait exister dans les classes et en relation avec la question de la profession abordée. La troisième étape consiste à analyser le processus d'étude et de recherche vécu, aussi bien du point de vue mathématique ou praxéologique (que s'est-il passé ?) que didactique (qu'a-t-on fait pour que cela soit possible ?). Les quatrième et cinquième étapes, plus difficiles à mettre en place dans la formation initiale, correspondent à l'adaptation et réalisation d'un PER dans des conditions scolaires ordinaires suivies de l'analyse du PER expérimenté et sa reprise pour des mises en œuvre postérieures.

Dans le cadre du master en ligne du Centre de Recherche en Science Appliquée et Technologie Avancée de l'Institut National Polytechnique au Mexique (CICATA-IPN) consacré à la formation continue des enseignants de mathématiques du niveau secondaire au Mexique et plus largement en Amérique Latine, nous avons conçu une unité d'enseignement (UE) centrée sur les questions de la profession : comment analyser, adapter, développer et intégrer à notre pratique d'enseignement un processus didactique qui prenne en charge la modélisation mathématique ? Comment soutenir institutionnellement les processus d'apprentissage à long terme basés sur la modélisation ? Quelles difficultés doit-on affronter ? Quels outils didactiques pour rendre possible ce processus ? Quelles nouvelles questions vont apparaître et comment les aborder ?

Ces questions sont travaillées à travers de l'étude d'un cas sur la prévision de ventes en considérant quatre étapes de l'analyse didactique, adaptées de celles présentées dans la section précédente: (1) Analyse épistémologique, (2) Analyse didactique *a priori*, (3) Expérimentation et analyses *in vivo* et *a posteriori* et (4) Analyse écologique. Le processus didactique intégrant la modélisation mathématique que nous avons choisi pour cette UE est un PER sur les prévisions de ventes de DESIGUAL. Ce PER est un produit de la recherche en didactique des mathématiques qui avait été expérimenté avec des étudiants en première année d'école de commerce (18-19 ans) (Serrano 2013). La classe assumait le rôle d'une équipe de consultants composé par des sous-équipes de 3-4 étudiants. Chaque équipe devait livrer un rapport final en réponse à la demande de DESIGUAL. Une question génératrice Q_0 assez ouverte, « comment faire une prévison de ventes à court et long termes à partir des données sur des ventes de l'entreprise ? », servait de point de départ. Elle faisait émerger le besoin d'utiliser différents modèles fonctionnels pour ajuster les données numériques, de nouveaux modèles pour mesurer l'erreur entre les données et les prévisions (erreur absolue ou écart quadratique moyen), ainsi que des outils pour choisir parmi les différents modèles de prévision (taux de variation, dérivée, etc.).

L'unité d'enseignement centrée sur un PER-FP dans la modalité en ligne et à distance

L'unité d'enseignement a été conçue avec trois objectifs. Le premier était de produire une adaptation de la méthodologie PER-FP, proposée initialement par Sierra (2006) et raffinée par Ruíz-Olarría (2015), à la modalité en ligne et à distance. Le deuxième objectif était d'analyser les effets de la formation sur la manière dont les enseignants peuvent analyser, adapter, valider et développer une proposition didactique basée sur la modélisation mathématique. Finalement, notre dernier objectif était d'observer comment les outils d'analyse didactique proposés permettent aux enseignants d'identifier les principales contraintes institutionnelles qui font obstacle à l'intégration de la modélisation mathématique comme activité « normalisée » dans la classe.

En ce qui concerne les modalités pratiques, cette unité a été mise en place à l'aide de la plate-forme Moodle. Elle est présentée à travers un document montrant l'objectif général de l'UE, les quatre activités à réaliser, le calendrier, la forme d'évaluation et un forum général nommé « Cafétéria » ouvert tout au long du cours pour permettre aux participants (étudiants et formateurs) de poser des questions, animer un débat ou partager une réflexion. Les formateurs s'expriment en produisant des petites vidéos (réactions générales), en intervenant dans les forums (pour réagir ou animer un débat dans un petit groupe) et en partageant des documents (articles, matériel didactiques, guides, etc.) pour le développement des activités (voir figure 1).

Figure 1. *– Interface du cours en ligne.*

La durée de l'UE est de quatre semaines et nous avons proposé quatre activités avec différentes phases qui correspondent aux quatre étapes de l'analyse didactique signalés plus haut, suivant aussi, de façon générale, la méthodologie PER-FP (Sierra 2006 et Ruíz-Olarría 2015). La premiére activité était centrée sur le PER Prévision de ventes pour Desigual (vivre le PER) dont le rôle des professeurs est celui de consultants « junior » et le rôle des formateurs de consultants « senior » d'une entreprise de *consulting* mathématique (PI&SA). L'objectif de cette activité est de rentrer dans l'activité mathématique associé au PER et de produire une première analyse épistémologique. Trois phases ont était proposées :

Phase 1 : Répondre à la commande de Desigual. Préparer un premier rapport aux questions demandées. Pour cela, la classe de 15 professeurs avait été organisée en équipes de trois membres et chaque équipe devait étudier deux variables en interagissant sur un forum. Chaque équipe a travaillé avec un formateur qui était « le chef » (consultant senior) chargé de poser des questions stimulant le travail mathématique pour obtenir une prévision « adéquate ». A titre d'exemple, nous présentons ci-après la variable 9 qui montre l'évolution des ventes hebdomadaires de t-shirts *one-print* au magasin des Ramblas de Barcelone.(tableau 1) :

Semaine	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Ventes	233	112	118	130	116	151	159	173	175	230	210

Tableau 1. *– Évolution des ventes de t-shirts one-print au magasin des Ramblas de Barcelone.*

Pour la phase 2, deux équipes comparent les rapports qu'elles ont produits dans un nouveau forum, dans l'objectif d'avoir une première mise en commun confrontant les résultats obtenus. Deux formateurs participent aussi à ce forum, en soulignant les questions que chaque équipe a posées, les modèles qui ont été proposés, les réponses apportées, etc. Cette phase a un niveau d'interaction différent (2 équipes et 2 formateurs). Dans la phase 3, chaque équipe doit présenter un rapport final commun accompagné d'une analyse du processus suivi et des difficultés rencontrées.

L'activité 2 de l'UE est consacrée à la production d'une fiche didactique (appelée « guide didactique »). Cette fiche est un document, produit d'abord de manière individuelle, qui devrait permettre à un collègue professeur de mettre en place ce PER (qu'on a appelé « materiel didactique ») dans une classe ordinaire. Il s'agit d'avoir une première réfléxion didactique sur le processus d'étude et d'en proposer une « adaptation » à partir des connaissances professionnelles des participants, ainsi que des principales contraintes institutionnelles sous lesquelles ils doivent agir (et dont ils sont peu conscients). Dans une deuxième phase, les guides individuels sont analysés en équipe pour susciter la confrontation et la mise en avant des éléments de la technologie didactique utilisés pour effectuer et justifier les choix proposés. Dans la troisième phase, chaque équipe doit arriver à produire un guide commun en négociant les choix opérés et les critères utilisés. L'interaction a lieu dans un forum où participent l'équipe des professeurs et un formateur. À la fin de la deuxième phase, les formateurs produisent une vidéo pour réagir aux intéractions de chaque équipe. Cette activité avec ces trois phases permet un premier questionnement des praxéologies didactiques spontanées des professeurs, leur description et dynamique.

L'activité 3 est consacrée à l'expérimentation de l'adaptation du PER Desigual dans une classe ordinaire ou bien dans un petit groupe d'étudiants volontaires. Rappelons que les professeurs participant à cette UE sont des professeurs en exercice, ce qui rend une expérimentation, si minimale soit-elle, possible. Les professeurs jouent ici le rôle d'ingénieur-didacticien : ils mettent en place un PER (dispositif didactique) et l'analysent en suivant quatre phases. La première phase est celle de la planification de l'expérimentation dont le guide didactique commun fonctionne comme analyse a priori. La deuxième phase est consacrée à la mise en place du PER, la troisième à l'analyse *a posteriori* et la quatrième à produire un rapport d'expérimentation, avec une description des contraintes rencontrées et des possibilités de les surmonter. Cette activité est cruciale car elle permet aux professeurs de questionner la viabilité des PER, de rendre visibles les conditions et contraintes institutionnelles et aussi la manière de les modifier.

L'activité 4 est celle de la production d'une fiche finale à partir des analyses mathématiques et didactiques. Le rôle des professeurs est donc celui d'« analystes mathématiques et didactiques ». Dans la première phase une mise en commun d'expérimentations est faite ; cela permet ensuite de réviser le guide didactique de l'équipe (phase 2) puis de produire le guide didactique final par équipe. Pour ce faire, un document produit par les formateurs montrant les différents types d'analyses (mathématique, didactique et écologique) est fourni. Ce document est basé sur des éléments théoriques mais aussi des exemples de l'activité 1 (analyse mathématique) de l'activité 2 (analyse didactique) et de l'activité 3 (analyse écologique).

Ces quatre activités et ses différentes phases montrent une adaptation de la méthodologie proposée par Ruíz-Olarría (2015). Dans la première activité, le PER sur la prévision de ventes est vécu par les professeurs. Le travail collectif s'y déroule dans un forum qui ne permet pas de partager l'activité mathématique directement, mais à travers des fichiers (Excel et Geogebra). La communication écrite et asynchrone est privilégiée, ce qui favorise la réflexion, mais ne permet pas d'engendrer une dynamique régulière au sein des équipes : une réaction peut arriver lorsque une proposition a déjà évolué ou n'est plus d'actualité. Par contre, le forum constitue en soi une bonne trace du parcours d'étude et de recherche vécu par les participants, ce qui rend plus faciles certaines interventions des formateurs et, surtout, son analyse *a posteriori*.

L'activité 2 permet de susciter une première analyse didactique spontanée et permet aussi de voir comment une grande partie des professeurs, soumis aux contraintes institutionnelles de leur propre système scolaire, essayent de « fermer » le PER et de le rendre conforme au paradigme pédagogique dominant. Le rôle des formateurs est ici fondamental pour

questionner la possibilité d'adapter et d'expérimenter le PER, en rappelant aux professeurs les démarches qu'ils ont déjà vécues lors de l'activité 1. L'activité 3 permet généralement aux professeurs de voir que de nouvelles formes d'étude scolaire sont possibles, bien que sous des conditions très exigeantes. Même si le temps consacré à l'expérimentation n'est pas suffisant, beaucoup d'enseignants affirment après-coup regretter d'avoir fermé le PER. Finalement, l'activité 4 permet de montrer les potentialités des outils didactiques pour faire une analyse des processus vécus (en tant qu'étudiant, que professeur et qu'analyste) selon les trois dimensions mathématique, didactique et écologique. Signalons que le guide didactique nous est apparu comme un dispositif qui permet de faire évoluer l'analyse du PER et de faire apparaitre tant les connaissances professionnelles spontanées que leur évolution par la prise en compte de nouveaux éléments théoriques et méthodologiques de la didactique.

PREMIER NIVEAU D'ANALYSE : LE "QUESTION-GRAMME"

Identification des dialectiques questions-réponses et média-milieu

Pour définir et caractériser une grande partie des éléments du schéma herbartien du PER vécu par les enseignants dans le cadre de la formation en ligne mis en œuvre au CICATA, nous proposons d'utiliser les trois dialectique correspondant aux trois niveaux précédemment établis de la *chronogenèse*, *topogenèse* et *mésogenèse*. Cette section présente un premier niveau d'analyse contenant, d'abord, la dialectique des questions-réponses mettant l'accent sur les aspects qui concernent plus spécifiquement la chronogenèse et, d'autre part, la dialectique des média-milieux correspondant à la mésogenèse. Nous aborderons dans la section suivante la dialectique individu-collectif pour essayer de dégager des aspects plus spécifiques de la topogenèse.

A partir du travail de Winsløw, Matheron et Mercier (2013), nous avons choisi d'utiliser des schémas de questions et réponses, que nous avons appelé « question-grammes », comme représentation matérielle des PER : étant donné qu'un PER est un processus d'enquête, il semble en effet opportun de demander aux chercheurs de modéliser les connaissances mathématiques mobilisées comme une séquence de questions (à partir d'une question génératrice) et des réponses dérivées. En TAD, ces schémas ont été utilisés dans de multiples contextes, tout spécialement dans le but d'analyser le travail des étudiants dans un PER individuel (Jessen 2014; Barquero & Bosch 2015) et dans la mise en place de PER pour la formation initiale d'enseignants, où ils sont proposés comme outils d'analyse des activités mathématiques développées par les élèves-professeurs (Ruíz-Olarría 2015; Barquero et al. 2015).

La stratégie qui consiste à considérer des séquences de questions et réponses comme modèle épistémologique n'est, bien sûr, pas nouvelle. On peut tracer ses fondements dans les dialogues socratiques qui ont été repris, par exemple, dans les théories de Lakatos (1984) sur les programmes de recherche scientifique. Un autre modèle remarquable basé sur ces derniers est le modèle interrogatif d'enquête (IMI) initié par Hintikka (1982). Ce modèle conçoit les processus de découverte comme des « jeux » où un enquêteur (ou un groupe d'enquêteurs) soumis à une source d'information (la nature, une base de données, une communauté de chercheurs, etc.) pose une série de questions stratégiques organisées (Hakkarinen & Sintonen 2002). En fait, Sintonen (2004) stipule que tout programme de recherche peut être modélisé en utilisant le modèle IMI à partir d'un choix stratégique de questions et réponses. Dans certains travaux, une classification en termes de « genre de questions » et « genre de réponses » complète l'utilisation du modèle de Hintikka. Par exemple, Sintonen (2004) propose de classer les questions comme « grandes questions initiales », « grandes questions »

et « petites questions ». Cette classification est faite suivant le rôle déterminant des questions : les petites questions sont celles qui permettent d'apporter de l'information pour résoudre les grandes questions. Un autre critère de classification est proposé par Hakkarainen & Sintonen (2002) en termes de « questions principales », « questions de recherche subordonnées » et « questions à comprendre ». Mais nous ne développerons pas davantage cela ici.

Afin de construire leur propre question-gramme, les participants à l'atelier ont reçu un extrait du forum d'échange de l'une des équipes du cours de CICATA lors la première activité, celle de la mise en place du PER sur la prévision de ventes pour Desigual. L'Annexe 1 inclut un extrait de ce document. Nous avons demandé aux participants de se concentrer initialement sur la dialectique des questions et des réponses pour élaborer une première description de l'échange.

Prenons par exemple la question-programme produit par l'une des équipes de recherche impliquées dans l'atelier (voir figure 2). Ils ont proposé la séquence suivante :

Q_0 : Prévision à court terme pour chacune des variables recueillies ?
$R_{0.1.}$: Ajustement avec des outils Excel ou Geogebra
Q_1 : Quel ajustement est le mieux adapté ?
$Q_{1.1}$: Que signifie le mieux adapté ? (question implicite)
$R_{1.1.}$: mieux adapté = erreur la plus petite
R_1 : Ajustement logistique et polynomial du 4ème degré mieux adapté (ajustement visuel)
Q_2 : Que signifie court et long terme ?
$R_{2.1.}$: court terme = semaine qui suit et long-terme = une année ou plus
Q_3 : Ventes uniformes sur l'année ou dépendant de la saison ?
$Q_{3.1}$: Sur l'hypothèse du court terme, comment prévoir les ventes à court terme ?
$Q_{3.2}$: Sur l'hypothèse du court terme, comment prévoir les ventes à long terme en prenant en compte d'éventuelles variations selon les saisons ? […].

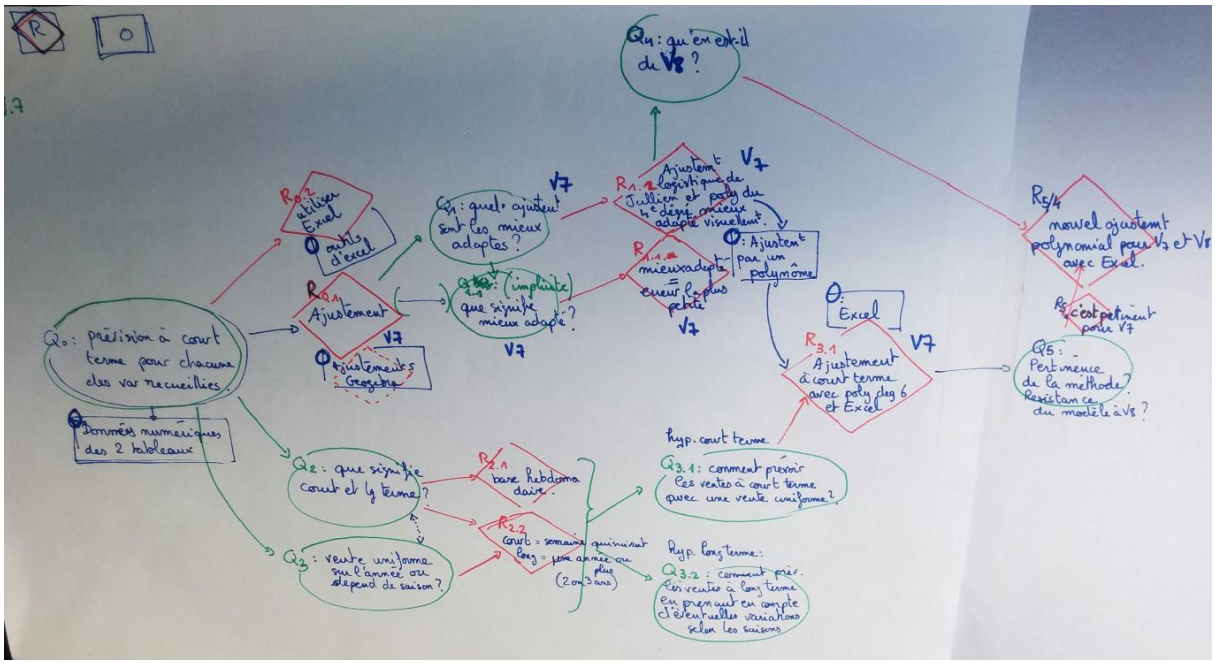


Figure 2. *– Question-gramme proposé par un des groupes de travail.*

Nous avons ainsi obtenu différentes descriptions des parcours vécus par les trois élèves professeurs participant au forum. La production des question-grammes, à une exception près, n'a pas posé de grandes difficultés aux participants de l'atelier. Cela a fourni, comme il était prévu, une première description global du PER considéré et un échafaudage sur lequel insérer les autres éléments du schéma herbartien, en particulier ceux de la dialectique médias-milieux que nous ne développerons pas ici, ce qui a occupé les deux premières séances de l'atelier.

DEUXIÈME NIVEAU D'ANALYSE : LA DIALECTIQUE INDIVIDU-COLLECTIF

Construction d'un tableau sur la dialectique individu-collectif

Après avoir partiellement analysé les dialectiques questions-réponses et media-milieu pendant les deux premières séances du TD, un deuxième outil d'analyse a été présenté aux participants comme une première proposition pour analyser la dialectique individu-collectif. L'objet présenté est un tableau qui a comme objectif d'identifier des besoins, des conditions et des contraintes qui peuvent faciliter ou empêcher le déroulement du parcours d'étude et recherche (PER).

L'objectif principal était de collecter et d'analyser les éléments de la dialectique individu-collectif qui se situent au niveau didactique et au niveau pédagogique. La table 2 prend comme point de départ l'analyse des relations individuelles et collectives avec différents éléments spécifiques de la dynamique d'un PER. Ces objets pris comme point de départ apparaissent explicitement dans le schéma herbatien : questions (Q_i), réponses (R_j), objets (O_k). La table permet aussi d'expliciter le système (ou sous-système) didactique où intervient l'élément considéré. Les questions, réponses et objets décris dans le question-gramme servent à nourrir la première colonne de la table.

Pour chaque objet analysé, la table décrit le partage de responsabilités individuelles (colonne 2) et la relation entre l'objet et la communauté d'étude (colonne 3). Les responsabilités individuelles peuvent inclure des aspects très différents comme la proposition de nouvelles réponses ou objets à considérer, le besoin de mettre en question des réponses précédentes, l'explicitation de besoins organisationnels (par exemple le besoin d'établir explicitement des rôles dans la communauté d'étude), parmi beaucoup d'autres. A propos du rapport du collectif à l'objet considéré, l'analyse peut aussi rester très ouverte : la communauté d'étude peut ignorer une question individuelle, l'assumer comme sienne, établir le besoin de confronter à un milieu commun les réponses apportés par un individu, etc.

Les colonnes 1, 2 et 3 ont comme but principal de décrire la relation des différents acteurs avec les objets. La colonne 4 est destinée à identifier explicitement les besoins qui apparaissent dans ces interactions entre l'individu et le collectif. Parmi ces besoins nous pouvons souligner :

- Le besoin de partager un milieu commun afin de valider les réponses acceptées par le collectif.
- Le besoin d'assigner des rôles dans le collectif (topogenèse) d'une façon plus ou moins explicite. L'établissement de nouveaux rôles force l'apparition de nouveaux contrats didactiques.
- Le besoin d'établir des priorités (quelle question faut-il étudier, quelles ressources dédie-t-on à une question, quelle question abandonne-t-on, etc.) qui vont générer la chronogenèse de l'étude.

Questions (Q_i), objets (O_j) et différents types de réponses (R_k)	*Prise de responsabilité personnelle sur les Q_i, O_j, R_k*	*Rapport collectif aux Q_i, O_j, R_k*	*Besoins qui surgissent de l'interaction I - C*	*Conditions et contraintes qui émergent de la dialectique I - C*	*Outils et dispositifs à incorporer afin d'améliorer la dynamique du PER*
$\boldsymbol{Q_0}$: Comment faire une prévision à court et long terme pour les variables disponibles ?	$\boldsymbol{Q_0}$ est proposée par *Y*, l'équipe de directeurs d'études (formateurs). Marie propose et	- Le groupe recueille les réponses individuelles $\boldsymbol{R_{1M}}$ et $\boldsymbol{R_{1A}}$ - On demande au	(1) (Re)prise en compte des questions posées par d'autres élèves (les assumer comme siennes) : par exemple, court et long terme	(1) Degré d'implication inégal. Marie et Anne portent tout le poids du forum, Jullien n'intervient que de manière	-Désigner un modérateur parmi l'équipe d'étudiants ou formateurs // Donner des instructions de participation minimale (« polisson »)

S(X, Y, Q_0)	partage une $\boldsymbol{R_{1\,M}}$ qui recourt à Geogebra Marie formule trois nouvelles questions : $\boldsymbol{Q_{1M}}$ (Quels ajustements sont les mieux adaptés à la situation ?), $\boldsymbol{Q_{2JM}}$ (Que signifie à court et long terme ?, reprise d'une question de Julien $\mathbf{Q_{2J}}$) $\boldsymbol{Q_{3M}}$ (Ce genre de T-shirts est vendu uniformément tout au long de l'année ?) Anne propose et partage $\boldsymbol{R_{1A}}$ avec Excel.	groupe de se prononcer et valider les $\boldsymbol{R_{1i}}$ individuelles [sans réaction]. - A partir des apports individuels (R ou nouvelles Q) apparaissent de nouveaux besoins collectifs	(2) Partager le milieu individuel avec les autres et accorder un milieu commun de travail (par exemple à propos d'Excel ou Geogebra, des ajustements fonctionnels). (3) Assumer des rôles (chef d'équipe, secrétaire) de façon explicite (4) Accorder un créneau horaire pour partager le travail et la fréquence d'échange : le mode de travail asynchrone va s'imposer (en ligne). (5) Travail individuel qui sera mis en commun afin de produire R♥	ponctuelle. (2) Apparition de nouveaux sous-systèmes didactiques : un élève prend la responsabilité comme formateur pour aider un autre élève à utiliser Geogebra). (3) Manque de réaction (4) Le Forum par équipe (et l'échange par mail) facilite le travail asynchrone ; le « chat » et Skype le permettent plus difficilement (5) Le Forum ne permet pas d'inclure les objets mathématiques produits (tableaux, graphiques, calculs, fonctions) qui restent en fichier attaché, ce qui restreint les possibilités de travail dans le milieu	- Difficultés pour les formateurs à gérer « le grand groupe » de manière virtuelle dans un forum - Possible dispositif pour donner des rôles de façon explicite. - Incorporer un dispositif informatique qui permette de faire des mathématiques dans le forum
$\boldsymbol{Q_{2M}}$ Qu'est-ce que signifie à court et long terme ? S(X, ø, Q_{2M})	- $\boldsymbol{Q_{2M}}$ est proposé par Marie - Marie donne une réponse personnelle $\boldsymbol{R_{2M}}$ qui inclut la question $\boldsymbol{Q_{3M}}$	- Réponses personnelles ($\boldsymbol{R_{2M}}$, $\boldsymbol{R_{2J}}$) mais difficultés de les incorporer au milieu par manque d'outils de validation. - Anne discute la réponse personnelle $\boldsymbol{R_{2J}}$ et propose la sienne. - Jullien fait appel à un « critère d'autorité » basé sur son expérience professionnelle dans le domaine de la mode.	- Il y a des demandes d'opinions croisées en essayant de construire une réponse collective.	- Problèmes pour trouver une réponse à la question. Les réponses individuelles ne sont pas incorporés comme collectives. Il n'y a pas une technologie disponible dans le « milieu commun ou du collectif ». - La question est mise du côté. Ils s'occupent de Q_1.	- Un rôle plus actif de y pourrait éviter l' « abandon » de la question. Possible intervention d'un expert.

Tableau 2. *– Table distribuée aux participants au TD avec uniquement la première ligne de contenu.*

La cinquième et la sixième colonne sont le résultat de l'analyse : c'est en connaissant les conditions et contraintes et en prenant en compte les besoins de la quatrième colonne qu'on peut envisager des nouveaux dispositifs pédagogiques et didactiques relatifs à l'interaction individu-collectif.

Par rapport aux conditions et contraintes qui apparaissent dans l'exemple il faut souligner :

- Les différents degrés d'implication des différents individus du collectif ;
- L'apparition de sous-systèmes didactiques associés au système didactique principal ;

- Des limitations et avantages associés aux outils de communication. Dans le cas analysé (forum) :
    - Impossibilité d'inclure des formules dans les forums (absence de Latex)
    - Asynchronie du travail collectif

Travail des participants

À partir du tableau 1, les participants au TD furent invités à prendre un élément de leur travail d'analyse précédente (une partie du question-gramme élaboré sur le corpus analysé lors des séances précédentes) et à l'analyser à l'aide des catégories proposées dans ce tableau. L'objectif principal de cette tâche était de réaliser une première évaluation de ce tableau en tant qu'outil d'analyse.

Malgré les limitations associées au temps et à la nécessité des participants de s'adapter au tableau proposé, deux des trois groupes ont rempli leurs tableaux d'analyse. Le premier a analysé la question suivante qui apparaissait sur le question-gramme : « Quels ajustements sont les mieux adaptés pour la situation ? ». Le deuxième groupe a centré son analyse sur la question « Sur quelle base on va choisir le modèle ? ». Les tableaux 3 et 4 illustrent le travail de ces groupes.

Questions (Q_i), objets (O_j) et différents types de réponses (R_k)	*Prise de responsabilité personnelle sur les Q_i, O_j , R_k*	*Rapport collectif aux Q_i, O_j , R_k*	*Besoins qui surgissent de l'interaction I - C*	*Conditions et contraintes émergeant de la dialectique I-C*	*Outils et dispositifs à incorporer afin d'améliorer la dynamique du PER*
$\boldsymbol{Q_{4M}}$ Sur quelle base on va choisir le modèle? Quelle validité aura ce choix ?	$\boldsymbol{R_{4\,M}}$ Proposition de réponse partielle réfutée par elle-même $\boldsymbol{R_{4\,A}}$ Propose un polynôme de dégrée 6 et compare avec la réalité. $\boldsymbol{R_{4\,M}}$ Réponse technique. Prendre R^2=1.	Julien : Besoin de validation théorique car les réponses restent empiriques Marie : Proposition d'œuvres, élargissement du milieu commun	--	--	--

Tableau 3. – *Travail du groupe 1.*

Questions (Q_i), objets (O_j) et différents types de réponses (R_k)	*Prise de responsabilité personnelle sur les Q_i , O_j , R_k*	*Rapport collectif aux Q_i , O_j , R_k*	*Besoins qui surgissent de l'interaction I - C*	*Conditions et contraintes qui émergent de la dialectique I-C*	*Outils et dispositifs à incorporer afin d'améliorer la dynamique du PER*
***O* $_1$** Tableau de la variable 7 ***Q* $_1$** Quels ajustements sont les mieux adaptés à la situation ? ***R* $_1$** Ajustements proposés pour la variable.	 ***Marie :*** effectuer les ajustements avec Geogebra Propose O_1 Pose Q_1 et $Q_{1.1}$ de façon implicite Propose $R_{1.1}$ Prend des responsabilités pour le collectif : « nous aurons à discuter… » **Anne :** est concernée par l'assignation de rôles : « Qui sera le chef ? » « Le chef d'équipe a ces fonctions… »	Utilisation des TICE comme outil de preuve (implicite commun) [effet de contrat ?]	***Marie :*** « nous avons à… » **Anne :** « qui sera le chef… » Problème de maitrise d'un logiciel commun (Geogebra, Excel…) Besoin de validation du procédé et de l'organisation du travail de groupe	 Contrainte d'avoir des outils communs Temps Conditions : avoir un logiciel commun Contraintes : Qui ne connaît pas Geogebra n'a pas le temps de l'apprendre et réciproquement pour Excel	Mail / forum Skype

Tableau 4. *– Travail du groupe 2.*

Points forts et points faibles des outils d'analyse utilisés

Le travail des groupes avec ce tableau a permis de réaliser une première évaluation des points forts et faibles de cet outil d'analyse. En premier lieu, il faut remarquer que le travail avec la table engendre une quantité très importante d'information. Le travail des groupes avec la table ainsi que les travaux préliminaires des organisateurs du TD montrent que la seule analyse d'une question prend beaucoup de temps. La grande quantité d'information qui apparait est due sans doute au caractère « micro » de l'analyse. Le fait de prendre comme point de départ les objets du question-gramme rend l'analyse très précise. Une optimisation de l'information serait envisageable : l'analyse des différentes questions, des œuvres mobilisées et des réponses construites conduit souvent aux mêmes conclusions. Certains participants remarquent le besoin d'établir une hiérarchie dans les objets initialement identifiés (questions, réponses, œuvres), ce qui pourrait peut-être optimiser l'analyse et rendre la quantité d'information plus maîtrisable. Un des points forts du tableau est qu'il facilite l'identification des outils et des conditions et contraintes qui affectent l'interaction individu-collectif. Il nous semble que l'obtention de ce type d'information permet de l'incorporer facilement à la tâche d'ingénierie des nouveaux PER.

LE PER EN LIGNE SUR L'ANNEAU DES DÉCIMAUX : UN CONTREPOINT

Dans le cas du PER-FP, la partie prépondérante des échanges porte sur l'organisation du travail (répartition des tâches, choix du logiciel, etc.). Les contenus mathématiques ne sont pas directement travaillés dans les échanges du forum. Les contraintes techniques imposées par la plate-forme utilisée expliquent en grande partie cet état de fait : les formules

mathématiques sont encapsulées dans des médias figurant en pièces jointes des différentes interventions, ce qui n'est guère propice à une discussion détaillée de ces contenus au sein du milieu.

Par contraste, le PER en ligne sur l'anneau des décimaux, du fait de la question initiale (une requête de preuve d'une assertion mathématique) et de la possibilité de rédiger en LaTeX des formules mathématiques dans le corps de texte des messages, est propice à l'observation des aspects mathématiques de la dynamique collaborative de résolution de problème sur un forum. En ce sens, il servira de contrepoint, ou de complément, par rapport aux analyses menées à propos du PER-FP. Des outils supplémentaires sont-ils requis afin de tenir compte des contenus mathématiques ? Inversement, la logique des débats mathématiques suggère-t-elle de nouveaux éclairages sur la dialectique individu-collectif ? D'autres différences entre les deux PER sont également à noter : le PER-FP engage un collectif restreint et plus ou moins homogène dont le travail est finalisé par le rendu d'un dossier ; dans le cas du PER sur les décimaux, nous allons voir que le collectif est plus étendu et davantage hétérogène, mais il n'est pas fédéré par un contrat favorisant la convergence vers une réponse collaborative co-construite.

Un seul groupe parmi les participants au TD a choisi de travailler sur la retranscription des échanges sur l'anneau des décimaux, qui figure en annexe 2. L'analyse de ce corpus nécessite en effet de bonnes connaissances en arithmétique des anneaux abstraits. De ce fait, l'attention a été principalement dirigée vers le PER-FP et les résultats obtenus à propos de ce second PER n'ont été discutés qu'à la dernière séance, en guise d'ouverture. Ils ont cependant été repris lors de la communication orale de l'un des animateurs de ce TD (voir « Dimensions collaboratives et dialectique média-milieu : un questionnement didactique autour d'une retranscription d'échanges sur un forum de mathématiques ») et replacés dans le cadre des recherches de ce dernier portant sur l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre abstraite à la transition entre licence et master de mathématiques à l'université. Cette partie du compte-rendu des travaux dirigés est donc reliée au texte du séminaire, dont certains passages ont été repris ci-dessous afin de faciliter la lecture en évitant les renvois intempestifs, mais elle s'en distingue par l'accent qui est mis sur l'analyse détaillée du corpus et la prise en compte du collectif, en relation avec le cours de Marianna Bosch.

Le forum les-mathematiques.net : un milieu didactique

Le forum qui nous concerne est accessible à l'adresse http://www.les-mathematiques.net. Il a été créé en janvier 2001 et est régi par une charte, rédigée par les principaux contributeurs du forum lors de l'élaboration de cette charte, dont le fondateur du forum. En voici un extrait :

> Objet du forum : ce Forum est un espace convivial d'échanges sur les mathématiques et les sujets s'y rapportant, sans discrimination de niveau. Les thèmes abordés sont : la demande de précisions sur le vocabulaire et les concepts mathématiques ; la proposition de problèmes ; la demande d'éclaircissements sur des problèmes mathématiques ; l'envoi de résultats, de textes ou de démonstrations classiques ou insolites ; l'échange d'informations sur l'actualité mathématique, sur les séminaires à venir, sur les références bibliographiques, sur les logiciels de mathématique formelle, sur l'épistémologie, sur les différents cursus et les centres universitaires ; le dialogue sur les fondements d'une théorie ; etc.

Le forum est structuré selon les grands domaines mathématiques : algèbre, analyse, arithmétique, combinatoire et graphes, *etc*. et inclut également des entrées comme maths et société, maths et informatique, pédagogie. La modération du forum a lieu essentiellement sur la forme. En ce qui concerne le fond, le contenu mathématique n'est pas modéré, la charte mentionne principalement des règles de bonne conduite (pas de propos diffamatoires, de contenu à caractère commercial, etc.). On notera cependant les deux derniers items des « conseils d'utilisation » (paragraphe 4 de la charte) :

> 4.11 - ne donnez pas la solution des exercices trop vite, mettez sur la piste, suggérez des indices ;4.12 - faites preuve de tolérance, de patience, de pédagogie. Evitez la condescendance et le dogmatisme. La critique constructive du contenu d'un message fait partie des échanges autorisés et souhaités sur le Forum, mais l'attaque nominative est mal venue.

La charte, qui fait en quelque sorte office de contrat didactique, véhicule ainsi des intentions didactiques. Elle est propice à l'organisation spontanée (au sens où il n'y a pas de directeur de l'étude) de systèmes didactiques du type S(*X*, *Y*, *Q*), où certains participants se rangent parmi les étudiants *X* afin d'étudier une question *Q*, tandis que d'autres, davantage instruits sur cette dernière, suivent les consignes 4.11 et 4.12 et sont à considérer comme des aides à l'étude *Y* (Chevallard 2002).

Le fil de discussion sur l'anneau des décimaux : un PER

Le fil de discussion choisi, intitulé « les nombres décimaux », est visible à l'adresse suivante : http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?3,318936,page=1
Les échanges ont eu lieu probablement pendant un temps assez court, en 2007 (tous les messages sont datés de 2007, sans davantage de précision). Le contenu n'a pas évolué depuis (pas de nouvelle intervention) mais il a été vu 6897 fois (au 30 mai 2015), ce qui constitue l'un des plus gros scores (avec les suites de Cauchy dans **Q** qui totalise 9595 vues).

Les deux questions initiatrices du fil de discussion sont les suivantes : Comment démontrer que tout sous-anneau de **Q** est principal ? Comment définit-on le pgcd de deux décimaux ? De telles questions peuvent apparaitre a priori fermées, restreintes aux mathématiques, situées du côté de l'exigence démonstrative et définitionnelle, donc de la formalisation et assez éloignées d'une activité de recherche. Cependant, ces deux questions vont engendrer 29 interventions par 13 participants différents. Elles vont générer une pluralité de preuves et de réfutations, à divers niveaux de généralité, elles vont conduire, reliant la théorie à la pratique, à une pluralité de réponses lors de calculs de pgcd, lesquels invitent également à approfondir les définitions. Pour ces raisons, nous considérons l'élaboration de réponses à ces questions par le système didactique du forum comme relevant d'un parcours d'étude et de recherche. Ce choix est également justifié a posteriori par la pertinence, pour l'analyse de ce fil de discussion, des outils de modélisation de la dynamique de l'étude développés par la TAD dans le cadre des PER (Chevallard 2009). Enfin, nous soutenons (Hausberger 2016) la pertinence de développer des PER adaptés à l'Université et dédiés à questionner les objets mathématiques à l'aune des structures mathématiques, considérées comme des modèles intra-mathématiques, afin d'inscrire l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre abstraite (les structures de groupe, d'anneau et de corps) à l'Université dans le paradigme du questionnement du monde (Chevallard 2011).

La dynamique des échanges : les question-grammes enrichis

Le fait qu'il s'agisse d'un PER mathématique, au niveau de l'enseignement supérieur (avec son exigence de preuve, outre le propos de la question initiale elle-même, qui est une demande de preuve) et sur l'algèbre abstraite, nous a poussé à introduire les dialectiques supplémentaires suivantes, par rapport aux dialectiques des questions et des réponses et des cœurs et des poinçons : celle des *preuves et des réfutations*, dans l'esprit de Lakatos (1984) (*point de vue logique*) d'une part et les dialectiques *particulier-général et objets-structures* (*point de vue structuraliste*) d'autre part. Elles viennent compléter les deux dialectiques précédentes (*point de vue anthropologique*). Il s'agit également de considérer la *dialectique individu-collectif* en relation avec le thème de l'Ecole d'Eté.

Nous avons proposé la méthodologie suivante d'analyse de la retranscription des échanges du forum : il s'agit tout d'abord d'annoter ce corpus à l'aide de sigles. Par rapport aux sigles R_i,

$R_j^{\heartsuit}$, $R_i^{\heartsuit}$, O_k , Q_l décrits plus haut, nous avons rajouté, afin de prendre en charge les dialectique supplémentaires, des indices afin de tenir compte des individus (par exemple Q_x) et de nouveaux sigles pour décrire les gestes :

- $i(Q)$, $E(R)$: une indication (piste) ou une explication ;
- A : une assertion, distinction qui permet de considérer ce qui suit ;
- $p(A)$, $r(A)$, $ip(A)$, $cp(A)$: une preuve, réfutation, indication de preuve et complément de preuve relatifs à l'assertion A ;
- A^g : la formulation d'une généralisation de l'assertion A.

Le travail d'annotation du corpus peut être mené directement sur le texte de la retranscription des échanges ou au sein d'un tableau, en extrayant les points clefs de l'argumentation, pour chaque intervention qui fait l'objet d'une ligne du tableau. Il permet ensuite de représenter, sous forme de question-gramme enrichi par les nouveaux sigles, le contenu et la dynamique des échanges.

L'intervention initiatrice du fil est le fait d'un forumeur[5] connu sous le pseudo Mic et que nous notons x. Ce dernier met avant deux assertions et deux questions. Nous notons ainsi :

$A_{x,0}$: D (l'anneau des nombres décimaux) est un sous-anneau de **Q**

$A_{x,1}$: Tout sous-anneau de **Q** est principal

$Q_{x,1}$: Comment le démontrer ? (i.e. démontrer $A_{x,1}$)

$Q_{x,2}$: Comment définit-on le pgcd de deux décimaux ?

D'emblée, nous remarquons que les assertions $A_{x,0}$ et $A_{x,1}$ constituent un syllogisme dont la conclusion est « **D** est principal », assertion notée A_x et qui est probablement visée par x. L'assertion $A_{x,1}$ est une généralisation de $A_{x,}$ (nous notons $A_{x,1} = A_x^g$), dans l'esprit de la méthode structuraliste : la preuve recherchée se place au niveau de généralité supérieur (A_x^g), reflétant la pratique experte des mathématiciens qui d'une part postulent que cette généralisation est porteuse de simplification, d'autre part considèrent qu'elle est éclairante quant aux « raisons profondes » (les ressorts) à l'origine du phénomène (la principalité de **D**). Alors que la question $Q_{x,1}$ se rapporte à l'exigence démonstrative relativement à cette propriété de principalité qui est affirmée, la question $Q_{x,2}$ lui est également liée : tant l'existence du pgcd que les diverses définitions (ou propriétés) du pgcd que l'on peut énoncer dépendent du type d'anneau dans lequel on se place.

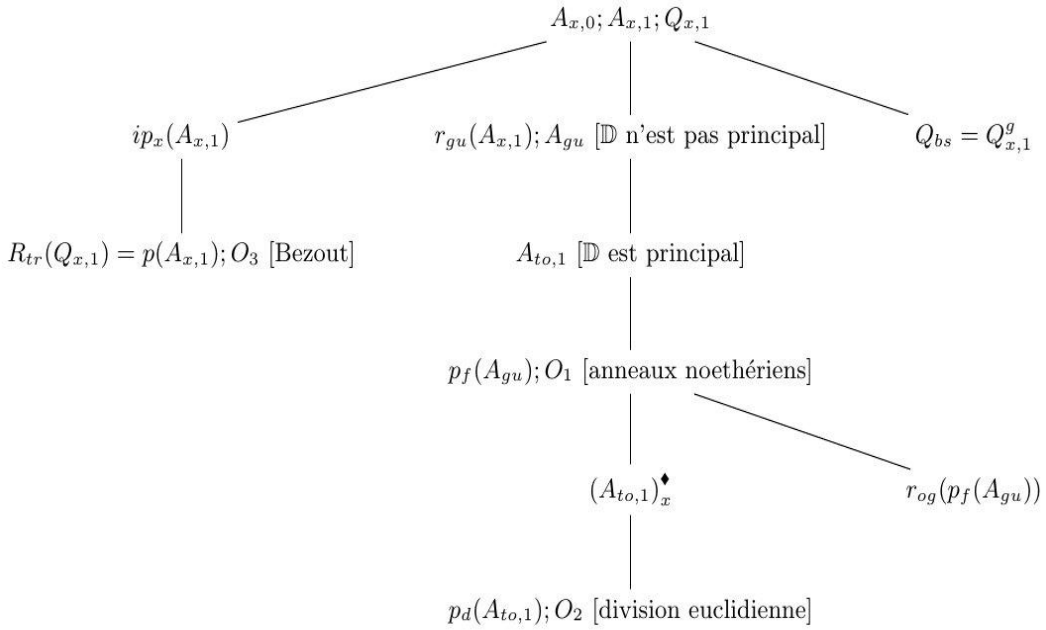


Figure 3. – *Question-gramme relatif au sous-système didactique* $S(\{x, gu, to, f\},\{d, tr\},Q_{x,1})$.

[5] personne qui participe à un forum sur internet

La partie principale du question-gramme (enrichi) issu de la question $Q_{x,1}$ est représentée ci-dessus (figure 3). Il a été réalisé par nos soins et comparé lors du TD à ceux confectionnés par les participants (voir ci-dessous). Nous avons noté les forumeurs par leur initiale (ou par deux lettres en cas d'ambigüité). La branche issue de la question généralisée Q_{bs} ainsi que le question-gramme.

Nous constatons la présence de réfutations avec ou sans preuves, de réfutations de preuves, d'arguments du type « moi, j'ai lu plusieurs fois qu'il est principal », que nous considérons comme un poinçon[6] qu'appose l'intervenant sur l'assertion « **D** est principal » (nous notons $(A_{to,1})_x^{\heartsuit}$), bien que la source ne soit pas spécifiée. Cette partie des échanges est close lorsque l'assertion $A_{x,1}$ est démontrée, ce qui a finalement été effectué dans un second temps, après avoir établi la principalité de **D** par une méthode plus élémentaire (généralisation de la preuve de la principalité de **Z**).

Les principales questions et assertions discutées sont :

- Q_{bs} : tout sous-anneau d'un anneau principal est-il principal ? Le forumeur br y répond même à travers une généralisation Q_{bs}^{g} de la question : il donne une classe de contre-exemples à l'assertion « toute propriété remarquable des anneaux (euclidien, principal, factoriel, noethérien, de Bezout) est stable par sous-anneau ».
- $A_{to,2}$: $\mathbf{Z}[X]$ n'est pas principal, destiné à fournir également un contre-exemple à la question Q_{bs} qui porte sur une assertion universelle
- A_{o1} : l'idéal $(2,X)$ de $\mathbf{Z}[X]$ n'est pas principal
- Q_{tr} : que vaut pgcd(0,6 ; 34,8) ? Cette question a été formulée par tr après avoir répondu à la question $Q_{2,x}$ portant sur la définition du pgcd de deux décimaux : tr y répond d'ailleurs à travers une généralisation $Q_{x,2}^{g}$ de la question, il définit le pgcd dans un anneau intègre général (œuvre O_6) et il énonce le théorème d'existence du pgcd dans un anneau principal (œuvre O_7). La question Q_{tr} vise ainsi au développement d'une praxéologie dont la tâche est le calcul du pgcd et dont le bloc théorique contient $\{O_6,O_7\}$. Ceci conduit à la production de réponses provisoires $R_{x,1}$ (pgcd = 0,2), $R_{x,2}$ (pgcd = 0,6) puis à des réponses $R_x^{\heartsuit}$ (pgcd=3) et $R_{ga}^{\heartsuit}$ (pgcd=6).

Notons que le question-gramme est construit sur la base d'une interprétation des échanges, lesquels contiennent beaucoup d'implicites ; mise à part certaines interventions qui citent explicitement un propos antérieur en fonction duquel l'intervenant réagi, les chaînes de causalité (une intervention en suscite une autre) sont parfois difficiles à démêler. Lorsqu'un exemple est donné suite à une assertion universelle énoncé par le prédécesseur, et qu'un examen logique révèle qu'il s'agit d'un contre-exemple, l'on comprend qu'il s'agit d'une réfutation d'une assertion. L'architecture logique de l'argumentation se révèle ainsi un appui majeur afin d'identifier les intentions des acteurs. Néanmoins, il demeure difficile d'évaluer l'impact des arguments des prédécesseurs (donc du collectif) dans les raisonnements individuels : par exemple, il est probable que l'explication E_{ga} ait influé sur la réponse $R_x^{\heartsuit}$ mais les dialogues ne présentent aucun indicateur explicite de cette influence hypothétique. Notons également que la représentation sous forme de question-gramme ne conserve pas la chronologie des échanges : par exemple, $R_{tr}(Q_{x,1})$ est la dernière intervention qui clôture la partie de la discussion schématisée dans la figure 3. Enfin, nos sigles ne prennent pas en compte des gestes tels que la relance d'une question (effectuée par exemple à propos de $Q_{x,2}$) ou la formulation de remerciements, qui constitue également une façon de clore une branche de la discussion, et que l'on peut conjecturalement interpréter, dans certains cas, comme une validation implicite de l'argument de son interlocuteur.

Le groupe ayant choisi d'étudier le corpus sur l'anneau des décimaux a librement adapté les sigles proposés. La réponse au problème de cartographie des échanges qu'il nous propose

[6] ou « estampille » institutionnelle

(voir figure 4) est plus proche du schéma classique des questions-réponses : un indice p dénote la présence d'une preuve et un exposant +/- une réponse positive ou négative. Les questions portant essentiellement sur la vérité d'assertions mathématiques, +/- sont alors synonymes de vrai/faux. L'argumentation sur la base d'un média est notée par un indice « média ». Ainsi $R_{\text{media}}^{+}(Q_1)$ désigne ce que nous avons noté $(A_{to,1})_x^{\heartsuit}$ tandis que $R_{\text{p}}^{-}(R_{\text{p}}^{-}(Q_1))$ est une réfutation de preuve notée $r_{\text{og}}(p_{\text{f}}(A_{\text{gu}}))$ plus haut. La chronologie est notée par des indice le long des flèches, en plus du nom de l'auteur de la réponse. Les traces de la dialectique particulier-général sont à voir dans les implications du type $R_{\text{p}}^{+}(Q_2) \Rightarrow R_{\text{p}}^{+}(Q_1)$.

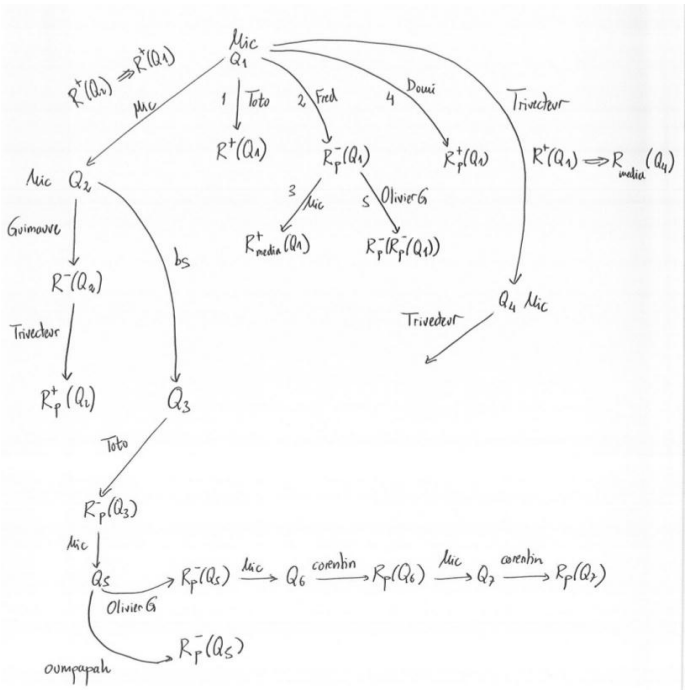


Figure 4. – *Question-gramme construit par les participants du TD.*

Les questions Q_2 et Q_3 ont été notées $Q_{x,1}$ et Q_{bs} précédemment, tandis que Q_1 désigne la forme interrogative de l'assertion implicite A_x de x, formulée plus loin par Toto ($A_{to,2}$, avec un commentaire « en espérant n'avoir pas trop dit de connerie » qui invite également à sa mise au questionnement). La considération de cette dernière question génère un agencement légèrement différent par rapport au question-gramme de la figure 3, où le choix a été effectué de se limiter aux ostensifs. De plus, la demande de preuve $Q_{x,1}$ est en fait interprétée comme une question sur la vérité de l'assertion $A_{x,1}$, afin de présenter les échanges sous forme de questions-réponses uniquement. Nous voyons que tout système visant à présenter de façon standardisée et synthétique une communication humaine trahit la pensée des acteurs. Différents choix sont possibles, en fonction des analyses que l'on souhaite mener.

Analyse de la dialectique individuel-collectif

Une analyse quantitative rapide du nombre d'interventions par participant montre que le système didactique est en fait très labile : les $x_i \neq x$ (l'auteur de la question) présentent un très faible topos visible (sur les 29 interventions de 13 participants, 11 sont dues à x, chacun des autres participants intervenant au plus 3 fois). Le complémentaire de x, noté Y, constitue en quelque sorte un ensemble d'aides à l'étude pour x. D'un point de vue global, le système didactique est donc de la forme $S(x, Y, Q_x)$.

M. Bosch a proposé dans son cours, entre autres pistes, d'étudier la dialectique individuel-collectif à travers la mise en évidence des divers sous-systèmes didactiques S(X',Y',*) qui s'organisent localement autour de *, une réponse à déconstruire, une œuvre à visiter, une nouvelle question suscitée, une réponse produite à mettre à l'épreuve pour en tester la robustesse. Les rôles d'étudiant et d'aide à l'étude sont ainsi à différencier au niveau des gestes eux-mêmes, qui sont l'occasion de préciser les prises de responsabilité personnelles et les fonctions des individus dans la production collaborative. Cependant, dans le PER qui nous concerne, aucune production collective n'est attendue ; il revient donc implicitement à *x* de conclure les échanges, si bon lui semble.

Localement, les question-grammes nous permettent de distinguer différents sous-systèmes :

- $S(\{x, gu, to, f\},\{d, tr\},Q_{x,1})$
- $S(bs, \{to, br\},Q_{bs})$
- $S(x, \{bs, ol, om, n\}, A_{to,2})$
- $S(x, co, A_{ol})$
- $S(\{x, ga\}, tr, Q_{tr})$

Nous voyons que les niveaux de généralités les plus élevés (la question $Q_{bs} = Q_{x,1}^{g}$) ne sont pas investis par *x* (au niveau des observables) : ce dernier est absent du système des étudiants. La question $A_{to,2}$ est l'occasion d'une pluralité de preuves, dont certaines mobilisent des œuvres telles que le théorème important suivant sur les idéaux d'un anneau principal : « dans un anneau principal, tout idéal premier est maximal » (œuvre O_5), énoncé par *x*. Tous les intervenants se comportent alors comme des aides à l'étude vis-à-vis de *x* (voir annexe 3), en fournissant des indications de preuves plutôt que des preuves. Le travail de *x* consiste à compléter les preuves dont il choisit de s'emparer, en posant au besoin de nouvelles questions. Dans d'autres cas, un autre forumeur se joint à lui en tant qu'étudiant, par exemple *ga*. Nous voyons alors que, faute de processus décisionnel, le système didactique est susceptible de produire différentes réponses $R^{\heartsuit}$. Il apparaît illusoire d'escompter une organisation spontanée du collectif, d'autant plus qu'une réponse collective n'est pas requise et évaluée par un professeur. Néanmoins, le collectif du forum, en dehors et indépendamment du fil de discussion sur les décimaux, s'est organisé pour rédiger la charte. Le contrat didactique établi collectivement est un contrat d'entraide sur la base de requêtes individuelles. Nous constatons que la dynamique des échanges et notamment le rapport de l'individu au collectif reflètent assez bien cette modalité, ce qui souligne l'importance du contrat dans tout phénomène didactique.

CONCLUSION

Dans ce travail nous avons analysé la dimension collective de l'activité mathématique en utilisant le schéma Herbartien (Chevallard 2008) ainsi que d'autres outils d'analyse destinés à enrichir ce schéma en incorporant certaines dialectiques qui sont cruciales dans la dynamique des processus d'étude. En particulier, nous avons utilisé les trois dialectiques correspondant aux trois niveaux complémentaires d'analyse didactique.

En premier lieu, nous avons centré l'attention du TD sur la dialectique des *questions-réponses* et celle des *média-milieux* qui constituent le premier niveau d'analyse en référence aux aspects de la *chronogenèse* et de la *mésogenèse.* L'analyse de ces dialectiques a été basée sur l'utilisation des question-grammes, complémentés par des éléments issus de la dialectique média-milieux. L'utilisation du question-gramme n'a pas posé de grandes difficultés aux participants du TD, en accord avec nos expériences antérieures (Florensa, Bosch & Gascón 2016).

En second lieu, le TD s'est focalisé sur un niveau d'analyse qui incorpore la *dialectique de l'individu et du collectif*. Cette analyse est centrée sur les échanges au sein du collectif des élèves (X) et des aides à l'étude (Y), entre des individus (x_i et y_j) et des sous-groupes qui se forment tout au long du processus d'étude. Cette dialectique correspond à la *topogenèse* du processus didactique et elle se joue à travers les différentes responsabilités assumées par les uns et les autres vis-à-vis des différents éléments du milieu et lors des différents moments du processus. Nous avons accordé une attention particulière à cette dernière dialectique, qui constitue un niveau d'analyse indissociable du précèdent, parce que sa prise en compte requiert une certaine explicitation des principaux éléments du processus d'étude et de recherche (les questions qui sont en train d'être étudiées par des individus ou par le groupe-classe, les réponses proposées ou indiquées par un acteur, le média qui est mis à disposition des élèves, l'état du milieu à un certain moment du processus d'étude). L'outil qui a été proposé pour cette analyse est la table présentée dans la section 4. Le principal objectif de l'utilisation de la table d'analyse était de faire une évaluation initiale de ses points forts et de ses points faibles comme outil d'observation qui permette d'incorporer de nouveaux dispositifs pour la gestion du processus didactique. En fait, l'investigation de cette dernière dialectique nous a conduits à élaborer des outils de micro-analyse destinés à comprendre la dynamique du groupe, laquelle est essentielle pour le fonctionnement d'un parcours d'étude et de recherche.

Les deux niveaux d'analyse présentés dans ce travail (et sa mise en pratique pendant l'atelier) ont utilisé comme base empirique deux processus didactiques : d'une part le travail mathématique développé par des enseignants de mathématiques lors d'une formation en ligne ; d'autre part, l'activité mathématique enregistrée dans un forum mathématique ouvert qui, en fait, est devenue un processus didactique scolaire spontané.

L'analyse des deux corpus se révèle très riche ; l'interaction qui existe entre les enseignants en formation et entre les utilisateurs du site web est rendue explicite grâce à l'utilisation des forums, du fait de la non-présentialité des activités. Souvent, l'analyse des processus didactiques présentiels est rendue plus ardue par l'absence d'enregistrements des interactions entre les participants.

Nous avons voulu montrer dans les deux niveaux d'analyse la potentialité des outils (schéma Herbatien et tables d'analyse) afin d'identifier de nouveaux dispositifs didactiques destinés à améliorer la gestion des processus didactiques. Nous avons également souligné la complexité des sous-systèmes qui apparaissent pendant le déroulement des processus d'étude. Même si les deux exemples couvrent des durées restreintes et ne permettent pas d'observe un PER sur le long terme, leur étude s'avère déjà très riche de part les différentes dimensions analysées, à savoir la *chronogenèse*, la *mésogenèse* et la *topogenèse*.

RÉFÉRENCES

BARQUERO, B., & BOSCH, M. (2015). Didactic engineering as a research methodology: from fundamental situations to study and research paths. In: A. Watson et M. Ohtani (Eds.), *Task Design in Mathematics Education. An ICMI study 22* (pp. 249-272). Dordrecht: Springer.

BARQUERO B., BOSCH, M., & ROMO, A. (2015). A study and research path on mathematical modelling for teacher education. In: K. Konrad et N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the 9th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Prague: Charles University.

BARQUERO, B. (2009). *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas* (Thèse doctorale). Universitat Autònoma de Barcelona (Barcelone, Espagne).

BOSCH, M. (2016). La prise en compte du collectif dans l'analyse des processus d'étude selon la théorie anthropologique du didactique. Volume 1. *Actes de la 18ème École d'été de didactique des mathématiques*. Brest.

CHEVALLARD, Y. (2002). Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions, *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 août 2001)* (pp. 3-32). Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In G. Gueudet & Y. Matheron (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007* (pp. 344-366). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM.

CHEVALLARD, Y. (2009). Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER. Conférence prononcée le 19 mai 2009 aux Journées Ampère tenues à l'INRP (Lyon, 19-20 mai 2009). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Infrastructure_didactique_PER.pdf

CHEVALLARD, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Flückiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.) En amont et en aval des ingénieries didactiques (pp. 81 – 108). Grenoble: La Pensée sauvage.

FLORENSA, I., BOSCH, M., & GASCON, J. (2016). A posteriori analysis of a SRP-TE as a teachers training tool. Cinquième Conférence Internationale de la Théorie Anthropologique du Didactique, Janvier 2016, Castro Urdiales, Espagne.

HAUSBERGER, T. (2016). Enseignement et apprentissage de l'algèbre abstraite à l'Université : vers un paradigme du questionnement du monde. Cinquième Conférence Internationale de la Théorie Anthropologique du Didactique, Janvier 2016, Castro Urdiales, Espagne.

LAKATOS, I. (1984). *Preuves et Réfutations : essai sur la logique de la découverte mathématique*. Paris : Hermann.

HAKKARAINEN, K., & SINTONEN, M. (2002) The Interrogative Model of Inquiry and Computer-Supported Collaborative Learning. *Science & Education, 11*, 25-43.

HINTIKKA, J. (1982). A dialogical Model of Teaching. *Synthese, 51*, 39-59.

JESSEN, B. E. (2014). How can study and research paths contribute to the teaching of mathematics in an interdisciplinary setting? *Annales de didactique et de sciences cognitives, 19*, 119-224.

RUIZ-HIGUERAS, L., & GARCIA, J. (2011). Análisis de las praxeologías didácticas: implicaciones en la formación de maestros. En: M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage, & M. Larguier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 431-464). CRM Documents, vol. 10, Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra (Barcelone).

RUIZ-OLARRIA, A. (2015). La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria: De las matemáticas por enseñar a las matemáticas para la enseñanza (Thèse doctorale). Universidad Autónoma de Madrid (Madrid, Espagne).

SERRANO, L. (2013). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica* (Thèse doctorale). IQS School of Management, Univ. Ramon Llull (Barcelone, Espagne).

SIERRA, T. A. (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes (Thèse doctorale). Universidad Complutense de Madrid (Madrid, Espagne).

SINTONEN, M. (2004). Reasoning to Hypotheses: Where do Questions Come? *Foundation of Science 9*, 249-266.

WINSLØW, C., MATHERON, Y., & MERCIER, A. (2013). Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics, 83*(2), 267-284

ANNEXE 1 - EXTRAIT D'UN FORUM DU PER-FP EN LIGNE

Le forum est associé au premier travail demandé aux étudiants dans le cadre du cours « Processus d'institutionnalisation en classe de mathématiques » au sein d'un dispositif de formation à distance. Les étudiants (tous professeurs du secondaire et/ou du premier cycle universitaire), par groupes de 3, doivent élaborer un premier rapport en guise de réponse à l'activité 1 (voir annexe). Ils ont trois jours pour cela. Puis chaque équipe de 3 étudiants échangera son rapport avec celui d'une autre équipe pour élaborer, à partir de la discussion de ce rapport, une version révisée de son rapport. Le forum que nous présentons ici correspond au travail d'une équipe constituée d'une jeune enseignante mexicaine (Anne), d'une enseignante uruguayenne un peu moins jeune (Marie) et d'un enseignant paraguayen plus âgé (Jullien). C'est leur premier travail collaboratif ensemble bien qu'ils se connaissent sans doute pour avoir assisté à des cours en commun. L'équipe des formateurs comprend 3 mexicains, dont Avenilde Romo, et 4 espagnols, dont Berta Barquero et Marianna Bosch. Marianna Bosch est la responsable du suivi de l'équipe 4.

Le Forum de l'équipe 4 comprend plusieurs fils de discussion. Nous avons retranscrit ci-après l'un d'entre eux, le plus long, auquel nous avons ajouté un extrait du premier commentaire de M. Bosch qui leur a été adressé en cours de travail dans un message à part.

Les fichiers attachés aux différents messages ainsi que les rapports rendus sont disponibles sur le site de l'École. Ils ne sont pas indispensables au suivi des discussions.

Les horaires indiqués correspondent à l'heure de Barcelone (et de Paris).

Variable 7 **Marie - Lundi 20 Octobre 2014 20:28** Fichiers attachés : Exponentielle.ggb, Quadratique.ggb, Exponentielle2.ggb Polynôme-degré3.ggb, Linéaire.ggb, Polynôme-degré4.ggb, Potentielle.ggb Bonjour coéquipiers enseignants. Pour commencer ce travail, j'envoie certains ajustements que j'ai réalisés avec le programme GeoGebra pour la variable 7. Entre autres, nous devons choisir parmi ceux-ci (ou d'autres) quels ajustements sont les mieux adaptés à la situation. Nous aurons à discuter celui dont les erreurs sont les plus petites à partir de ces données. Une question à se poser est celle soulevée par Jullien par mail : qu'est-ce que signifie à court et à long terme dans ce contexte ? Et je rajoute : est-ce que ce genre de T-shirts est vendu uniformément tout au long de l'année ou de la saison ? Il faut étendre ces analyses et considérations au cas de la variable 8. Je le laisse comme un thème à part dans le forum pour mieux organiser les échanges.	À partir d'un travail individuel sur les données à l'aide du logiciel Geogebra, des questions émergent : Q1 : Quels ajustements sont les mieux adaptés à la situation ? Q2 : Qu'est-ce que signifie à court et à long terme dans ce contexte ? Q3 : Ce genre de T-shirts est vendu uniformément tout au long de l'année ou de la saison ? Marie pose la question Q1 ; Q2 est une question soulevée par Jullien et acceptée par Marie, qui soulève aussi la question Q3. Organisation du travail en deux forums, un pour la variable 7 et un autre pour aborder la variable 8.
Re: Variable 7 **Anne - Lundi 20 Octobre 2014 21:16** Merci beaucoup, Professeur Marie pour vos avancées (ajustements). D'autre part, camarades, je voudrais vous dire que : 1. Je ne comprends pas pourquoi vous vous demandez comment définir «court» et «long terme», parce que j'ai compris que nous devons analyser les données sur une base hebdomadaire. Pourriez-vous s'il vous plaît m'expliquer pourquoi cette question, car il est très	Un travail coopératif va se dérouler pour ajuster le rapport personnel à Q2 avec celui du groupe

probable que cela cause de la confusion dans mon esprit. 2. Je n'ai jamais eu l'occasion d'utiliser les TICE en tant qu'enseignant, c'est-à-dire que je ne sais pas utiliser le logiciel GeoGebra (je n'avais jamais entendu parler de lui, en fait). À l'école où je travaille, aucun professeur de mathématiques n'utilise les TICE, sauf un enseignant qui a rédigé ses propres supports pédagogiques (livre plus CD-Rom), je ne sais pas si c'est pour que les élèves l'utilisent en classe ou simplement pour qu'ils aient un supplément de documents pédagogiques à la maison pour les aider à apprendre. En fait, je comptais utiliser Excel.	Geogebra n'est pas un objet disponible dans le milieu d'Anne et la justification de ce fait semble venir d'une question institutionnelle « à l'école où je travaille aucun professeur de mathématiques n'utilise les TICE »… Alors, pourquoi l'utiliser ? Excel est disponible et signalé comme celui à utiliser dans le rapport personnel à Q2 (Anne).
Doutes équipe 4 **Anne - Lundi 20 Octobre 2014 21:40**	
Bonjour camarades, je voudrais juste faire une mise au point sur certaines choses, si cela ne vous dérange pas : 1. Qui sera le chef de file de l'équipe, le chargé de : mettre en forme toutes les idées et les données, modérer le travail de l'équipe et déposer les rapports sur la plate-forme ? 2. Je vais installer le programme GeoGebra, pour voir ce que nous a envoyé Marie, mais encore une fois je vous signale que je ne sais pas l'utiliser. Je ne sais pas non plus si mon ordinateur va être assez puissant ou s'il me permettra de l'installer. 3. A Quel créneau horaire est-il convenable de vous envoyer des commentaires, suggestions, travail réalisé, questions ; parce que si je vous écris / envoie quelque chose et qu'il est trop tard pour vous. C'est-à-dire quel est le décalage horaire entre chez vous et la Ville du Mexique ? 4. Dans le cas où nous aurions besoin tous les trois, pour une raison quelconque, de discuter / clarifier / travailler en direct, quel jour et à quelle heure serait-ce possible ? Est-ce que ce sera par Skype? Dans ce cas mon courriel est XXXX@hotmail.com.	Anne soulève une question par rapport à l'organisation du travail en équipe et notamment la désignation d'un responsable. Topogenèse : distribution des responsabilités. C'est proposé mais pas vraiment effectué. Il manque un dispositif adéquat pour assigner des rôles. Résistances d'Anne pour adapter son milieu à celui de ses coéquipiers Conditions pour le travail synchrone/asynchrone
Re: doutes machine 4 **Marie - Lundi 20 Octobre 2014 23:56**	
Anne : GeoGebra est un logiciel gratuit téléchargeable gratuitement à l'adresse www.geogebra.org. Le téléchargement peut prendre plusieurs minutes (tu dois avoir Java installé sur votre ordinateur), mais il ne prend pas beaucoup de place sur le disque dur. Il est très convivial et est dotée d'une interface très intuitive pour ceux qui connaissent un peu de maths. En cas de difficultés, dis-le-moi, mais les fichiers que j'ai envoyés servent tout simplement à visualiser le problème. Je préfère continuer à opérer par ce moyen-là, car en plus de cette manière les enseignants peuvent suivre	Marie et Jullien proposent de créer un sous-système didactique pour apprendre à Anne l'emploi de Geogebra. La proposition de Jullien est plus proactive

notre processus en cas de besoin. Quant aux horaires, en Uruguay, nous sommes à l'horaire d'été et donc nous sommes en avance de trois heures avec la ville de Mexico. Je me connecte habituellement pas plus tard que 10 h le soir en Uruguay (7 h du soir au Mexique) parce travailler plus tard sur ordinateur me cause des troubles du sommeil. Quoi qu'il en soit, tu peux envoyer ce que tu veux quand tu peux et je pourrai le regarder le lendemain. Sans doute mon commentaire te parviendra à 6 heures du matin au Mexique, mais je ne pense pas que cela entrave le travail.	Quels dispositifs d'interaction en groupe peuvent être utilisés ? Dans quels horaires ? Quelle sera-t-elle la fréquence d'échanges ? Question d'organisation associée à une modalité en ligne et à distance, trois co-équipiers travaillant dans trois pays différents. Le mode de travail asynchrone va s'imposer, ce qui aura des effets sur les échanges entre l'individuel et le collectif
Re: doutes machine 4 **Anne - Mardi 21 Octobre 2014, 02h08**	
Merci beaucoup pour le lien de téléchargement de Geogebra, professeure Marie et pour m'avoir indiqué qu'il s'agit d'un logiciel gratuit. Merci beaucoup aussi pour vos éclaircissements. NB : Comme je disais dans un autre message : 1. Je ferai mes propositions sur Excel, je vous l'envoie dès que j'ai fini. 2. Je vais installer le programme GeoGebra pour pouvoir lire vos fichiers 3. Je vais commencer à étudier GeoGebra, au cas où l'équipe décide d'utiliser ce logiciel.	Les commentaires de courtoisie font partie de la dimension sociale.
Re: Variable 7 **Anne - Lundi 20 Octobre 2014, 22h00**	
Professeurs, je souhaite vous informer qu'aujourd'hui, exceptionnellement, je vais me connecter à 20 heures (peut-être avant), heure du Mexique, parce que je dois aller voir un médecin.	
Re: Variable 7 **Marie - Lundi 20 Octobre 2014, 23h40**	
Anne : la question sur le court et le long terme, je la comprends comme suit. La société fournit des données sur les ventes hebdomadaires d'un type de vêtement, dans un magasin particulier. Si on me demande une prévision à court terme, je tends à penser aux semaines qui suivent immédiatement, mais si on me demande une prévision à long terme, je m'interroge alors si le type de vêtement est vendu toute l'année ou si c'est quelque chose qui est vendu seulement en été, par exemple. Dans ce cas, à long terme pourrait signifier les années suivantes.	Production d'un premier élément de réponse à Q2. Marie essaye de répondre à la question de court et long terme, sa réflexion fait intervenir la question 3 (signalée plus haut), si les T-shirt sont vendus tout au long de l'année. Le court et le long terme manquent de précision.
En ce qui concerne l'utilisation de GeoGebra, désolé que tu ne le connaisses pas parce que je pense que c'est un outil formidable et révolutionnaire pour l'enseignement des mathématiques (à condition que les enseignants l'utilisent à cet effet). Je suppose que, dans un cours prochain, nous aurons l'occasion de travailler avec les TICE et j'espère qu'on utilisera GeoGebra.	Pour Marie, Geogebra est un milieu pour aborder la question Q1 mais aussi un média pour montrer aux formateurs les avancées tu groupe (milieu mathématique et média didactique).

Re: Variable 7 **Marie - Mardi 21 Octobre 2014, 01h19** Ficher attaché : Logistique.ggb J'envoie un autre ajustement (logistique). Avec le matériel envoyé par Jullien, nous pouvons effectuer des calculs et, en principe, nous prononcer sur l'un de ces modèles. Celui avec le polynôme du quatrième degré semble intuitivement le plus proche des données (à l'œil uniquement), nous devons faire les calculs pour la variable 8 aussi, avec Excel ou GeoGebra ou avec ce que vous voudrez). Je ne vais plus me connecter sur le site aujourd'hui. Demain je vais ajouter le même travail pour la variable 8, de sorte que nous puissions choisir le meilleur modèle pour chaque variable. Dans la matinée, je verrai ce que vous aurez pensé de votre côté. Je pense qu'il va en ressortir un bon travail...	Un travail sur la technique (deux ajustements) fait apparaître une question technologique : qu'est-ce qui permettra de choisir un de ces deux modèles ? Annoncer ce qui va être fait est un outil important de coopération ; est-on dans une dimension technologique de la praxéologie d'étude ? Dialectique individu / groupe : l'individu est transformé pour s'intégrer au groupe
Re: Variable 7 **Jullien - Mardi 21 Octobre 2014, 02h21** Bonjour Prof Anne: Si tu as le temps, je suis assez performant pour t'initier à GeoGebra. Et sûrement en 1 heure tu auras dominé la partie de statistique dont nous avons besoin. Il suffit de prévoir un skype et voilà !	Nouveau sous système didactique avec Jullien comme enseignant occasionnel
Re: Variable 7 **Anne - Mardi 21 Octobre 2014, 04h17** Fichier attaché : Proposition-Anne.xlsx Professeur Jullien, désolée, je viens tout juste de voir votre message. Bien sûr que j'aimerais que vous m'expliquiez comment utiliser GeoGebra. Par ailleurs : Camarades, voici ce que j'ai fait avec Excel pour la variable 7: J'ai obtenu un ajustement polynomial de degré 6, qui me semble le plus approprié ; d'autre part, dans le dernier graphe, j'ai uniquement étendu la ligne d'ajustement, pour obtenir une prévision pour les semaines suivantes. Qu'en pensez-vous ? Si vous trouvez que ça va, je peux alors faire la variable 8	Anne apporte une première réponse R1♥. Elle attend que sa réponse soit acceptée par le groupe avant de continuer
Re: Variable 7 **Marie - Mardi 21 Octobre 2014 12:21** C'est très bien, Anne !! Pour ma part, si vous voulez le refaire pour la variable 8, allez-y.	Accord et encouragement
Re: Variable 7	

Anne - Mardi 21 Octobre 2014 15:28 Fichier attaché : proposition-Anne.xlsx Bonjour compagnons Voici tout le document sous Excel (Variables 7 et 8) Apparemment, les ventes de T-shirts, ça va aller terriblement mal ; par contre au magasin 10 rue Arcs, cela va très bien se passer avec les recettes. PS : professeure Marie, j'ai déjà contrôlé vos fichiers sur GeoGebra et ils me paraissent très bien aussi : nous avons pratiquement les mêmes résultats mais avec des logiciels différents.	
Re: Variable 7 **Marie - Mardi 21 Octobre 2014 20:29** C'est un très bon travail, Anne. Je me demande sur quelle base l'on va choisir le modèle et quelle validité aura ce choix. Par exemple, dans le cas des T-shirts, avec un polynôme de degré 6, il semble que nous obtenons un bon ajustement ("à l'œil" uniquement), même si nous ne calculons pas les erreurs commises avec les différents ajustements. Il se trouve que les prévisions pour l'avenir sont sombres. Maintenant, si nous choisissons un autre modèle (par exemple un polynôme de degré 2), il semble que l'ajustement n'est pas si mal et pourtant les énoncés prospectifs sont encourageants. Je répète donc ma question initiale, comment allons-nous sélectionner le modèle et comment allons-nous fonder notre choix ?	Nouvelle question dérivée Q4 sur le choix du meilleur modèle et des critères pour y répondre (situation de l'entreprise, grandeur de l'erreur)
EXTRAIT D'UN MESSAGE POSTÉ DANS LE FORUM COMME LIGNE À PART **Salutations et quelques commentaires** **Marianna Bosch - Mardi 21 Octobre 2014 20:18** Chers Marie, Anne et Jullien, Je vous envoie mes salutations chaleureuses de Barcelone, où je suis vos discussions pendant votre nuit c'est-à-dire ma matinée. Je tiens d'abord à vous féliciter pour le bon démarrage du cours. Je vous fais quelques remarques sur certaines questions qui ont surgi dans le cas où cela pourrait vous aider. (1) Software Si Anne ne se sent pas à l'aise avec GeoGebra, elle peut travailler avec Excel et vous pouvez comparer les résultats avec les deux logiciels pour voir si l'on obtient la même chose ou pas (dans ce cas, il resterait à voir pourquoi). […] Je ne veux pas interférer dans d'autres discussions car je vous vois très bien partis. Mais je le ferai dès que l'occasion se présentera.	Intervention de l'enseignant responsable du forum. Elément externe au travail du groupe

FIN DE L'EXTRAIT **Re: Variable 7** **Anne - Mardi 21 Octobre 2014 22:16** Vous avez raison au sujet des polynômes, professeure : l'utilisation du degré 2 rend les prévisions plus encourageantes, mais je crois que, étant donné que le polynôme de degré 6 est plus conforme à la réalité, la prévision reste la plus fiable, bien que ce ne soit pas encourageant pour l'entreprise. Donc, parmi les deux, je choisirais celui de degré 6. D'autre part, en réponse à votre question : Comment allons-nous sélectionner le modèle et comment allons-nous baser notre choix ? Il me semble, en écoutant (ou peut-être interprétant) ce que nous a dit la professeure Mariana : 1. Que nous ne devons pas choisir un seul modèle, mais tous les modèles et utiliser les deux logiciels (GeoGebra et Excel). C'est-à-dire j'ai compris qu'il s'agissait d'une tâche mathématique (pas de mathématiques scolaires, bien qu'elle va devenir scolaire plus tard), de sorte qu'il convient bien dans le rapport 1 de mentionner tous les modèles auxquels nous avons pensé (et d'argumenter pour ou contre chacun d'eux), enfin de dire quel modèle nous convainc le plus et le justifier. 2. Pour ce dernier, nous aurions à choisir, chacun de nous trois, un modèle mathématique et le logiciel qui nous semble le plus approprié, puis justifier notre choix. Ces deux points constitueraient les tâches restantes à accomplir par chacun des membres de l'équipe avant de déposer le travail sur la plate-forme aujourd'hui. Si possible aujourd'hui même (pour éviter de devoir se dépêcher demain), nous choisissons lequel des trois documents [relativement au premier point surtout] nous semble le meilleur ou si nous faisons un nouveau document qui comprenne tous nos travaux. Comme cela demain, le plus tôt possible, il ne restera qu'à régler les petits détails. Ce n'est qu'une proposition. J'espère que cela vous conviendra. Quoi qu'il en soit, je me mets maintenant à rédiger ma proposition (qui en partie répond à la question de l'enseignante Marie). Comme deuxième point, je souhaite revenir à une question posée par l'enseignante Marie il y a quelques temps : Comment définir le court terme et le long terme ? Je propose six mois comme court terme et deux années comme moyen terme. En fait, si nous travaillons tous les trois comme cela, je pense que nous obtiendrons une note de 10 sur 10, parce que nous avons tous de très bonnes idées. J'espère que vous vous portez bien. **Re: Variable 7**	Éléments de réponse partielle à Q1 La question du choix du modèle le plus adéquat réapparaît. Emergence de la technologie ; qu'est-ce qui valide le choix du modèle ? Les premières réflexions sont élémentaires « un bon ajustement (à l'œil uniquement) » Éléments de réponse partielle à Q1 Anne signale comment doit être R♥, les sous-questions et comment il faut s'y prendre pour y répondre. Elle propose une partage des tâches individu / groupe et une planification temporelle La question Q2 (« c'est quoi le court et long terme ? ») réapparait et une proposition de réponse aussi Revenir à une question et proposer de l'aborder est un geste de l'étude, de la chronogenèse (dialectique questions / réponses) Négociation sur comment doit être R♥, ce qui suppose une discussion sur Qi et les conditions associées (situation)

Marie - Mardi 21 Octobre 2014 23:07 OK. Alors je me mets à améliorer ce que j'ai fait avec GeoGebra et l'envoie dès que possible, à la fois pour la variable 7 et 8. Tu as raison, Anne, nous ne sommes pas tenus de nous prononcer sur un ajustement particulier dans cette première phase, mais nous pouvons présenter tout ce que nous avons fait et laisser le choix de l'un d'eux pour la prochaine phase de discussion en groupe. Ce qui ne me semble pas clair est la troisième proposition que tu mentionnes. J'ai vu seulement ce que tu as fait avec Excel et ce que j'ai fait avec GeoGebra. Nous restons en contact.	

ANNEXE 2 : RETRANSCRIPTION DES ECHANGES DU FORUM SUR L'ANNEAU DES DECIMAUX

Anneau des nombres décimaux

Envoyé par Mic http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?3,318936,page=1
L'anneau des nombres décimaux, c'est un sous-anneau de Q.
Je sais que tout sous-anneau de Q est principal mais je ne sais plus le démontrer (je crois que faut considérer un truc du genre I inter Z...). Pouvez-vous maider à le démontrer ?
Ensuite, comment définit-on le PGCD de nombres décimaux ?
Merci

Guimauve
« Je sais que tout sous-anneau de Q est principal »

L'anneau des nombres décimaux est justement un contre-exemple, non ?

Toto.le.zero
l'anneau des décimaux est principal. En esperant ne pas avoir dit trop de conneries.

fred
La suite des $\frac{\mathbb{Z}}{10^n}$ doit fournir une suite croissante d'idéaux non stationnaire, l'anneau des décimaux

n'est donc pas notherien et a fortiori pas principal. Non ? A plus

Mic
Ah moi j'ai lu plusieurs fois qu'il est principal....

Domi
$\mathbb{D}$ est bien sûr principal . Soit I un idéal non nul de $\mathbb{D}$ et $x \in I^*$. Pour m entier assez grand

$10^m x \in \mathbb{Z}^*$ donc I contient des entiers strictement positifs . Si on note n le plus petit :

$\forall x \in I$: x peut s'écrire $x = 10^m y$ avec $y \in \mathbb{Z}$.

On effectue la division euclidienne de y par n : $y = kn + q$ avec q entier et $0 \leq q < n$. Alors

$x = 10^m kn + 10^m q$ donc $q \in I$ et $q = 0$ et I est engendré par n .

Mic
Merci Domi !

Trivecteur
Guimauve : *Je sais que tout sous-anneau de Q est principal*
Soit A un sous-anneau de l'anneau $\mathbb{Q}$ des rationnels.

(1) : si $r = a/b \in A$ où a et b sont des entiers premiers entre eux alors $1/b \in A$ (utiliser Bézout).

Maintenant soit I un idéal non nonl de A. Comme $\mathbb{Z}$ est principal,
(2) : il existe $g \in \mathbb{Z}$ tel que $I \cap Z = g\mathbb{Z}$.

D'autre part, comme dans (1), soit $r = a/b$ dans I. Alors par (2), pour un certain entier x, on a

$r = g(x/b)$ et par (1), on sait que $x/b \in A$. Ceci prouve que I est principal (engendré par g).

OlivierG
Bonjour,
Pour Fred : $\frac{\mathbb{Z}}{10^n}$ n'est pas un idéal de $\mathbb{D}$, sinon $\frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10^n}$ serait un élément de $\frac{\mathbb{Z}}{10^n}$, ce qui n'est pas le cas. Amicalement.

Mic
Et personne ne sait comment on définit le PGCD de 2 nombres décimaux ?

Trivecteur
Le pgcd de deux éléments a et b d'un anneau intègre A, est, s'il existe, un élément d de A qui est à la fois :
(1) : diviseur commun à a et à b
(2) : multiple de tout diviseur commun à a et à b.
Dans un anneau principal, un pgcd existe toujours. Il ne te reste plus qu'à mettre en pratique, par exemple quel est le pgcd de $a = 0,6$ et $b = 34,8$?

Mic
PGCD(a,b) = 0,2 ?

bs
bonjour
question: soit A un anneau principal; peut-on alors affirmer que tout sous-anneau de A est aussi principal ? (par exemple: Z et D)
je n'ai pas trouvé dans mes cours un tel théorème et n'arrive pas à exhiber de contre-exemple.
Merci.
Mic: essaie 0,6 avec les éléments fournis par Trivecteur ?

Toto.le.zero
R[X] est principal, mais le sous anneau Z[X] ne l'est pas.
En esperant ne pas avoir dit trop de conneries.

Mic
ah oui lol, j'ai pris le plus petit :p donc c'est 0,6.
Un autre exemple intéressant : PGCD(21,1.4)=1.

Le barbu rasé
Plus simplement, bs :
Un corps est toujours "touskonveu" (euclidien, principal, factoriel, noethérien, de bezout, ...), or tout anneau commutatif intègre se plonge dans son corps des fractions.
Etant donné une propriété remarquable d'un anneau commutatif intègre, il y a donc peu de chances qu'elle soit stable par sous-anneau (sauf si tous les anneaux commutatifs intègres vérifient cette propriété, ou qu'un corps ne la vérifie pas, évidemment).

Mic
euh Z[X] est principal, non ?

bs
merci Toto de me rappeler un résultat qui s'était évaporé, certainement avec la chaleur;

effectivement, on le démontre en considérant l'ensemble I de Z[X] formé des polynômes dont le terme constant est pair.

bs
merci pour toutes ces précisions et les explications de barbu rasé.

OlivierG
Pour Mic : $\mathbb{Z}[X]$ n'est pas un anneau principal, car l'idéal $(2, X)$ n'est pas principal.

Mic
je narrive pas à voir pourquoi (2,X) n'est pas principal. FAut passer par la norme ?

oumpapah
pour Mic etOlivierg
Z[X] n'est pas principal de façon tres simple: l'idéal engendré par X est premier et non maximal: en effet le quotient de Z[X] par (X) est isomorphe à Z qui est integre et non un corps.

Mic
Ahoui ! dans un anneau principal, tout idéal premier est maximal !! héhééé

Mic
OLivierG > tu peux quand meme me dire pourquoi (2,X) n'est pas principal ?

corentin
Il contient X, il contient 2. Donc il contient $2\mathbb{Z}[X]$ et $X\mathbb{Z}[X]$. Suppose qu'il s'écrive $P\mathbb{Z}[X]$. Que dire de deg(P)?

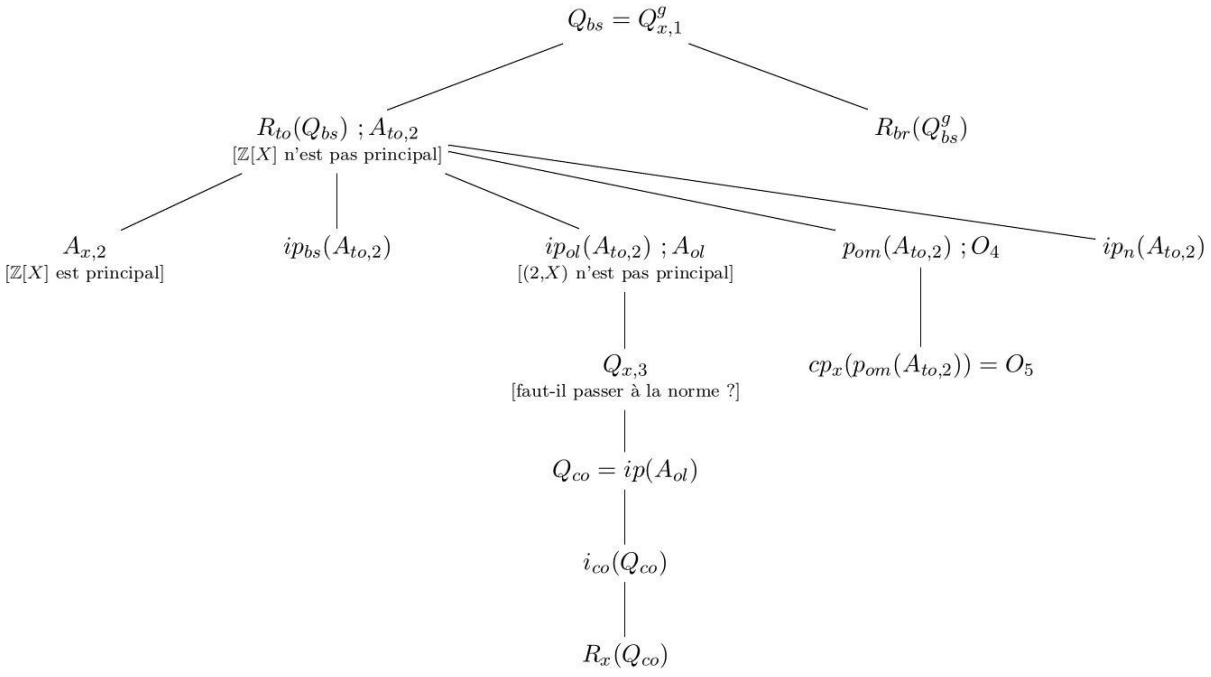
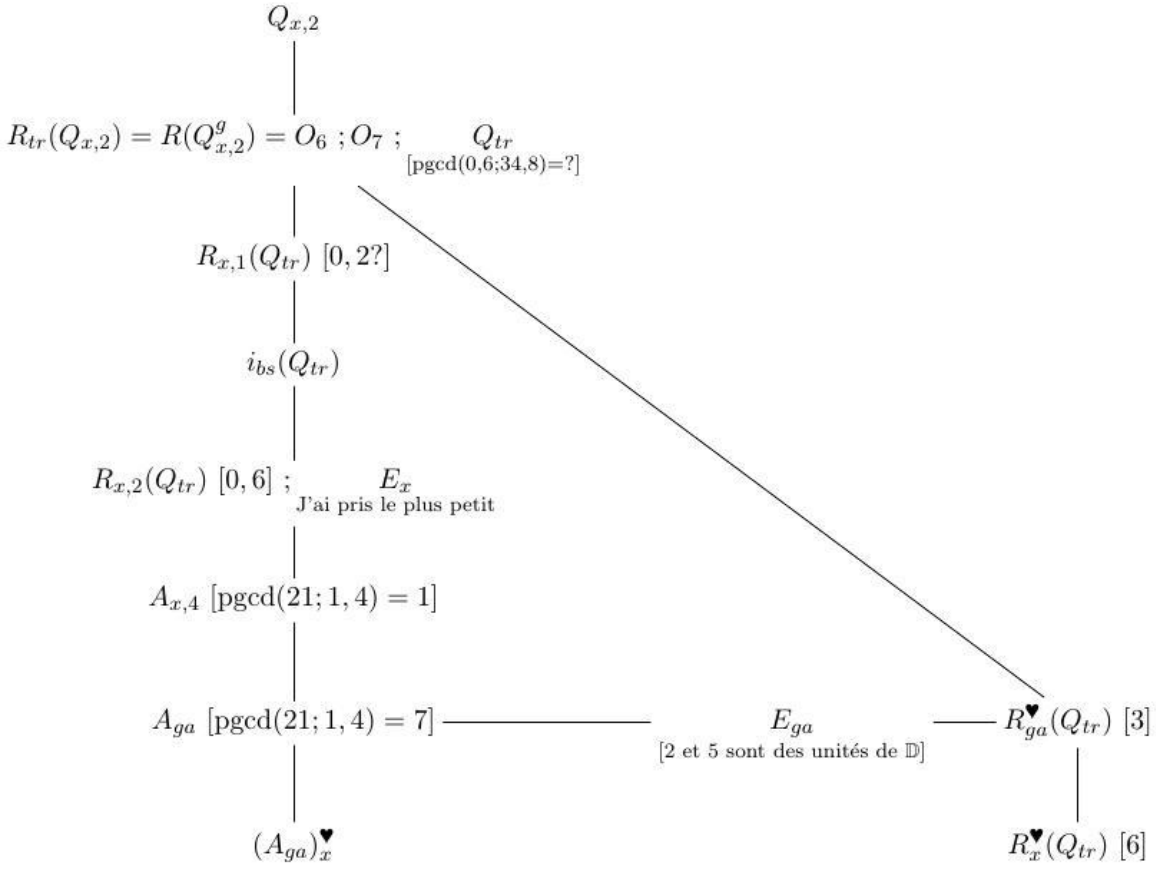
Gakusei
Bonsoir,

Je pense que pgcd(21,1.4)=7 et pgcd(0.6,34.8)=3, en fait je fais plus que le penser, j'en suis persuadé: N'oublions pas que dans $\mathbb{D}$ 2 et 5 sont des unités! @+

niktalop
bonjour peut etre que tu préfèreras cette réponse.
Z[X]/(X,2) est isomorphe a Z/2Z ; si Z[X] etait principal alors tu pourrais trouver P appartenant à Z[X] tel que Z[X]/(P) soit isomorphe à Z/2Z
tu n'as qu'à essayer de trouver ce P qui n'existe pas par ailleurs. Je te laisse conclure.

Mic
pgcd(21,1.4)=7 : OK
pgcd(0.6,34.8)=6 plutôt.
corentin > je vois pas, pour moi P=X+2 marche :(je suis perdu.

corentin
Tu crois que tout polynome de $2\mathbb{Z}[X]$ peut s'exprimer sous la forme $(X+2)P$?

Mic
ah oui donc P est de degré 0.

ANNEXE 3 : QUESTION-GRAMMES ENRICHIS