HAL open science

Modélisation de structures multi-rubans pour applications spatiales

Pernelle Marone-Hitz, Bruno Cochelin, Stéphane Bourgeois, François Guinot

To cite this version:

Pernelle Marone-Hitz, Bruno Cochelin, Stéphane Bourgeois, François Guinot. Modélisation de structures multi-rubans pour applications spatiales. 11e Colloque National en Calcul des Structures, May 2013, Presqu'île de Giens, France. hal-01320045

HAL Id: hal-01320045

https://hal.science/hal-01320045v1

Submitted on 23 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2013
11e Colloque National en Calcul des Structures
13-17 Mai 2013

Modélisation de structures multi-rubans pour applications spatiales

Pernelle MARONE-HITZ [1,2], Bruno COCHELIN [1,2], Stéphane BOURGEOIS [1,2], François GUINOT [3]

[1] Ecole Centrale Marseille, F-13451, Marseille, France, {pernelle.marone-hitz, bruno.cochelin, stephane.bourgeois}@centrale-marseille.fr
[2] LMA, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS, UPR 7051, Aix-Marseille Univ, F-13402, Marseille, France
[3] Thales Alenia Space, Cannes, France, Francois.Guinot@thalesaleniaspace.com

Résumé — On s'intéresse à la modélisation de structures multi-rubans déployables. Partant d'un modèle 1D spécifique, on établit un outil métier capable de modéliser un mètre ruban seul afin d'effectuer une analyse des réponses possibles pour un jeu de conditions limites imposé. Cet outil sera par la suite étendu à la modélisation de structures multi-rubans, pour conduire une étude comparative de diverses solutions de déploiement envisagées.
Mots clés — mètre ruban, pliage, suivi des branches d'équilibre, structures déployables, stabilité

1 Introduction

Un défi majeur des constructeurs de satellites comme Thales Alenia Space est de réaliser des systèmes aussi compacts que possible afin d'optimiser le volume disponible lors des phases de stockage et de lancement. Les systèmes déployables sont une des possibilités envisagées pour répondre à cette problématique. On distingue deux familles de structures déployables : les structures rigides articulées et les structures élastiques souples. Ces dernières offrent une meilleure compacité (pliages, enroulements) et sont capables de se déployer de façon autonome : elles semblent être une solution particulièrement intérressante.

Dans sa configuration relachée, un mètre ruban a une géométrie très simple : c'est une structure élancée ressemblant à une poutre, de paroi mince et de section semi-circulaire. Son comportement mécanique est en revanche complexe, comme l'illustre la Figure 1. Lorsque l'on sollicite cette structure en flexion ou en compression, son comportement initial est voisin de celui d'une poutre classique, puis il y a apparition de pliages localisés dûs à l'applatissement local de la section qui engendre une forte diminution du moment d'inertie et une concentration de la déformation de flexion.

Fig. 1 – Pliage d'un mètre ruban

La capacité des rubans à se plier localement tout en restant dans le domaine élastique offre des possibilités originales de déploiement d'une structure. Dans ce contexte, Thales Alenia Space cherche à concevoir des structures souples déployables, réalisées à partir de mètres rubans. La fiablilité de la maîtrise du déploiement d'une telle structure passe par une modélisation précise du comportement d'un mètre ruban ou d'un assemblage réalisé avec des mètres rubans.

Les approches éléments finis de coques minces en grand déplacement sont les plus complètes pour la modélisation des mètres rubans, mais peu adaptées ([11],[12]) : Les résultats obtenus sont précis mais les modèles lourds, et les calculs souvent difficiles à piloter. Une autre approche consiste à modéliser le mètre ruban par une poutre à section fortement flexible. Plusieurs méthodes permettent d'introduire la déformation de la section dans les modèles de poutres classiques : introduction de degrés de libertés supplémentaires ([13], [4], [10]), ou introduction d'une discrétisation par éléments finis dans la section

([14]).

Le modèle utilisé ici, développé dans le cadre de la thèse de F. Guinot ([5]) s'inscrit dans cette logique. Le modèle 1D est établi à partir d'un modèle de coque en grands déplacements, grandes rotations, et en dynamique, grâce à l'introduction d'hypothèses cinématiques et sthéniques sur le comportement dans la section. Outre les hypothèses classiques de poutres, l'originalité du modèle repose sur l'introduction d'un cinématique de type *Elastica* pour décrire les fortes variations de forme de la section avec peu de paramètres. On introduit ces hypothèses dans la formulation des énergies du modèle de coque, puis on intègre sur la section pour obtenir le modèle 1D. De précédents travaux ([1], [7], [9]), où le modèle a été implémenté dans le logiciel commercial COMSOL ([16]) sous forme variationnelle à l'aide du principe de Hamilton, ont permis l'obtention de nombreux résultats. Une extension de ce modèle qui permet de rendre compte de comportements 3D est en cours ([8]). En revanche, COMSOL ne permet pas de tracer l'ensemble des branches de solution d'équilibre d'un problème statique et il ne sait pas gérer les bifurcations entre les branches. Or, pour assurer la fiabilité du déploiement d'une structure à base de mètres rubans, il faut connaître toutes les réponses possibles de la structure à une sollicitation donnée.

On propose ici un outil de modélisation dédié permettant d'analyser la ou les réponse(s) d'un ruban pour un jeu de conditions limites, via le tracé d'un diagramme de bifurcation complet avec des branches stables et des branches instables. A partir du modèle simple de ruban proposé par F. Guinot ([6]), comportant un nombre réduit de variables, on obtient un système d'une dizaine d'équations différentielles 1D qui gouverne le comportement d'un ruban seul. Le calcul des branches d'équilibre, la détection des bifurcations et le tracé des diagrammes associés ainsi que l'analyse de stabilité sont réalisés dans le cadre des méthodes asymptotiques numériques. La simplicité du modèle et le nombre réduit d'équations nous permettent de développer un outil métier efficace dans la modélisation du comportement de structures à base de mètres rubans.

2 Modèles de poutre à section flexible

On trouvera une description complète du modèle proposé par F. Guinot dans l'article et la thèse suivants : [6], [5]. Ce modèle donne lieu à de nombreux modèles dérivés, selon les différentes hypothèses supplémentaires que l'on peut choisir : section circulaire, rotations modérées, section faiblement courbée, etc. On peut donc parler d'une famille de modèles de mètre ruban, qui ont tous en commun de pouvoir se mettre sous la forme de systèmes BVP (*Boundary Value Problem*).

On choisit ici de présenter un modèle simple, proche des modèles de poutre en rotations modérées. Un des intérêts est qu'il est possible d'obtenir quelques solutions analytiques pour ce modèle. Partant d'un modèle initial de coque, le mètre ruban est assimilé à une poutre dont la ligne moyenne est initialement droite et la section de courbure circulaire (Figure 2).

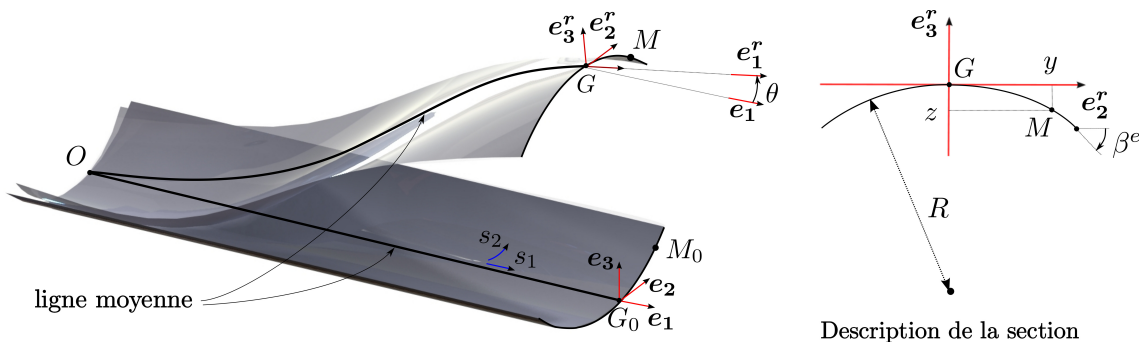

Fig. 2 – Description du ruban

La coque est paramétrée par s_1 et s_2 qui sont respectivement la coordonnée curviligne le long de la ligne de référence et de la courbe section : $(s_1, s_2) \in [0, L] * [\frac{-a}{2}, \frac{a}{2}]$ où L est la longueur initiale de la ligne de référence et a la longueur initiale de la courbe section. Dans la configuration déformée, la position d'un point matériel M de la coque est donnée par $\mathbf{OM}(s_1, s_2) = \mathbf{OG}(s_1) + \mathbf{GM}(s_1, s_2)$, où G est le point de la section appartenant à la ligne moyenne.

Les trois hypothèses cinématiques du modèle général sont :

(i) la courbe section est contenue dans un plan après déformation

(ii) le plan de la section reste orthogonal au vecteur tangent à la déformée de la ligne de référence

(iii) la section est considérée inextensible.

On se restreint à l'étude des mouvements plans et on suppose que la section reste circulaire et symétrique par rapport au plan $(O, \mathbf{e_1}, \mathbf{e_3})$. Alors :

- le déplacement du point G de la ligne moyenne est décrit par deux composantes $u_1(s_1)$ et $u_3(s_1)$
- la rotation de la section est décrite par un angle $\theta(s_1)$ porté par l'axe $\mathbf{e_2}$.

On a : $\begin{cases} \mathbf{OG}(s_1) = (s_1 + u_1)\mathbf{e_1} + u_3\mathbf{e_3} \\ \mathbf{GM}(s_1, s_2) = y(s_1, s_2)\mathbf{e_1^r} + z(s_1, s_2)\mathbf{e_2} \end{cases}$

Enfin, pour décrire l'ouverture de la section, on introduit un angle $\beta^e(s_1)$ entre la tangente à la courbe section à l'extrémité et le vecteur $\mathbf{e_2}$. Si l'on fait l'hypothèse que cet angle est faible et linéaire en s_2, on obtient des expressions simples pour y et z :

$\begin{cases} y(s_1, s_2) = s_2 \\ z(s_1, s_2) = \beta^e(s_1)Z(s_2) = \beta^e(s_1)\frac{s_2^2}{a} \quad \text{avec } Z \text{ une fonction de forme.} \end{cases}$

Finalement, la cinématique est entièrement décrite par quatre paramètres attachés à la ligne moyenne (dépendant uniquement de l'abscisse curviligne s_1) : les deux translations u_1 et u_3, l'angle de rotation de la section θ, et l'angle d'ouverture de la section β^e. On se place dans le cadre des rotations modérées pour exprimer les déformations. La contrainte qui lie les translations u_1 et u_3 à la rotation de la section θ est alors $\theta = -u_{3,1}$.

On introduit ensuite cette cinématique dans le modèle de coque pour obtenir la densité surfacique d'énergie de déformation. Lors de cette étape, on suppose que :

(iv) seule la contrainte axiale participe à l'énergie de déformation de membrane (hypothèse classique des modèles de poutre)

(v) les déformations de membrane sont petites.

Le modèle linéique s'obtient en intégrant cette densité d'énergie dans la section (intégration sur s_2). La différenciation de l'énergie interne, le calcul de la puissance des efforts extérieurs, et enfin l'application du principe des travaux virtuels permet d'obtenir les équations locales du système. On considère ici un mètre ruban sollicité uniquement à ses extrémités, sans aucune sollicitation répartie. Ces équations sont à répartir en trois groupes :

- équations liées à la cinématique :

$\begin{cases} e^r = u_{1,1} + \frac{1}{2}\theta^2 \quad \text{avec } e^r \text{ déformation de tension} \\ k^r = \theta_{,1} = -u_{3,11} \quad \text{avec } k^r \text{ déformation de courbure} \\ e^s = \frac{1}{2}z_{,1}^2 = \frac{1}{2}\beta_{,1}^{e2}Z^2 \quad \text{avec } e^s \text{ qui rend compte de l'évolution de la forme de la section} \end{cases}$

- équations d'équilibre :

$\begin{cases} N_{,1}^r = 0 \quad \text{avec } N^r \text{ effort normal} \\ T_{,1}^r = 0 \quad \text{avec } T^r \text{ effort tranchant} \\ M_{,1}^r = T^r + N^r\theta \quad \text{avec } M^r \text{ moment de flexion} \\ \left.\begin{array}{l} M_{,1}^s = M^o \\ M_{,1}^b = M^t - M^s \end{array}\right\} \quad \text{avec } M^s, M^o, M^t, M^b \text{ moments d'ouverture du ruban} \end{cases}$

- lois de comportement :

$\begin{cases} N^r = Aae^r + A\overline{z}k^r + A\overline{e^s} \\ M^r = Ae^r\overline{z} + (A\overline{z^2} + aD_{11})k^r + A\overline{e^s z} - D_{11}\overline{Z}\beta_{,11}^e - D_{12}\overline{Z_{,22}}(\beta^e - \beta_0^e) \\ M^o = (A\overline{Z}e^r + A\overline{zZ}k^r + A\overline{e^s Z})k^r + D_{22}\overline{Z_{,22}^2}(\beta^e - \beta_0^e) + D_{12}\overline{ZZ_{,22}}\beta_{,11}^e - D_{12}\overline{Z_{,22}}k^r \\ M^t = (A\overline{Z^2}e^r + A\overline{zZ}k^r + A\overline{e^s Z^2})\beta_{,1}^e + 4D_{33}\overline{Z_{,2}^2}\beta_{,1}^e \\ M^b = -D_{11}\overline{Z}k^r + D_{11}\overline{Z^2}\beta_{,11}^e + D_{12}\overline{ZZ_{,22}}(\beta^e - \beta_0^e) \end{cases}$

La notation $\overline{A}$ désigne l'intégrale sur la section, et la notation $A_{,1}$ désigne la dérivée de A par rapport à s_1. Z est une fonction de forme et vaut $\frac{s_2^2}{a}$. A, D_{11},D_{12},D_{22}, D_{33} sont les constantes d'élasticité. Dans le cadre d'une coque d'épaisseur constante h, constituée d'un matériau isotrope de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν, on a :

$A = Eh, D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, D_{12} = \nu D_{11}, D_{33} = \frac{Eh^3}{24(1+\nu)}$

Les déformations e^r et k^r sont respectivement la déformation d'extension et la courbure de flexion

dans le cadre de la théorie des poutres en grandes rotations. La déformation e^s, qui ne dépend que de l'angle d'ouverture β, prend en compte l'évolution de la forme de la section le long de la ligne de référence. N^r, T^r et M^r sont les contraintes généralisées de tension, de cisaillement et de flexion de poutre en non-linéaire géométrique. Les contraintes généralisées M^s, M^o, M^t, M^b sont des moments liés à l'ouverture de la section.

On obtient ainsi un modèle 1D, qui rend compte du comportement 2D d'un mètre ruban. Pour le modèle présenté dans cette section, on obtient un système constitué d'une petite vingtaine d'équations différentielles.

3 Méthode numérique

Le modèle de ruban proposé par F. Guinot ([6], [5]) donne lieu à une famille de modèles dérivés, qui ont tous en commun la possibilité d'être représentés par un système BVP (*Boundary Value Problem*) de la forme $\mathbf{u}'(x) = f(\mathbf{u}(x), \lambda)$, avec $\mathbf{u}(x)$ vecteur des inconnues du système, $x \in [0, L]$ l'abscisse curviligne le long de la ligne de référence (noté s_1 dans les sections précédentes), et λ un paramètre de continuation. L'idée est donc d'utiliser un outil généraliste de résolution des BVP pour éviter d'avoir à faire des développements spécifiques pour chaque modèle. La discrétisation est effectuée par collocation orthogonale ([3]), et on choisit une interpolation polynômiale d'ordre 3. Pour cela, on partitionne l'intervalle $[0, L]$ en *Nint* intervalles. Chaque intervalle est ensuite divisé en trois.

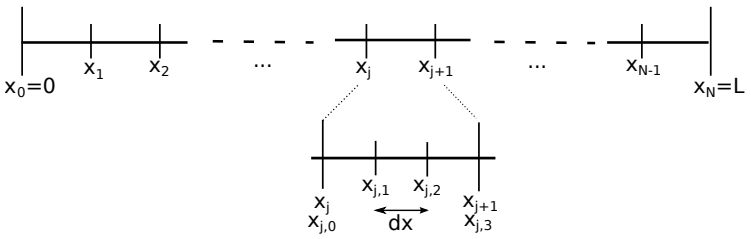

Fig. 3 – Echantillonage du ruban

u est le vecteur des inconnues en chaque point de la poutre, et le vecteur des inconnues du système discrétisé est alors $\mathbf{U}=[\mathbf{u}_0\ \mathbf{u}_{\frac{1}{3}}\ \mathbf{u}_{\frac{2}{3}}\ \mathbf{u}_1\ \mathbf{u}_{1+\frac{1}{3}}\ ....\ \mathbf{u}_{Nint-1}\ ...\ \mathbf{u}_{Nint}]$. A partir du système d'équations différentielles, on obtient les équations algébriques pour **U** de la façon suivante :

Le vecteur des inconnues aux points nodaux sur l'intervalle j est $\mathbf{U}^j = [\ \mathbf{u}_{j,0}\ \mathbf{u}_{j,1}\ \mathbf{u}_{j,2}\ \mathbf{u}_{j,3}]$. Sur cet intervalle, on effectue une interpolation sous la forme $\mathbf{u}(x) = \mathbf{u}_{j,0}l_{j,0} + \mathbf{u}_{j,1}l_{j,1} + \mathbf{u}_{j,2}l_{j,2} + \mathbf{u}_{j,3}l_{j,3}$, $l_{j,3}$ étant le polynôme de Lagrange d'ordre 3 basé sur le point $x_{i,j}$. On défini trois points de Gauss sur l'intervalle j, et on note $\mathbf{U}^j_{coll}$ le vecteur des inconnues aux points de Gauss (points de collocation) : $\mathbf{U}^j_{coll}$=[$\mathbf{u}_{z,1}\ \mathbf{u}_{z,2}\ \mathbf{u}_{z,3}$]. Avec P et P' les matrices d'interpolation pour $\mathbf{U}^j$ et sa dérivée par rapport à x, on obtient $\mathbf{U}^j_{coll} = \mathbf{U}^j P$ et $\mathbf{U}'^j_{coll} = \mathbf{U}^j P'$. Les équations seront écrites aux points de Gauss, et on a donc pour chaque intervalle j : $\mathbf{U}'^j_{coll} = f(\mathbf{U}^j_{coll}, \lambda)$. L'ensemble des équations du système est obtenu par assemblage.

La résolution du système, la continuation, l'analyse de la stabilité et des bifurcations est effectué dans le cadre des Méthodes Asymptotiques Numériques (*MAN*) ([2]) , grâce à l'outil MANLAB ([15]). Le système d'équations est donc implémenté sous la forme $M(\mathbf{U}') = L_0 + L(\mathbf{U}) + Q(\mathbf{U}, \mathbf{U})$, L_0 étant un opérateur constant, M et L des opérateurs linéaires, et Q un opérateur quadratique. Le système d'équations différentielles est complété par un ensemble de conditions limites. La section suivante présente différents essais et résultats, pour un ruban seul, échantillonné en 501 intervalles.

4 Exemples : flambage local sous flexion

Dans les figures qui suivent, les déformées tridimensionnelles sont reconstruites à partir de la solution du modèle unidimensionnel de poutre et de la cinématique définie à la section 2. Les caractéristiques géométriques et matérielles du ruban étudié sont présentées dans le tableau 1.

Longueur L	Largeur a	Epaisseur h	Angle d'ouverture initial β_0^e	Module d'Young E	Coefficient de Poisson ν
1000 mm	60 mm	0.15 mm	0.6 rad	210 000 MPa	0.3

Tableau 1 – Caractéristiques du mètre ruban

4.1 Flambage local sous flexion avec sections terminales bloquées

On considère un essai de flambage par flexion, avec les conditions aux limites suivantes :

– en $x = 0$: $\begin{cases} u_1(0) = 0 \\ u_3(0) = 0 \\ \theta(0) = -\lambda & \text{avec } \lambda \text{ paramètre de continuation} \\ \beta^e(0) = \beta_0^e & \text{avec } \beta_0^e \text{ l'angle d'ouverture initial du ruban} \\ \beta^{e'}(0) = 0 & \text{avec } \beta^{e'} \text{ la dérivée de } \beta^e \text{ par rapport à } x \end{cases}$

– en $x = L$: $\begin{cases} N^r(L) = 0 \\ u_3(L) = 0 \\ \theta(L) = \lambda \\ \beta^e(L) = \beta_0^e \\ \beta^{e'}(L) = 0 \end{cases}$

Cet essai de flexion pure à rotations imposées aux extrémités met en évidence l'apparition d'une zone de pliage due à un aplatissement de la section. La figure 4 montre qu'au début de l'essai, le ruban a un comportement similaire à celui d'une poutre à section indéformable : l'évolution du moment de flexion en fonction de la rotation imposée est linéaire. A l'instant précédant le flambage, la section s'aplatit sur toute la longueur du ruban, l'aplatissement étant maximum au centre (déformée 5.2). Il s'ensuit une localisation de la déformation au milieu du mètre ruban (déformée 5.3) et l'apparition de la zone de pliage (déformée 5.4).

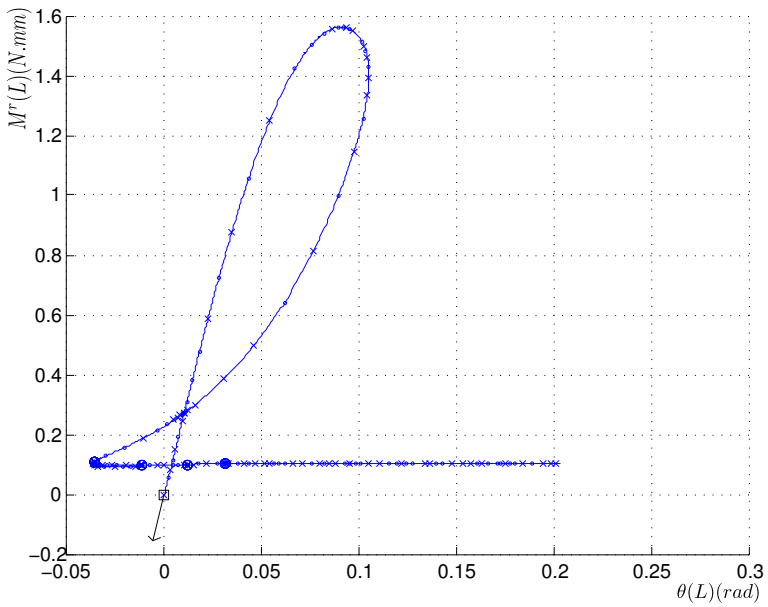

Fig. 4 – Diagramme de bifurcation lors d'un essai de flambage local sous flexion : $M^r(L) = f(\theta(L))$

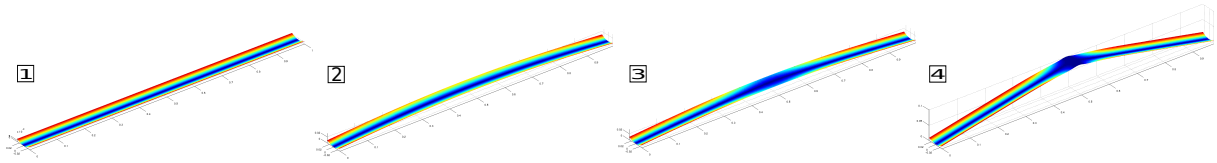

Fig. 5 – Quelques déformées caractéristiques d'un essai de flambage local sous flexion. Isocouleurs de l'angle β, caractérisant le degré d'aplatissement du ruban.

Cet essai avait été précédemment traité avec COMSOL ([5], [6], [9]) et nous sert donc de cas test. On obtient les mêmes moments et angles critiques pour le flambage que ceux obtenus dans COMSOL.

Ici l'ouverture des sections terminales est bloquée : on impose $\beta^e(0) = \beta^e(L) = \beta_0^e$. Le diagramme de bifurcation (figure 4) montre que la branche de solution partant de l'origine est exempte de bifurcations et conduit à la formation d'un pli central.

4.2 Flambage local sous flexion avec sections terminales libres

Cette fois-ci, les sections terminales sont libres de se déformer, les autres conditions aux limites restant inchangées. La branche de solution partant de l'origine comporte cette fois de nombreuses branches bifurquées et il y a donc de nombreuses réponses possibles (Figure 6).

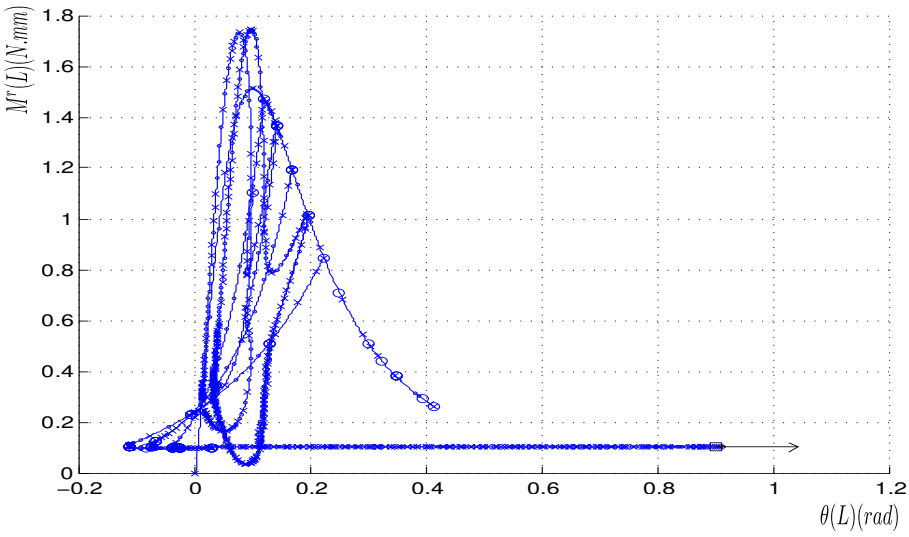

Fig. 6 – Diagramme de bifurcation lors d'un essai de flambage local sous flexion où les sections terminales sont libres de se déformer : $M^r(L) = f(\theta(L))$

De la même façon, on peut reconstruire la déformée 3D du ruban à partir des résultats du modèle et ainsi visualiser les déformées possibles. Sur la branche fondamentale, l'ensemble du mètre ruban s'ouvre, à β^e uniforme, indépendant de s_1, comme l'illustre les isocouleurs de la figure 7.

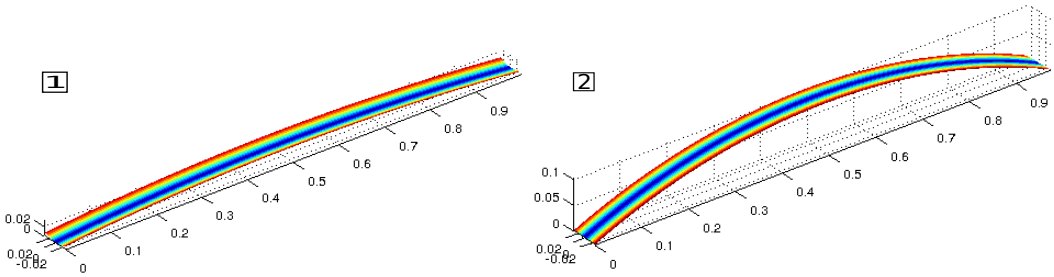

Fig. 7 – Déformées lors d'un essai de flambage local sous flexion où les sections terminales sont libres de se déformer. Branche fondamentale. Isocouleurs de l'angle β, caractérisant le degré d'aplatissement du ruban.

Les nombreuses branches bifurquées témoignent de phénomènes de localisation, qui peuvent se produire en différents endroits du ruban (Figure 8).

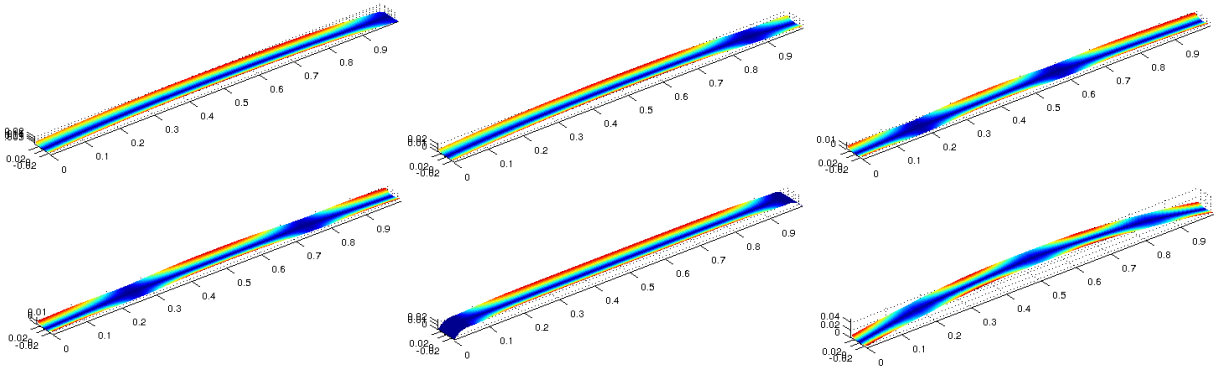

Fig. 8 – Déformées lors d'un essai de flambage par flexion où les sections terminales sont libres de se déformer. Branches bifurquées. Isocouleurs de l'angle β, caractérisant le degré d'aplatissement du ruban.

Le travail en cours consiste à analyser ces réseaux de solutions avec leur stabilité et à comprendre les scénarios de saut entre ces branches au cours du chargement.

5 Conclusion

Nous avons proposé un modèle de poutre à section flexible pour le comportement des mètres rubans. Ce modèle permet de simuler des scénarios complexes de pliage et de déploiement. Partant d'un modèle de coque, on introduit une cinématique originale en décrivant la géométrie de la section par un *Elastica*. Après intégration sur la section, on obtient les énergies associées au modèle de poutre. Le principe des travaux virtuels permet ensuite d'obtenir les équations locales du mètre ruban. La discrétisation est effectuée par collocation orthogonale, et l'interpolation est effectuée par des polynômes de Lagrange d'ordre 3. La résolution numérique, la continuation, et l'analyse des bifurcations est effectué dans le cadre des Méthodes Asymptotiques Numériques, grâce au logiciel MANLAB. On obtient alors un outil générique permettant d'obtenir toutes les réponses possibles d'un ruban soumis à un jeu de conditions limites donné. Cet outil, actuellement capable de traiter un ruban seul, sera étendu pour traiter le déploiement et la stabilité de structures plus complexes, composées d'un assemblage de mètres rubans.

Références

[1] S. Bourgeois, B. Cochelin, F. Guinot, E. Picault, *Buckling analysis of tape springs using a rod model with flexible cross-sections*, European Journal of Computational Mechanics/ Revue Européeenne de Mécanique Numérique 21, 3-6, 184-194, 2012.

[2] B. Cochelin, N. Damil, M. Potier-Ferry, *Méthode Asymptotique Numérique*, Lavoisier, 2007.

[3] E. J. Doedel, *Lecture Notes on Numerical Analysis of Nonlinear Equations*, Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems, Path following and boundary value problems, 1-48, Springer, 2007.

[4] R. Gonçalves, M. Ritto-Correa, D. Camotim. *A large displacement and finite rotation thin-walled beam formulation including cross-section deformation*, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 199, 1627-1643, 2010.

[5] F. Guinot. *Déploiement régulé de structures spatiales : vers un modèle unidimensionnel de mètre ruban composite*, Thèse de doctorat, Université de Provence, 2011.

[6] F. Guinot, S. Bourgeois, B. Cochelin, L. Blanchard. *A planar rod model with flexible thin-walled cross-sections. Application to the folding of tape springs*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, Volume 49, Issue 1, 73-86, 2012.

[7] F. Guinot, S. Bourgeois, B. Cochelin, C. Hochard, E. Picault, *Un modèle de poutre à section fortement déformable pour l'étude du déploiement de mètres rubans*, Congrès Français de Mécanique 2011, 2011.

[8] E. Picault, S. Bourgeois, B. Cochelin, F. Guinot. *Un modèle de poutre à section mince flexible pour l'étude du comportement 3D des mètres rubans*, soumis à CSMA, 2013.

[9] E. Picault, S. Bourgeois, B. Cochelin, F. Guinot, *Instabilités de mètres rubans*, Congrès Français de Mécanique 2011, 2011.

[10] P.M. Pimenta, E.M.B. Campello, *A fully nonlinear multi-parameter rod model incorporating general cross-sectional in-plane changes and out-of-plane warping*, Latin American Journal of Solids and Structures 1, 119-140, 2003.

[11] K.A. Seffen, S. Pellegrino. *Deployment dynamics of tape springs*, Proceedings of the Royal Society, 1003-1048, 1999.

[12] K.A. Seffen, Z. You, S. Pellegrino. *Folding and deployment of curved tape springs*, International Journal of Mechanical Sciences, 2055-2073, Elsevier, 2000.

[13] B.Z. Vlassov, *Pièces longues en voiles minces*, Eyrolles, Paris, 1962.

[14] M. Zivkovic, M. Kojic, R. Slavkovic, N. Grujovic, *A general beam finite element with deformable cross-section*, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 190, 2651-2680, 2001.

[15] http ://manlab.lma.cnrs-mrs.fr/

[16] COMSOL AB, COMSOL Multiphysics User's Guide v4.2, Stockholm, Sweden, September 2011.