



HAL
open science

Le pompage énergétique par absorbeur non-linéaire bi-stable

Pierre-Olivier Mattei, Volodymyr Iurasov, R Ponçot, Marc Pachebat, Renaud
Côte

► **To cite this version:**

Pierre-Olivier Mattei, Volodymyr Iurasov, R Ponçot, Marc Pachebat, Renaud Côte. Le pompage énergétique par absorbeur non-linéaire bi-stable. Journée SFA-IRCAM: Techniques de contrôle en vibration, acoustique et musique, Nov 2015, Paris, France. hal-01319216

HAL Id: hal-01319216

<https://hal.science/hal-01319216>

Submitted on 10 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le pompage énergétique par absorbeur non-linéaire bi-stable

P.-O. Mattei, V. Iurasov, R. Ponçot, M. Pachebat, R. Côte

Journée SFA (GSAM-GVB) - IRCAM
16 novembre 2015

Constat : en BF, peu de moyens *passifs* pour dissiper les champs vibroacoustiques.

Constat : en BF, peu de moyens *passifs* pour dissiper les champs vibroacoustiques.

Besoin : extraire *efficacement* l'énergie d'une structure vibrante ou d'un champ sonore.

Constat : en BF, peu de moyens *passifs* pour dissiper les champs vibroacoustiques.

Besoin : extraire *efficacement* l'énergie d'une structure vibrante ou d'un champ sonore.

Absorbeurs *passifs*

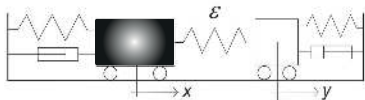
les absorbeurs dynamiques non linéaires (NES)

Principe sous-jacent : transfert et localisation de l'énergie sur un mode non linéaire

Une expérience numérique introductive

Un système linéaire archétypal

Deux oscillateurs linéaires, accordés, amortis et faiblement couplés



$$\ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \omega_1^2 x + \varepsilon(x - y) = 0$$

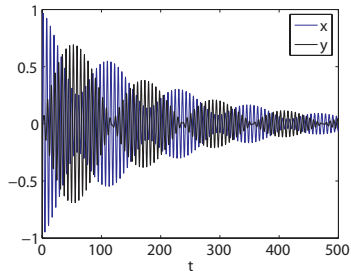
$$\ddot{y} + \lambda_2 \dot{y} + \omega_2^2 y + \varepsilon(y - x) = 0$$

avec $\varepsilon = 0.05$, $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 0.98$

$$\lambda_1 = 0.01, \lambda_2 = 0.01$$

conditions initiales :

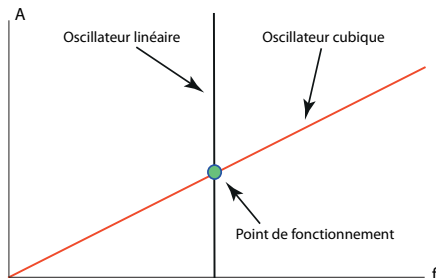
$$\dot{x}(0) = 1, \dot{y}(0) = 0, x(0) = y(0) = 0$$



⇒ **Intenses échanges d'énergie par battements linéaires amortis. Dans les deux sens**

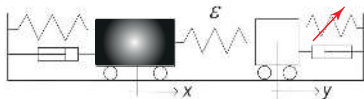
Le système non linéaire développé

Un oscillateur linéaire faiblement couplé à un oscillateur de raideur **cubique**



Le système non linéaire développé

Un oscillateur linéaire faiblement couplé à un oscillateur de raideur **cubique**



$$\ddot{x} + \lambda_1 \dot{x} + \omega_1^2 x + \varepsilon(x - y) = 0$$

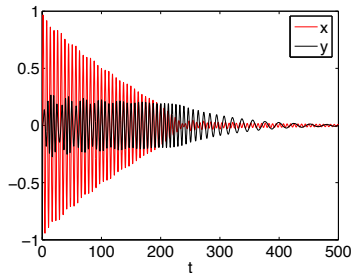
$$\ddot{y} + \lambda_2 \dot{y} + \alpha y^3 + \varepsilon(y - x) = 0$$

avec $\varepsilon = 0.05$, $\omega_1 = 1$, $\alpha = 36$

$\lambda_1 = 0.01$, $\lambda_2 = 0.03$

conditions initiales :

$$\dot{x}(0) = 1, \dot{y}(0) = 0, x(0) = y(0) = 0$$



⇒ **Un échange d'énergie sans retour**

Plan de la présentation

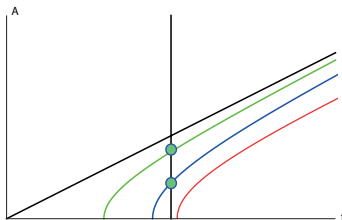
1. Introduction
2. Un système vibroacoustique couplé archétypal
3. Le NES bistable
4. Contrôle vibroacoustique par NES bistable
5. Bilan et commentaires

On cherche à limiter le champ acoustique rayonné par une structure vibrante par un NES vibratoire.

- ▶ **Niveaux vibratoires très faibles** \Rightarrow abaisser le seuil.

On cherche à limiter le champ acoustique rayonné par une structure vibrante par un NES vibratoire.

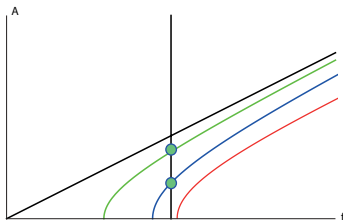
- **Niveaux vibratoires très faibles** \Rightarrow abaisser le seuil.



Ajouter un peu de raideur linéaire aide, mais limite l'intérêt du dispositif

On cherche à limiter le champ acoustique rayonné par une structure vibrante par un NES vibratoire.

- **Niveaux vibratoires très faibles** \Rightarrow abaisser le seuil.

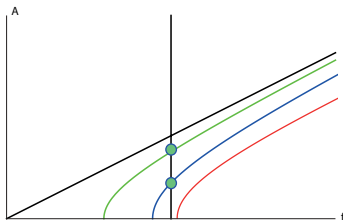


Ajouter un peu de raideur linéaire aide, mais limite l'intérêt du dispositif

- **NES très peu rigide à bas niveau (mollissant) et très rigide à fort niveau (raidissant)**

On cherche à limiter le champ acoustique rayonné par une structure vibrante par un NES vibratoire.

- **Niveaux vibratoires très faibles** \Rightarrow abaisser le seuil.

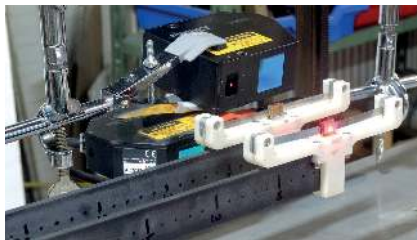


Ajouter un peu de raideur linéaire aide, mais limite l'intérêt du dispositif

- NES très peu rigide à bas niveau (mollissant) et très rigide à fort niveau (raidissant)

\Rightarrow **NES flambé !**

2 poutres couplées et 1 ou 2 NES

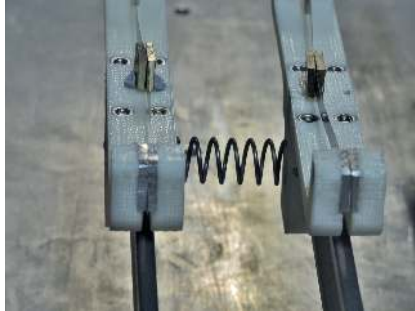


- ▶ Deux poutres cantilever couplées par un ressort
- ▶ Deux modes vibratoires à atténuer : en phase et en opposition de phase

Poutres en acier : 35 cm de long, hauteur 2,5 cm et épaisseur 2 mm.

Comparaison mesure et calcul (sur un modèle simplifié à 3 ddl)

Le NES

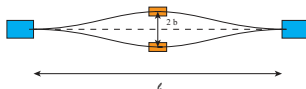


Support en ABS + lame mince **pré-flambée** + masse.

Pré-flambement :

- ▶ Raideur variable : mollissante basse amplitude, raidissante forte amplitude
- ▶ Abaisse (considérablement) le seuil de pompage
- ▶ Mouvement chaotique possible

Modèle à 1 ddl pour 1 NES flambé



Géométrie du NES.

On écrit (**forte hypothèse**) le déplacement de la poutre bi-encastée flambée (non-linéaire) comme :

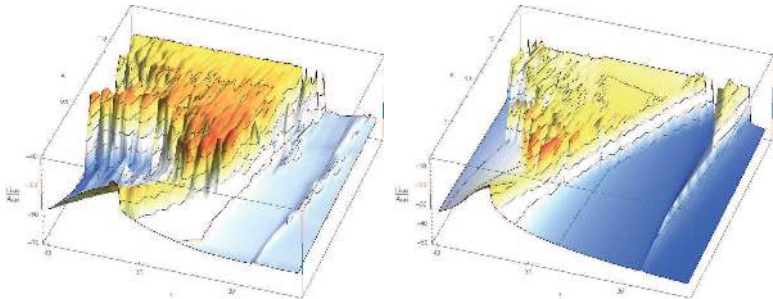
$$w(x,t) = w_0(x) (1 + q(t)), \text{ avec } w_0(x) = \frac{1}{2}b(1 - \cos 2\pi \frac{x}{\ell}).$$

Après réduction de Ritz, on obtient une équation différentielle non linéaire de type Helmholtz-Duffing pour le NES :

$$m_N \ddot{q}(t) + c_N \dot{q}(t) + k_N \mathcal{F}(q(t)) = A \sin \omega t$$

- ▶ $\mathcal{F}(q(t)) = (q(t) - b) + \frac{3}{2b}(q(t) - b)^2 + \frac{1}{2b^2}(q(t) - b)^3$: non linéarité
- ▶ $m_N = (\frac{3}{8}\rho A \ell + m_0)$: masse dynamique
- ▶ $c_N = \frac{3}{8}\ell \mu$: amortissement dynamique (**paramètre identifié**)
- ▶ $k_N = (2\pi f_{N1})^2 m_N$: raideur équivalente dynamique (**paramètre identifié**)

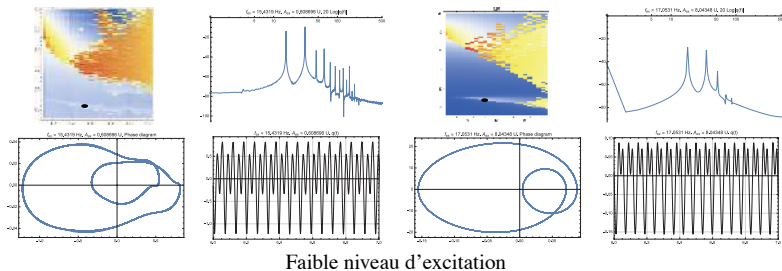
Surfaces de réponse amplitude-fréquence pour le NES seul



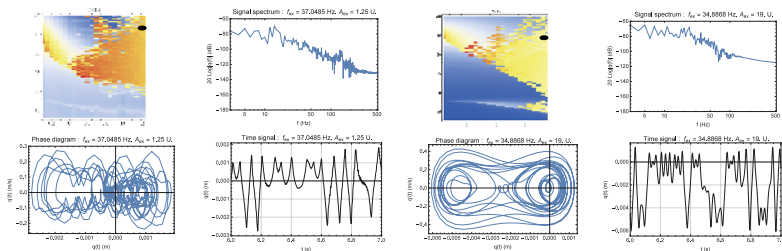
FRF du NES. Mesure (gauche) et calcul (droite).
 q_{RMS}/A vs f & A .

- ▶ harmonique 1/2 à faible amplitude
- ▶ envahissement du plan $A - \omega$: mouvement chaotique du NES à forte amplitude
- ▶ comportement amollissant à faible amplitude

Exemples de réponses mesurées et calculées



Exemples de réponses mesurées et calculées



Fort niveau d'excitation

Système à 3 ddl pour 2 poutres couplées et 1 NES

- En BF (poutre mince linéaire d'Euler), on écrit $w_i(x, t) =$ comme

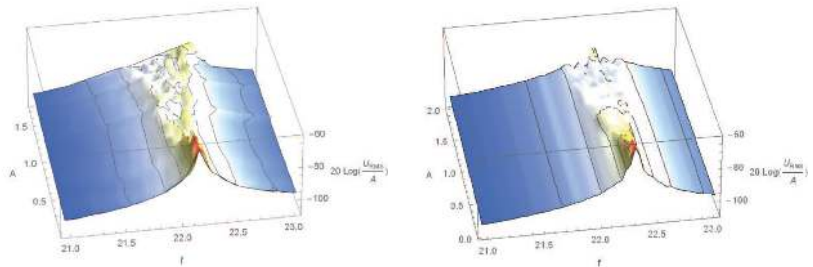
$$w_i(x, t) = \phi_1(x)u_i(t), \phi_1(x) \text{ premier mode de poutre cantilever}$$

- Par réduction de Ritz :
Système de 3 éq. diff. fortement non linéaires...

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{u}_1(t) + \mu_1 \dot{u}_1(t) + k_1 u_1(t) + k_c(u_1(t) - u_2(t)) \\ - c_N(\dot{q}(t) - \phi_1(x_N)\dot{u}_1(t)) - k_N \mathcal{F}(q(t) - \phi_1(x_N)u_1(t)) &= A\phi_1^2(x_0) \sin(\omega t) \\ m_1 \ddot{u}_2(t) + \mu_1 \dot{u}_2(t) + k_1 u_2(t) - k_c(u_1(t) - u_2(t)) &= 0 \\ m_N \ddot{q}(t) + c_N(\dot{q}(t) - \phi_1(x_N)\dot{u}_1(t)) + k_N \mathcal{F}(q(t) - \phi_1(x_N)u_1(t)) &= 0 \end{aligned}$$

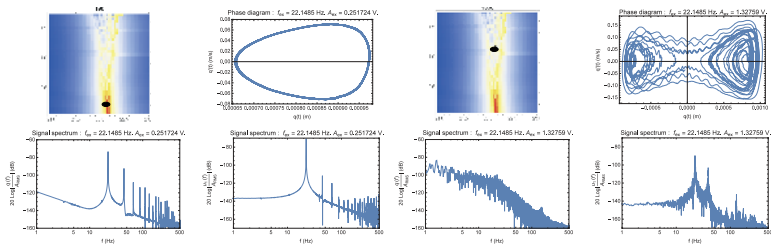
Le calcul de la solution se fait par “force brute” sous Mathematica (extrêmement rapide...)

Réponses en fréquence pour le système 3 ddl



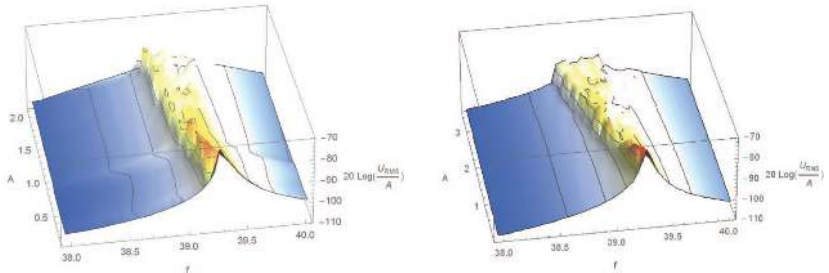
Surface de la FRF de la poutre 1.
Mesure (gauche) et calcul normalisé (droite).
 u_{1RMS}/A vs f & A . Mode fondamental.
Atténuation > 10 dB...

Réponses en fréquence pour le système 3 ddl



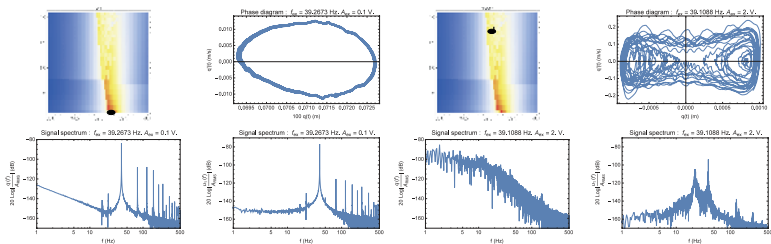
Mesures au voisinage du mode fondamental.

Réponses en fréquence pour le système 3 ddl



Surface de la FRF de la poutre 1.
Mesure (gauche) et calcul normalisé (droite).
 u_{1RMS}/A vs f & A . Mode couplé.
Attenuation > 10 dB...

Réponses en fréquence pour le système 3 ddl



Mesures au voisinage du mode couplé.

Réponses en fréquence pour le système 3 ddl

Mouvements chaotiques du NES : efficacité maximale...

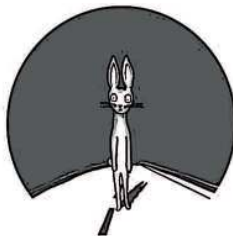
Peut-on prédire cette dynamique chaotique ?

Dynamique chaotique du NES : méthode de Melnikov

Prédiction de la dynamique chaotique par analyse des orbites homocliniques...

Dynamique chaotique du NES : méthode de Melnikov

Prédiction de la dynamique chaotique par analyse des orbites homocliniques...



Méthode de Melnikov...

On part de l'équation du NES adimensionnalisée :

$$\ddot{x}(t) + \varepsilon \delta \dot{x}(t) + \left(x(t) + \frac{3}{2}x(t)^2 + \frac{1}{2}x(t)^3 \right) = \varepsilon \gamma \cos \Omega t, \varepsilon \ll 1$$

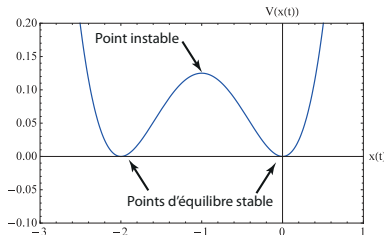
Dans l'espace des phases :

$$y(t) = \dot{x}(t)$$

$$\dot{y}(t) = -f(x(t)) - \varepsilon \delta \dot{x}(t) + \varepsilon \gamma \cos \Omega t,$$

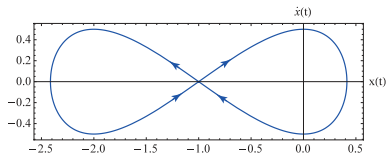
pour $\varepsilon = 0$ c'est un système Hamiltonien d'énergie $H(x, y) = 1/2y^2 + V(x)$.

$V(x) = 1/2x^2 + 1/2x^3 + 1/8x^4$ est un potentiel à deux puits



Méthode de Melnikov...

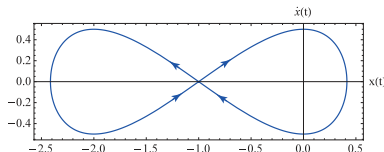
Dans l'espace des phases, les orbites homocliniques : $x_{l,r}^h(t) = \pm\sqrt{2} \operatorname{sech}(t/\sqrt{2}) - 1$



séparent les différents types de mouvements du système. Si $\varepsilon \neq 0$, ces orbites se déstabilisent pour certaines valeur de δ et de α (\Rightarrow dynamique chaotique).

Méthode de Melnikov...

Dans l'espace des phases, les orbites homocliniques : $x_{l,r}^h(t) = \pm\sqrt{2} \operatorname{sech}(t/\sqrt{2}) - 1$



séparent les différents types de mouvements du système. Si $\varepsilon \neq 0$, ces orbites se déstabilisent pour certaines valeurs de δ et de α (\Rightarrow dynamique chaotique).

Les zéros de la fonction de Melnikov

$$M^{l,r}(t_0, \phi_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{x}_{l,r}^h(t) \left(-\delta \dot{x}_{l,r}^h(t) \pm \gamma \cos(\Omega(t+t_0) + \phi_0) \right) dt$$

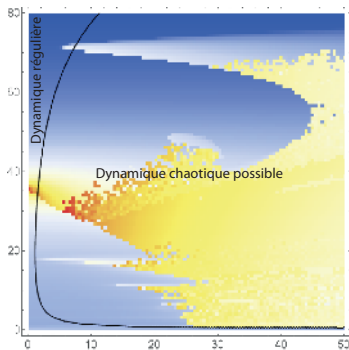
caractérisent la transition entre les dynamiques régulières et chaotiques. On a

$$M^{l,r}(t_0, \phi_0) = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \delta \mp 2\pi\gamma\Omega \operatorname{sech}\left(\frac{\Omega\pi}{\sqrt{2}}\right) \sin(\Omega t_0 + \phi_0)$$

$M^{l,r}(t_0, \phi_0)$ s'annule si $\gamma \geq \delta\sqrt{2}/(3\pi\Omega) \cosh\left(\frac{\Omega\pi}{\sqrt{2}}\right)$.

Méthode de Melnikov...

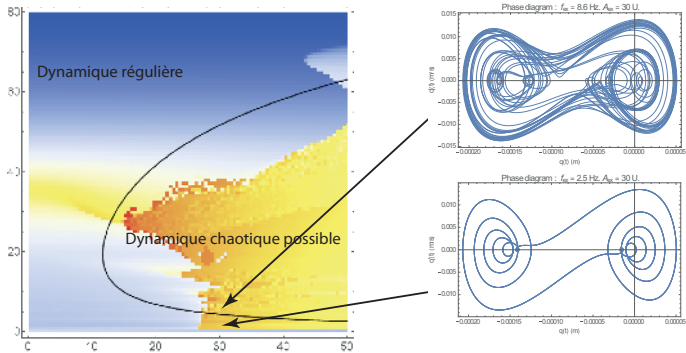
À quoi tout ceci sert-il ?



NES utilisé pour les expériences

Méthode de Melnikov...

À quoi tout ceci sert-il ?



NES avec un amortissement $\times 10$

Commentaires généraux sur les absorbeurs dynamiques non linéaires bi-stables

- ▶ Principe de bistabilité très prometteur
 - ▶ Effet de seuil moins marqué qu'un NES "impair"
 - ▶ Adaptabilité à une très large gamme fréquentielle
 - ▶ Robustesse (BF/MF)
 - ▶ Gains significatifs prédits et observés
- ▶ Gros travail encore à fournir pour modéliser et optimiser les NES
 - ▶ Nombreux paramètres de réglages, certains nécessitant du "savoir-faire"
 - ▶ Mouvements chaotiques
 - ▶ Pompage non par localisation sur un mode NL mais par "diffusion chaotique" ?
 - ▶ Modèle du NES à 1 ddl insuffisant (plusieurs dizaines de ddl...), Les méthode usuelles type balance harmonique, "shooting method", "normal modes", peu effectives...

Merci de votre attention