



HAL
open science

Identification parcimonieuse d'un système non-linéaire en régime forcé : mesure, transformée de Hilbert-Huang et a priori

Pierre-Olivier Mattei, Marc Pachebat

► To cite this version:

Pierre-Olivier Mattei, Marc Pachebat. Identification parcimonieuse d'un système non-linéaire en régime forcé : mesure, transformée de Hilbert-Huang et a priori. JOURNÉES DU GDR VISIBLE, Nov 2012, Paris, France. hal-01318583

HAL Id: hal-01318583

<https://hal.science/hal-01318583>

Submitted on 19 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification parcimonieuse d'un système non-linéaire en régime forcé : mesure, transformée de Hilbert-Huang et *a priori*.

P.-O. Mattei & M. Pachebat

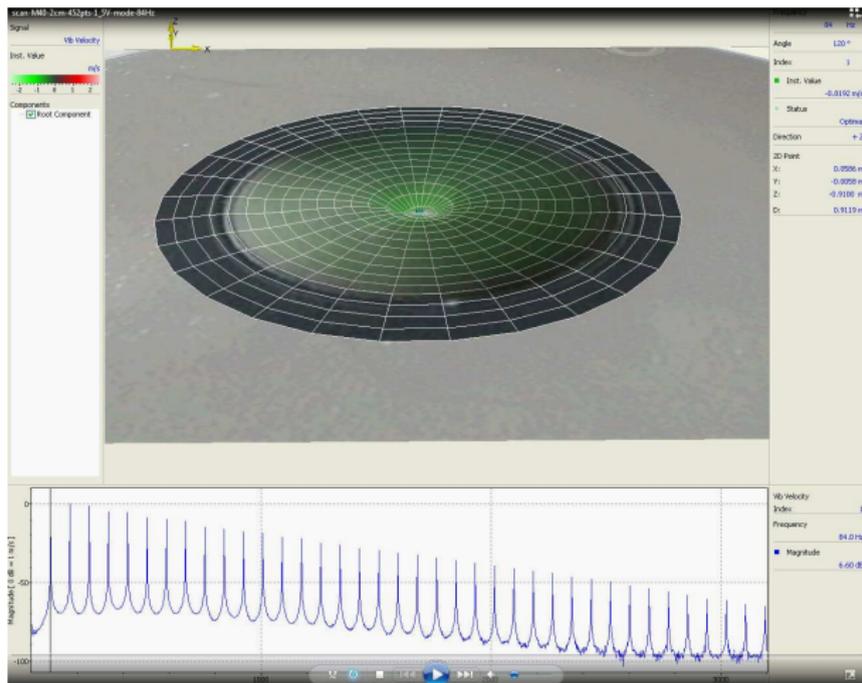
LMA

le 15 novembre 2012

- 1 Introduction du problème sur un signal mesuré sur un système non-linéaire
- 2 Transformée de Hilbert-Huang et fréquence instantanée
- 3 Le système à l'étude : un cas pathologique
- 4 Comment intégrer un a priori
- 5 Interprétation physique des résultats

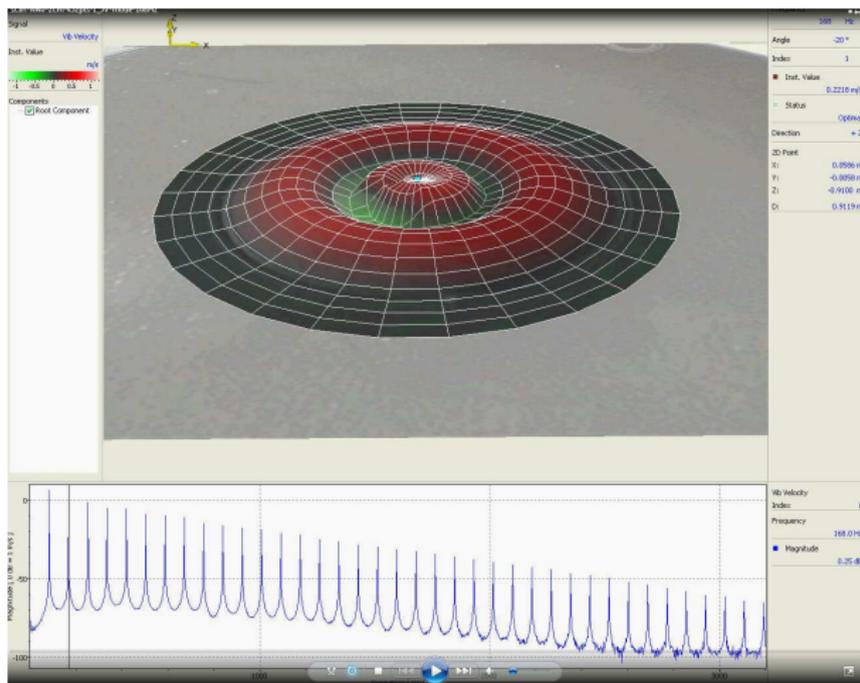
Soit une membrane, comme NES d'un système en pompage non-linéaire...

Exemples de déformées de membrane, sollicitée à forte amplitude, mesurées au vibromètre laser et identifiée par analyse de Fourier : 40 composantes...
à 84 Hz :



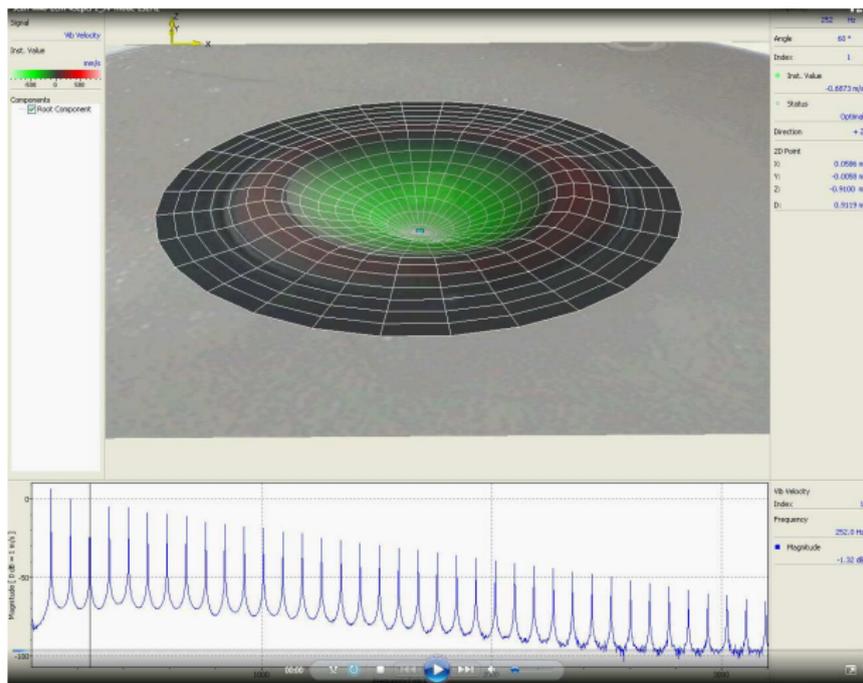
Soit une membrane, comme NES d'un système en pompage non-linéaire...

Exemples de déformées de membrane, sollicitée à forte amplitude, mesurées au vibromètre laser et identifiée par analyse de Fourier : 40 composantes...
à 168 Hz :



Soit une membrane, comme NES d'un système en pompage non-linéaire...

Exemples de déformées de membrane, sollicitée à forte amplitude, mesurées au vibromètre laser et identifiée par analyse de Fourier : 40 composantes...
à 252 Hz :



Ces exemples caractérisent certaines difficultés rencontrées sur les signaux réels :

- Signaux non-stationnaires en temps (comment concilier courtes fenêtres temporelles et résolution fréquentielle ?)
- Systèmes non-linéaires (distortion "harmonique", fluctuations fréquentielles intra-cycliques)
- Analyse de Fourier non satisfaisante (pas d'interprétation des représentations)

Une "bonne" base doit être :

- complète : précision du développement
- orthogonale : positivité de l'énergie
- locale : identifier tous les évènements $\Rightarrow, A = A(t), f = f(t)$
- adaptative : la base ne peut être prédéterminée

La HHT est caractérisée par 3 étapes :

- Décomposition modale empirique (EMD) du signal en une suite de fonctions déterminées à partir du signal, les IMFs (Intrinsic Mode Functions)
- Transformée de Hilbert pour chaque IMF et définition du signal analytique
- Calcul de la fréquence instantannée

Une IMF satisfait deux propriétés :

- 1 Maxima > 0 et minima < 0
- 2 Moyenne locale de l'enveloppe des maxima et des minima nulle

L'EMD se fait par tamisage (sifting) du signal par extraction successive des composantes hautes fréquences que contient le signal pour aboutir à un résidu quasi-continu et/ou négligeable.

Les difficultés viennent de l'identification des extrema, de la non-linéarité du tamisage (double itération sur les enveloppes des extrema et les IMFs) et de la propagation des erreurs.

La représentation ainsi bâtie est souvent parcimonieuse (entre 2 et 10 IMFs) et permet une interprétation physique des IMFs.

1. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. N. Huang et al., Proc. R. Soc. Lond. A (1998), **454**, 903-995.

Transformée de Hilbert, signal analytique et fréquence instantannée

Par définition, la transformée de Hilbert $y(t)$ d'un signal $x(t)$ quelconque (dans L^p) est donnée par

$$\mathcal{H}(x(t)) = y(t) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt'$$

Par exemple $\mathcal{H}(\sin(t)) = \cos(t)$. On obtient alors le signal analytique²

$$\begin{aligned} z(t) &= x(t) + iy(t) \\ &= A(t) \exp(i\phi(t)), A(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}, \phi(t) = \arctan(y(t)/x(t)) \end{aligned}$$

On définit alors la fréquence instantannée³ par

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{x(t)y'(t) - x'(t)y(t)}{x(t)^2 + y(t)^2}$$

- Hypothèse 1 : signal monocomposante (les IMFs sont construites pour cela)
- Hypothèse 2 : théorème de Bedrosian⁴ Pour que la TH génère la composante en quadrature, le signal doit satisfaire : si $x(t) = A(t) \cos(\phi(t))$, alors $y(t) = A(t) \sin(\phi(t))$ ssi le spectre de $A(t)$ est borné par f_0 (BF) et celui de $\cos \phi(t)$ existe au delà de f_0 (HF)

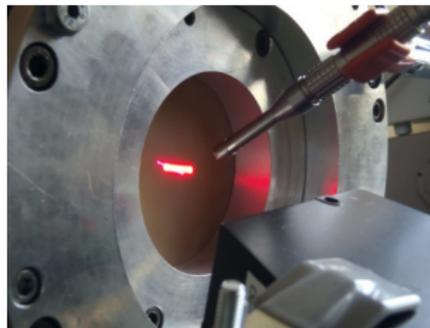
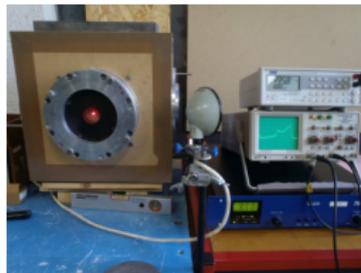
2. Theory of communication. D. Gabor. Proc. IEE. Vol 93. (III), 429-457, 1946.

3. The fundamental principles of frequency modulation. B. Van der Pol. Proc. IEE. Vol 93. (III), 153-158, 1946.

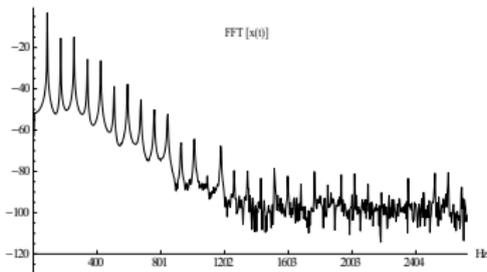
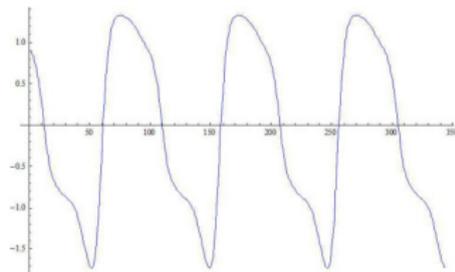
4. Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency of a Signal-Part 1 : Fundamentals & Part 2 : Algorithms and Applications. B. Boashash. Proc IEEE. Vol 80. (IV), 520-538 & 540-568. 1992.

Le système expérimental à l'étude

Système TET développé au LMA : couplage en un milieu acoustique et une membrane (NES) en non linéaire.

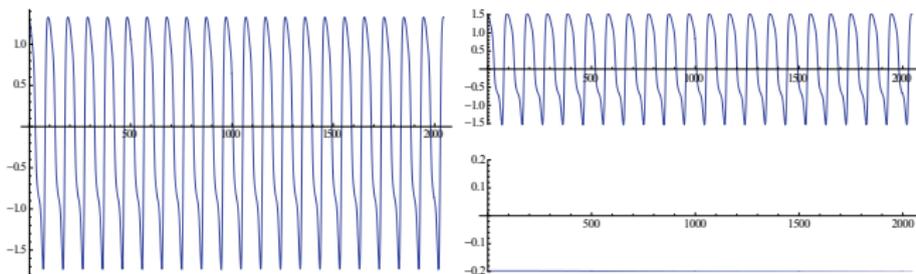


Exemple de signal observé et analysé : niveau d'excitation à la limite du seuil de pompage, (membrane $h = 0,4$ mm, $R = 2$ cm, 15 termes dans la série de Fourier)

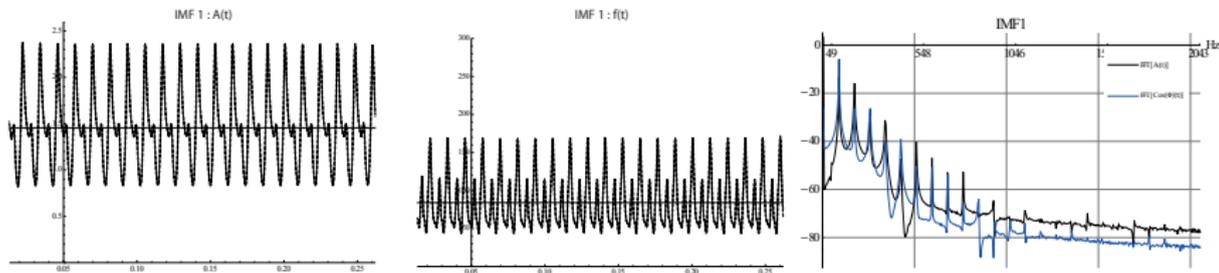


Un défaut de la HHT...

Signal pathologique pour la HHT, on identifie 1 seule IMF (et un terme continu) :



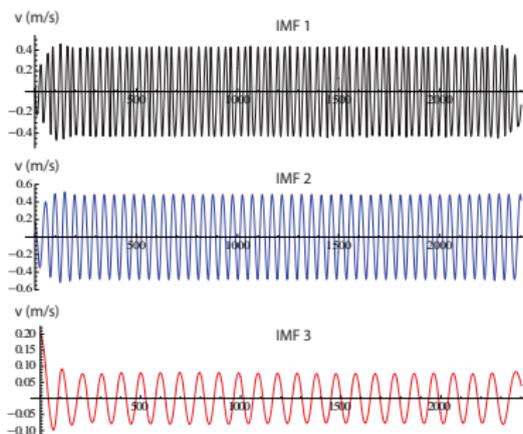
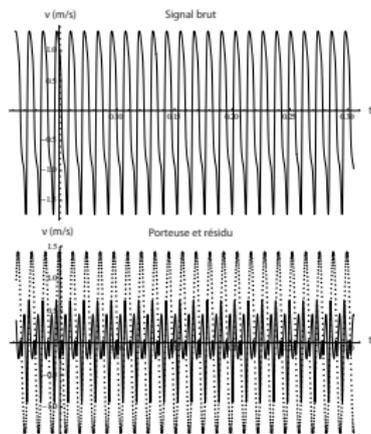
l'IMF identifiée ne sépare pas les BF et HF⁵ du signal $A(t) \cos(\phi(t))$, $2\pi f(t) = \phi'(t)$...



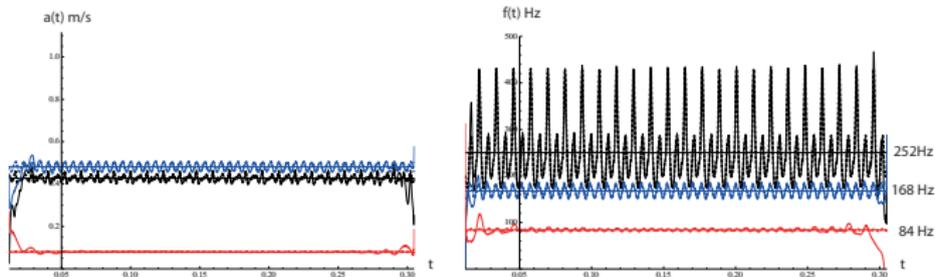
Une solution : ôter du signal la porteuse due au forçage périodique et traiter le résidu

...corrigé par l'introduction d'un *a priori*

On identifie le terme $A_0 + A_1 \cos(2\pi f_f t + \phi_1)$ de forçage $f_f = 84$ Hz connu.
On obtient $A_0 = 0,002$ m/s, $A_1 = 1,41$ m/s et $\phi_1 = 0,089$ rad.

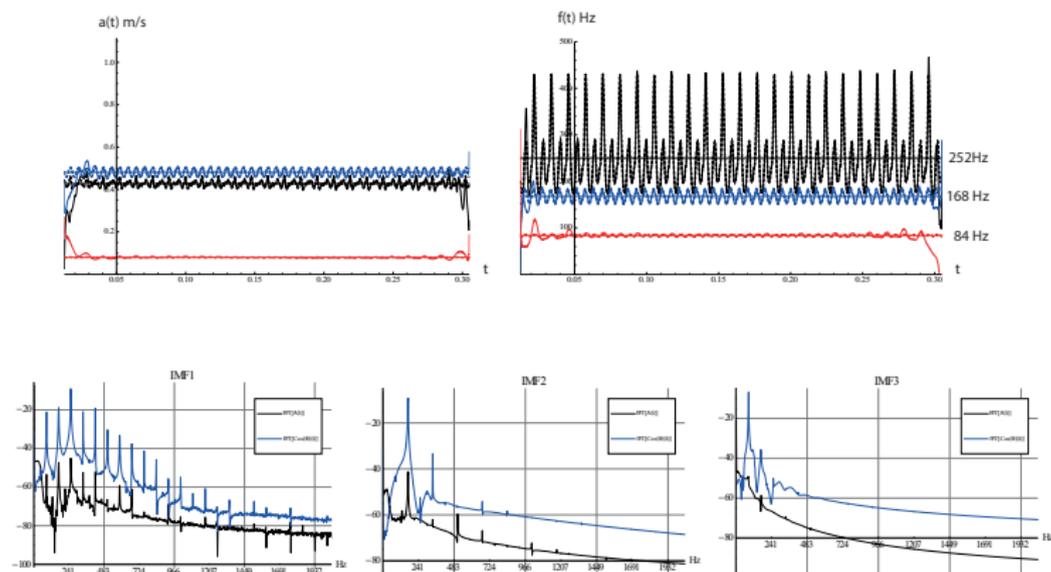


On identifie nettement 3 IMFs.

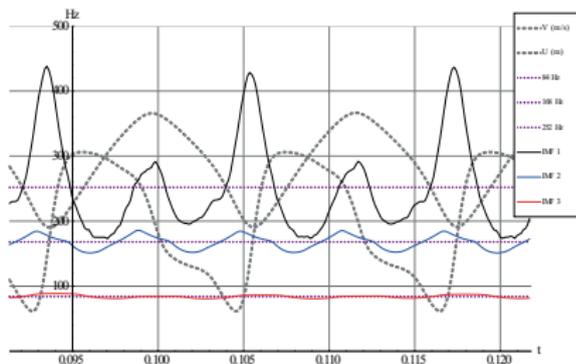
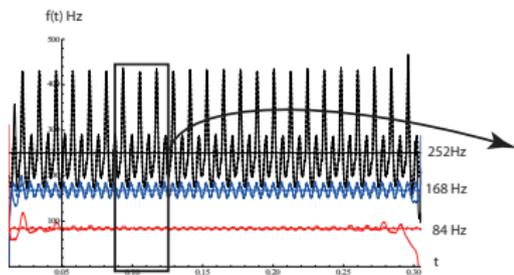


- Pas de terme continu
- La porteuse à la fréquence du forçage est corrigée par une faible fluctuation
- Les IMFs révèlent deux composantes à $2 \times f_f$ et $3 \times f_f$ de fréquences instantanées qui fluctuent assez fortement

Analyse des résultats



L'amplitude et la fréquence instantanées de chaque IMF montrent une fluctuation au cours du temps. Les spectres de $A(t)$ et de $\cos \phi(t)$ se croisent au voisinage de l'origine et montrent en HF un décalage de près de 20 dB qui valide les hypothèses du théorème de Bedrosian



- Les maxima de fréquence au cours d'un cycle correspondent au maxima du déplacement (et de tension) de la membrane : la dynamique de la membrane change au cours du cycle⁶
- Non symétrie des extrema de fréquence au cours d'un cycle : asymétrie du système (effet Doppler $\approx \pm 1\text{Hz}$)?
- Léger décalage temporel des extrema de l'IMF2 : présence d'hystérésis ?

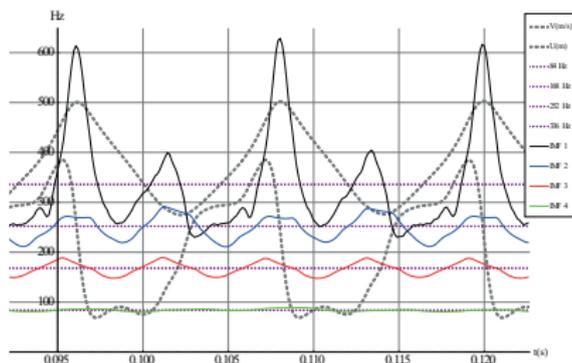
6. Un oscillateur de Duffing $\ddot{x} + x + \epsilon x^3 = a \cos \omega t$ peut être vu comme un oscillateur linéaire dont la rigidité varie avec sa position et atteint son maximum au maximum d'amplitude $\ddot{x} + x(1 + \epsilon x^2) = a \cos \omega t$.

La même membrane sous un régime différent

Niveau de forçage doublé (17 termes dans la série de Fourier)

On identifie le terme $A_0 + A_1 \cos(2\pi f_f t + \phi_1)$ où $f_f = 84$ Hz :

$A_0 = 0,003$ m/s, $A_1 = 1,77$ m/s⁷ et $\phi_1 = 0,92$ rad.



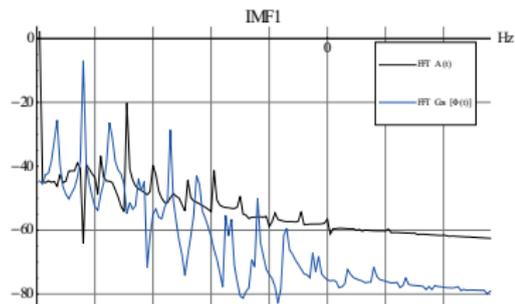
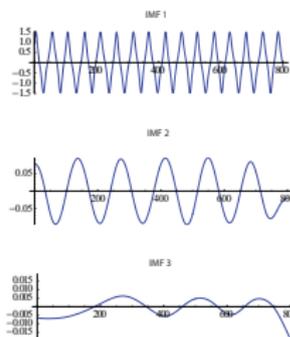
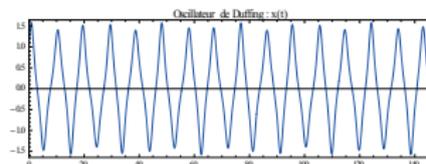
- On observe ici 4 IMFs à $1, 2, 3, 4 \times f_f$ avec les mêmes commentaires que précédemment
- Les IMFs à f_f et $2 \times f_f$ ont des comportements temporels identiques. Seuls changent les termes d'ordre élevé, indiquant une non-linéarité de plus en plus marquée.

- HHT : méthode d'analyse de signal bien adaptée aux signaux non-stationnaires et aux systèmes non-linéaires
- Représentation parcimonieuse du système
- Réglage des paramètres de l'EMD délicat (résultats parfois déconcertants)
- Permet une interprétation physique des résultats
- Introduire de l'*a priori* est simple et améliore grandement l'efficacité de l'EMD...
- ... mais en limite le champ d'application.

Des questions ?

Annexe 1. Ré-examen des résultats de Huang 1

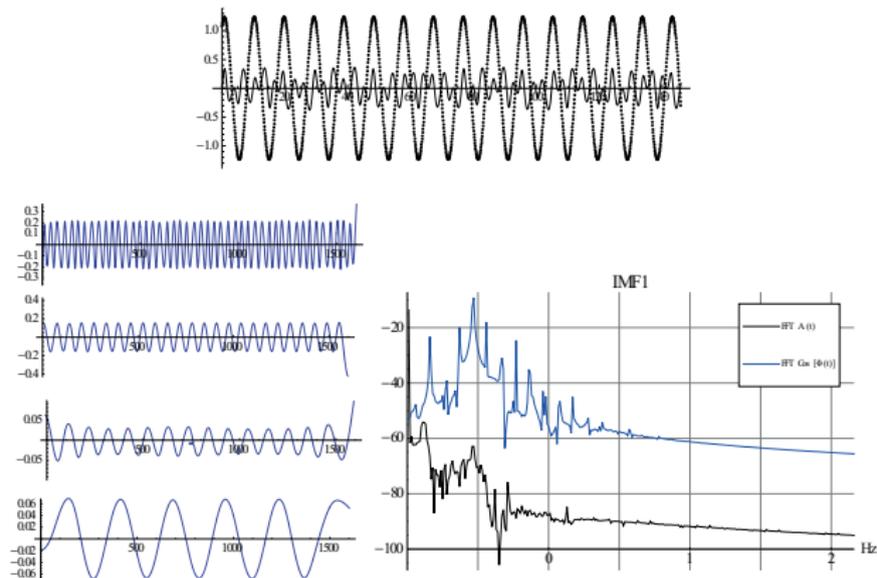
N. Huang (1998) : oscillateur de Duffing $\ddot{x} - x + x^3 = 0,1 \cos 2\pi/25t$:



Pas de séparation BF-HF : problème !

Annexe 1. Ré-examen des résultats de Huang 2

Ôtons la porteuse : $A_0 + A_1 \cos(2\pi f_f t + \phi_1)$ où $f_f = 2,632/25$ Hz, $A_0 = 0,0015$, $A_1 = 1,24$ et $\phi_1 = 0,51$ rad.



Séparation BF-HF...

Extrait d'une présentation de P. Flandrin
perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/EMD_GDR_Turb_motiv.pdf