



**HAL**  
open science

## Détermination de l'épaisseur et la résistivité au passage de l'air d'un matériau poreux à structure rigide en utilisant les ondes transmises.

Mustapha Sadouki, Mohamed Fellah, Z.E.A Fellah, Amine Berbiche

### ► To cite this version:

Mustapha Sadouki, Mohamed Fellah, Z.E.A Fellah, Amine Berbiche. Détermination de l'épaisseur et la résistivité au passage de l'air d'un matériau poreux à structure rigide en utilisant les ondes transmises.. 11ème Congrès National de la Physique et de ses Applications (CNPA'2014), Nov 2014, Blida, Algérie. hal-01309370

**HAL Id: hal-01309370**

**<https://hal.science/hal-01309370>**

Submitted on 2 May 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR ET LA RÉSISTIVITÉ AU PASSAGE DE L'AIR D'UN MATÉRIAU POREUX A STRUCTURE RIGIDE EN UTILISANT LES ONDES TRANSMISES

M. Sadouki<sup>a</sup>, M. Fellah<sup>b</sup>, Z.E.A. Fellah<sup>c</sup> et A.Berbiche<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> *Faculté des Sciences et de la Technologie, Université de Khemis Miliana, BP 44225, Ain Defla, Algérie*

<sup>b</sup> *Laboratoire de Physique Théorique, Faculté de Physique, USTHB, BP 32, 16111 El Alia, Bab Ezzouar, Algérie.*

<sup>c</sup> *LMA UPR7051 CNRS Aix-Marseille Univ, Centrale Marseille, 31 chemin Joseph Aiguier, F-13402 Marseille Cedex, 20, France*

[sadoukimus@gmail.com](mailto:sadoukimus@gmail.com)

**RÉSUMÉ :** Une méthode acoustique est proposée pour mesurer la résistivité au passage de l'air et l'épaisseur d'un échantillon poreux à structure rigide. Les méthodes classiques<sup>3,4</sup> permettant la mesure de la résistivité (où la perméabilité visqueuse) nécessitent la connaissance préalable de la porosité. La méthode présentée dans ce travail est basée sur un modèle temporel du problème direct dans lequel une expression simplifiée (indépendante de la fréquence et de la porosité) du coefficient de transmission dans le régime de Darcy (très basses fréquences) est établie. Cette expression ne dépend que de la perméabilité visqueuse (où la résistivité au passage de l'air) et de l'épaisseur d'un échantillon poreux. Le problème inverse est résolu en minimisant, l'écart entre le signal transmis théorique et expérimentale, permettant ainsi la détermination de l'épaisseur et de la perméabilité visqueuse (où la résistivité) d'une mousse en plastique. Cette méthode présente l'avantage d'être simple, rapide et efficace.

**MOTS-CLÉS :** Matériaux poreux, Rigide, Caractérisation, Basses fréquences.

### 1. Introduction

La caractérisation acoustique des matériaux poreux saturés par l'air<sup>1</sup> tels que les mousses plastiques, fibres, ou de matériaux granulaires est d'un grand intérêt pour une large gamme d'applications industrielles. Ces matériaux sont fréquemment utilisés dans les industries automobile et aéronautique et dans l'industrie du bâtiment. La propagation acoustique dans les matériaux poreux saturés par l'air est décrite par les interactions inertielle, visqueuse, et thermique entre le fluide et la structure. Les temps de relaxation décrivant les interactions fluide structure sont différents. Dans le domaine des hautes fréquences<sup>5</sup> les interactions inertielle, visqueuse et thermique sont prises en compte, par la tortuosité pour les effets d'inertie, et par la longueur caractéristique visqueuse et la longueur caractéristique thermique pour les pertes visqueuses et thermiques. Dans le domaine des basses fréquences, les interactions inertielle, visqueuse et thermique sont décrites, respectivement, par le facteur d'inertie la tortuosité thermique et la perméabilité visqueuse et thermique<sup>6,7</sup>. Dans le régime de Darcy (approximation très basses fréquences), les interactions visqueuse-inertiel<sup>8,9</sup> sont décrites uniquement par la perméabilité visqueuse (ou la résistivité au passage de l'air). En plus de ces paramètres, la porosité est un paramètre essentiel qui joue un rôle important dans tous les temps de relaxation. La détermination de ces paramètres est cruciale pour la prévision de l'amortissement du son dans ces matériaux.

## 2. Modèle du fluide équivalent

Dans l'acoustique des matériaux poreux, on distingue deux situations selon que la structure est en mouvement ou non. Dans le premier cas, la dynamique des ondes dues au couplage entre le squelette solide et le fluide est bien décrite par la théorie de Biot<sup>10</sup>. Dans les milieux poreux saturés par l'air, les vibrations de la structure peuvent être négligées lorsque l'excitation n'est pas très importante. Les ondes ne se propagent que dans le fluide saturant. Ce cas est décrit par le modèle de fluide équivalent qui est un cas particulier du modèle de Biot, dans lequel les interactions fluide-structure sont prises en compte par deux facteurs de réponse fréquentielle: la tortuosité dynamique du milieu  $\alpha(\omega)$  donnée par Johnson et al<sup>5</sup> et la compressibilité dynamique de l'air dans le matériau poreux  $\beta(\omega)$  donnée par Allard<sup>2</sup>. Dans le domaine fréquentiel, ces facteurs sont multipliés par la densité et la compressibilité du fluide. Dans la gamme des très basses fréquences,  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  sont donnés par :

$$\alpha(\omega) = \frac{\sigma\phi}{j\omega\rho} \quad (1)$$

$$\beta(\omega) = \gamma \quad (2)$$

où,  $j^2 = -1$ ,  $\phi$  est la porosité,  $\sigma$ , la résistivité au passage de l'air,  $\gamma$  est la constante adiabatique.

## 3. Le problème direct

Il consiste à exhiber analytiquement les signaux réfléchis et/ou transmis par le milieu connaissant le signal incident et les paramètres du milieu. Pour déterminer la solution du problème direct, la connaissance des coefficients de réflexion et de transmission à travers le milieu poreux est nécessaire.

Considérons un matériau poreux homogène, isotrope et de structure rigide, qui occupe un espace fini,  $0 \leq x \leq L$ . Une impulsion sonore arrive en  $x = 0$  sous incidence normale sur le matériau à l'instant  $t = 0$ . (Fig.1)

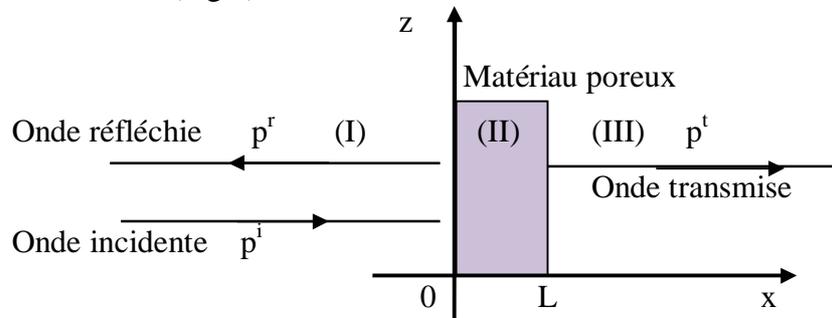


Figure 1 : géométrie de problème en incidence normale

L'expression du coefficient de transmission d'une onde se propageant à l'intérieur d'un matériau poreux est donnée par

$$T(\omega) = \frac{2D}{2D\cosh(jqL) + (1 + D^2)\sinh(jqL)} \quad (3)$$

avec:

$$q = \omega \sqrt{\frac{\rho}{K_a} \alpha(\omega) \beta(\omega)}, \quad D = \phi \sqrt{\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)}} \quad (4)$$

On substitue les expressions très basses fréquences de la susceptibilité dynamique et thermique  $\alpha(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  (Eq. (1) et (2)) dans les relations (3) et (4), la nouvelle expression du coefficient de transmission  $T$  s'écrit :

$$T = \frac{2C_1\sqrt{j\omega}}{2C_1\sqrt{j\omega} \cosh(LC_2\sqrt{j\omega}) + (1+C_1^2 j\omega) \sinh(LC_2\sqrt{j\omega})} \quad (5)$$

où l'on a posé,

$$C_1 = \sqrt{\frac{\gamma\rho_f k_0 \phi}{\eta}} \quad C_2 = \sqrt{\frac{\gamma\eta\phi}{K_a k_0}} \quad (6)$$

Le développement aux très basses fréquences du coefficient de transmission T (eq.(5)) est donné par :

$$T^{TBF} = \frac{1}{1+\frac{LC_2}{2C_1}} \left( 1 - \frac{LC_1 C_2 \left( 1 + \frac{LC_2}{C_1} + \frac{1}{6} \left( \frac{LC_2}{C_1} \right)^2 \right)}{2 \left( 1 + \frac{LC_2}{2C_1} \right)} j\omega + \dots \right) \quad (7)$$

Si on diminue encore la fréquence, en faisant tendre  $\omega \rightarrow 0$ , l'expression aux très basses fréquences du coefficient de transmission, se simplifie encore, et devient :

$$T^{TBF} = \frac{1}{1+\frac{LC_2}{2C_1}} \quad (8)$$

Les champs incident  $p^i(t)$  et transmis  $p^t(t)$  sont reliés, dans le domaine temporel, par l'opérateur de transmission :

$$p^t(t) = \int_0^t \tilde{T}(t) p^i \left( t - \tau - \frac{(x-L)}{c_0} \right) d\tau. \quad (9)$$

$\tilde{T}(t)$  étant l'opérateur de transmission temporel.

En utilisant l'expression théorique du coefficient de transmission (8) et le signal transmis expérimental, on résoud le problème inverse pour la caractérisation acoustique du matériau poreux.

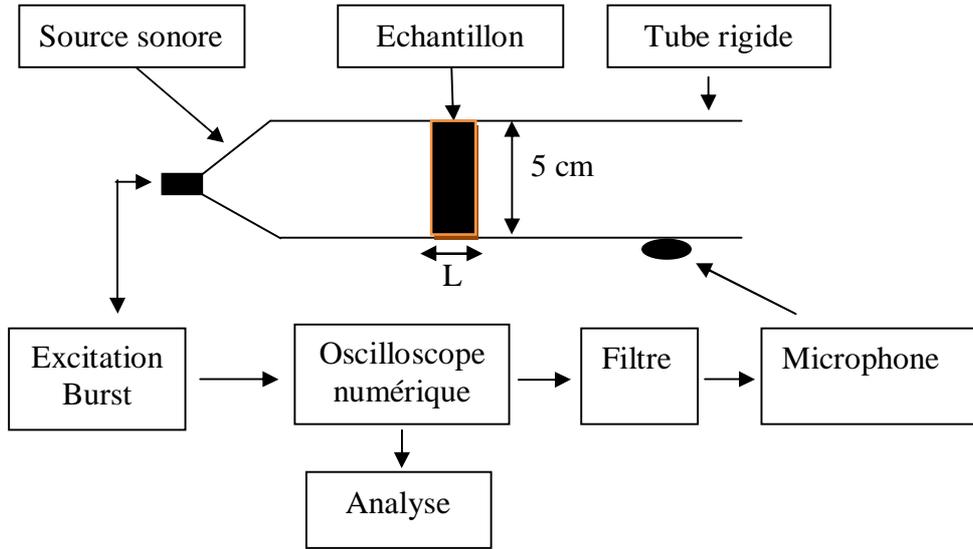
#### 4. Le problème inverse

Le problème inverse consiste à trouver les paramètres suivants : la résistivité au passage de l'air  $\sigma$  et l'épaisseur L de l'échantillon qui minimisent la fonction :

$$U(\sigma, L) = \sum_{i=1}^{i=N} \left( p_{exp}^t(x, t_i) - p^t(x, t_i) \right)^2, \quad (10)$$

où  $p_{exp}^t(x, t_i)_{i=1,2,\dots,N}$  représente les valeurs discrètes du signal transmis expérimental, et  $p^t(x, t_i)$  est l'ensemble discret des valeurs du signal transmis simulé prédit par l'équation(9). Le problème inverse est résolu numériquement par la méthode des moindres carrés<sup>11</sup>. Les données expérimentales ont été effectuées dans un guide (tuyau), ayant un diamètre de 5 cm. Le dispositif expérimental est donné par la fig.2. L'échantillon en forme cylindrique et de diamètre égal au diamètre du tube rigide, est placé au milieu du tube dans un porte échantillon relié. À l'une des extrémités du tuyau, on place une source sonore basse fréquence alimentée par un générateur d'impulsion "Stanford Research Systems model DS345 30 MHz". Un filtre passe-bande "model SR 650 - Dual channel filter, Stanford Research" permet d'obtenir des impulsions avec le contenu fréquentiel désiré. Les signaux expérimentaux sont captés à l'aide d'un microphone "Bruel & Kjaer, 4190", puis récupérés sur un oscilloscope numérique "Lecroy 9310".

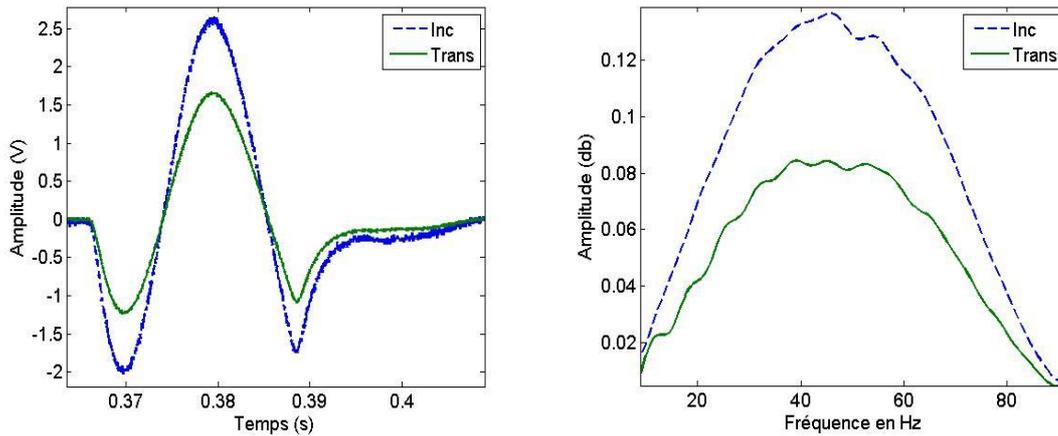
On a considéré un échantillon de mousse en plastique  $M_0$  d'épaisseur  $L=2.8\text{cm}$  et de résistivité :  $\sigma = (18.00 \pm 0.50) 10^{+3} \text{Nm}^{-4}\text{s}$  obtenu par les méthodes classiques<sup>12</sup>. Sur la figure (3), on observe le signal de référence et le signal transmis ainsi que les spectres correspondants pour lesquels l'énergie est maximale dans la gamme de fréquence compris dans [40, 60] Hz. On cherche la résistivité  $\sigma$  et l'épaisseur L qui minimisent la différence entre signal expérimental et théorique. Le signal théorique est obtenu en effectuant la convolution de l'opérateur de transmission avec le signal incident  $e(t)$ .



**Fig.2. Dispositif expérimental**

On recherche donc les valeurs de  $\sigma$  et  $L$  qui minimisent la fonction  $U$  définie par :

$$U = \sum_{t_i} (T(t, \sigma, L) * e(t_i) - e_{exp}(t_i))^2, \quad (11)$$



**Figure 3– Signal incident (ligne discontinue) et transmis (ligne continue), (à gauche) et leurs spectres (à droite).**

Après avoir résolu le problème inverse numériquement pour l'évaluation de la résistivité  $\sigma$  et l'épaisseur  $L$ . On retrouve les valeurs optimisées données dans le tableau 1.

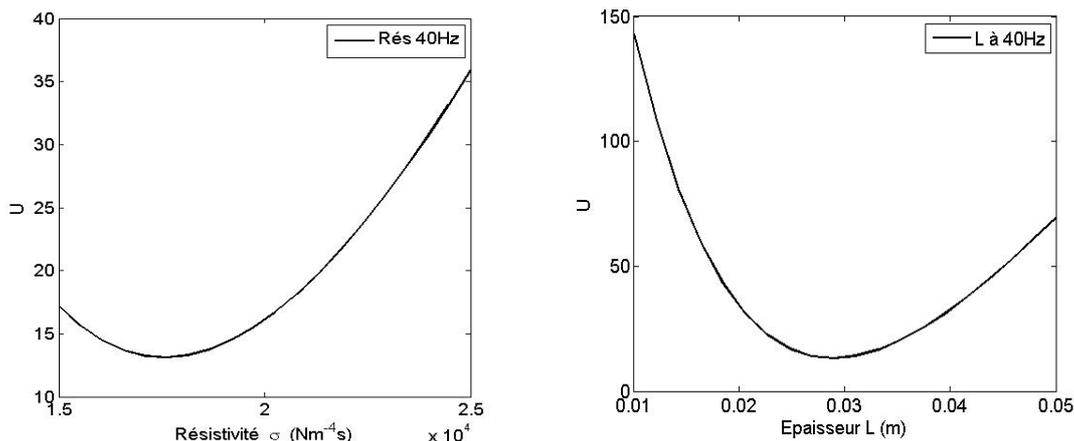
**Tableau1. Paramètres inversés.**

Fréquence(Hz)	10	15	20	25	30	35	40	45
$\sigma(\text{Nm}^{-4}\text{s}) \text{ e}+3$	16.58	19.74	17.10	17.63	17.08	19.73	17.63	17.50
L (cm)	2.89	2.47	2.89	2.89	3.00	2.47	2.89	2.83

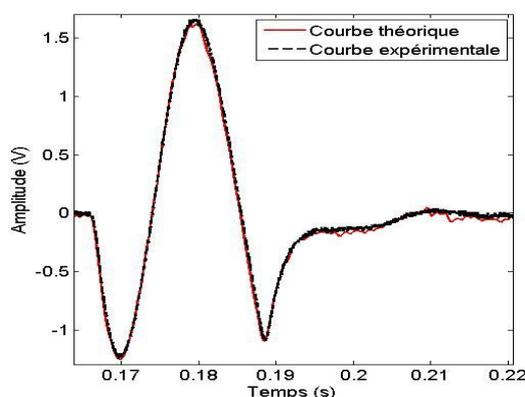
La moyenne de ces résultats est :

$$\sigma = (17.87 \pm 1.58) 10^{+3} \text{Nm}^{-4}\text{s} \quad L = (2.79 \pm 0.26) \text{ cm}$$

La valeur moyenne de la résistivité  $\sigma$  et l'épaisseur  $L$  de la mousse  $M_0$  est très proche de celles données par les méthodes classiques. La figure (4) présente la fonction de minimisation en fonction de la résistivité et en fonction de l'épaisseur. Dans chaque cas, le minimum apparaît nettement. La figure (5) montre une bonne concordance entre la théorie et l'expérience.



**Figure 4 – Fonction de minimisation U en fonction de la résistivité (à gauche) et en fonction de l'épaisseur (à droite) à 40 Hz**



**Figure. 5 - Comparaison entre le signal théorique transmis obtenu pour les valeurs optimales de  $\sigma$  et L (ligne continue) et le signal expérimental (ligne discontinue)**

Cette étude a été étendue à une bande de fréquences entre 30 et 1000Hz et pour différentes mousses : résistive, peu résistive et non résistive et a conduit également à des résultats satisfaisants.

## 5. Conclusion

Une méthode simple et efficace a été développée pour la mesure expérimentale de la résistivité au passage de l'air et de l'épaisseur d'un matériau poreux saturé par de l'air où une expression simplifiée de coefficient de transmission a été établie en régime de Darcy (basse fréquence), cette expression ne dépend que de la résistivité au passage de l'air et l'épaisseur de l'échantillon poreux. Le problème inverse est résolu en utilisant les données transmises expérimentales. Les valeurs reconstruites de l'épaisseur et de la résistivité sont proches de celles données par les méthodes classiques. Le résultat le plus important dans cette étude réside dans le fait qu'il est désormais possible de mesurer l'épaisseur et la résistivité au passage de l'air sans connaître la porosité de matériaux. La méthode expérimentale proposée a l'avantage d'être simple, rapide et efficace.

### Références :

- [1] Allard J. F. and Atalla N., Chapter 5, "Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials" **J. Wiley and Sons Ltd, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, United Kingdom.** (2009)
- [2] Allard J.F., Champoux Y., "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials", **J. Acoust. Soc. Am.** 91, 3346-3353. (1992)
- [3] Fellah ZEA, Fellah M., Mitri F. G., Sebaa N., Depollier C. and Lauriks W. "Measuring permeability of porous materials at low frequency range via acoustic transmitted waves", **Review of Scientific Instruments**, 78 : 114, (2007).
- [4] Fellah ZEA, Fellah M., Mitri F. G., Sebaa N. and Lauriks W., Depollier C. "Transient acoustic wave propagation in air-saturated porous media at low frequencies". **J. Appl. Phys.** 102, 084906, (2007)
- [5] Johnson D.L. , Koplik J. and Dashen R., "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media", **J. Fluid.Mech.** 176, 379-402. (1987)
- [6] Lafarge D., Lemarinier P., Allard J. F. , Tarnow V. (1997), "Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies" **J. Acoust. Soc. Am.** 102, 1995-2006.
- [7] Lafarge D., "Sound propagation in porous materials having a rigid frame saturated by gas", **Ph.D. thesis, Universit du Maine, Le Mans, France.** (1993)
- [8] Fellah Z.E.A and Depollier C., "Transient acoustic wave propagation in rigid porous media: A time-domain approach", **J. Acoust. Soc. Am.** 107, 683-688. (2000)
- [9] Fellah Z. E. A., Fellah M., and Depollier C., "Modelling and Measurement Methods for Acoustic Waves and for Acoustic Microdevices", edited by **M. G. Beghi (InTech, Rijeka, Croatia, 2013)**, pp. 127-160.
- [10] Biot M. A. "The theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range", **J. Acoust. Soc. Am.**, 28, 168-178. (1956)
- [11] Lagarias J.C. , Reeds J.A., Wright M.H. and Wright P.E., "Convergence properties of the Nedler-Mead Simplex Method in low dimensions," **SIAM Journal of Optimization** 9, 112-147. (1998)
- [12] Stinson M.R. and Daigle G.A., "Electronic system for the measurement of low resistance," **J. Acoust. Soc. Am.** 83, 2422-2428. (1988)