



HAL
open science

Jouer avec des formes en maternelle : premiers pas vers la géométrie

Marie-Jeanne Perrin-Glorian

► **To cite this version:**

Marie-Jeanne Perrin-Glorian. Jouer avec des formes en maternelle : premiers pas vers la géométrie. 2015. hal-01296515

HAL Id: hal-01296515

<https://hal.science/hal-01296515v1>

Preprint submitted on 1 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Jouer avec des formes en maternelle : premiers pas vers la géométrie

Marie-Jeanne Perrin-Glorian*

Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris-Diderot, Université d'Artois

Ce texte a été écrit pour préparer deux conférences sur l'enseignement des formes géométriques en maternelle, l'une le 26 mars 2015, lors d'une journée sur les mathématiques à l'école maternelle organisée par les missions départementales maternelle et mathématiques de l'académie de Lille, l'autre à Niort le 25 avril 2015 lors d'une journée sur puzzles et formes géométriques en maternelle organisée par l'AGEEM dans l'académie de Poitiers.

Je n'ai pas mené de recherches sur l'enseignement des mathématiques en maternelle. En revanche, cela fait une quinzaine d'années que je réfléchis à l'enseignement de la géométrie en primaire et en particulier aux continuités et ruptures dans cet enseignement au long de la scolarité obligatoire. Le but de ce texte est donc, à partir de jeux et d'activités assez classiques en maternelle, de soulever quelques questions qui, je l'espère, enrichiront la réflexion sur ce qui se fait ou peut se faire en géométrie dans les classes de maternelle. Je voudrais essayer de montrer comment, dès la maternelle, l'enseignement des mathématiques contribue à une représentation et une conceptualisation du monde qui va, plus tard, permettre son traitement à l'aide de concepts scientifiques. On a l'habitude de centrer ce type de questions sur les nombres mais je voudrais montrer que les activités géométriques sont tout aussi essentielles dans cette démarche. Dans une première partie, j'examinerai la manière dont la notion de forme s'inscrit dans la géométrie. La deuxième partie s'intéressera aux puzzles et assemblages de formes, y compris dans les aspects matériels. Dans la troisième partie, je regarderai en quoi les activités qu'on peut mener avec ce matériel, et en particulier les tracés peuvent être en relation avec des concepts géométriques que les enfants rencontreront formellement beaucoup plus tard. La quatrième partie apportera une ouverture sur le cycle 2.

1. La géométrie et la notion de forme

La géométrie

La géométrie élémentaire a pour objet principal de rendre compte de la forme des objets, de leur taille pour les décrire et les construire, ainsi que de leur position et de leurs déplacements dans l'espace, dans le but de les décrire et de les anticiper.

Dès l'époque d'Euclide, les hommes ont inventé une théorie consistante qui permettait de faire cela, même s'il restait quelques vides dans la théorie, qui ont été complétés au 19^{ème} siècle. A l'heure de l'informatique, ces descriptions et prévisions peuvent se faire à l'aide de logiciels donc par des calculs. En effet, les théories classiques de la géométrie ont été modélisées dans des théories modernes fondées sur les nombres et les fonctions.

Pourtant, les nombres eux-mêmes, s'ils peuvent être construits de manière purement abstraite, ont besoin pour leur conceptualisation de s'appuyer sur les grandeurs et sur la perception. Si l'on veut que les notions abstraites des mathématiques puissent servir à traiter des problèmes concrets, il faut que, dans l'apprentissage, on parte de ces problèmes concrets et de la description du monde. Cependant, cette description du monde et son usage pour résoudre des problèmes concrets ne s'appuient pas que sur la perception : on commence dès la maternelle à mettre en place des notions qui dépassent et en même temps outillent la perception. Ces

* marie-jeanne.perrin@univ-paris-diderot.fr

notions se créent à travers un langage, des représentations et des actions dans des situations.

Je vais donc, dans cette première partie, soulever des questions parfois un peu théoriques, mais toujours à partir d'activités que l'on peut réaliser en maternelle.

Les représentations en géométrie

Le terme représentation est employé dans des domaines divers avec de multiples significations. Je me limiterai ici au sens de représentations matérielles d'objets de l'espace ou de positions ou déplacements dans l'espace. L'espace dans lequel nous vivons est un espace à 3 dimensions et les objets sont des objets de cet espace. Les représentations de ces objets peuvent être aussi à 3 dimensions comme des maquettes mais elles sont le plus souvent en dimension 2 comme les photos, les dessins. Ce type de représentation est utilisable dès la maternelle : les enfants reconnaissent bien avant la scolarisation des dessins d'objets ou de personnages dans des livres.

Décrire et reproduire des objets de l'espace et des positions dans l'espace

Parmi les connaissances à acquérir au cycle 2 et qui commencent à se construire dès le cycle 1, il y a l'orientation dans l'espace, le repérage, la notion de point de vue. Je ne vais pas l'aborder ici, non parce que c'est moins important. Les connaissances spatiales sont très importantes et servent d'appui aux connaissances géométriques mais justement, pour faire de la géométrie, au cycle 2, il va falloir apprendre à distinguer ce qui relève des connaissances spatiales et ce qui relève des connaissances géométriques. Par exemple, quelle que soit sa position dans la feuille, un carré est toujours un carré ; ce sont des propriétés qui portent sur les côtés et les angles qui permettent de décider si on a un carré et non sa position dans la feuille. Par la suite le passage d'une position à une autre pourra être décrit par des transformations géométriques comme les rotations et les translations mais dès la maternelle, on pourra voir que le même gabarit peut se superposer exactement sur des figures dessinées à des endroits différents d'une feuille de papier.

On voit ici apparaître un premier concept qui n'est pas encore un concept géométrique mais qui est essentiel pour donner un sens à celui d'égalité, celui de superposition : la superposition permet de dégager l'objet géométrique (forme et grandeur) de sa position dans l'espace. Nous y reviendrons mais arrêtons-nous un instant sur la notion de forme.

La notion de forme

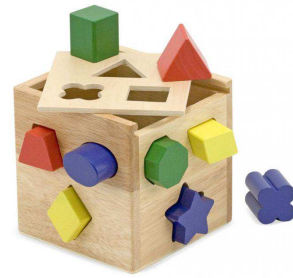
Le mot forme a de multiples significations en français. Même en se restreignant à l'usage qu'on peut en faire en géométrie à l'école élémentaire, on a plusieurs significations. Le titre même de cette conférence fait appel à deux interprétations : la forme géométrique comme un objet matériel, le plus souvent en carton ou en plastique, qu'on peut manipuler et qu'on appelle forme parce qu'il est le représentant de toute une famille d'objets qui ont la même forme ; et puis justement la forme abstraite représentée par cet objet.

Mais quand dit-on que deux objets ont la même forme ? Comment peut-on le vérifier ? En fait, il y a plusieurs réponses qui dépendent du contexte. D'abord parle-t-on de forme d'objets de l'espace ou de formes planes ?

Dans le cas des objets de l'espace

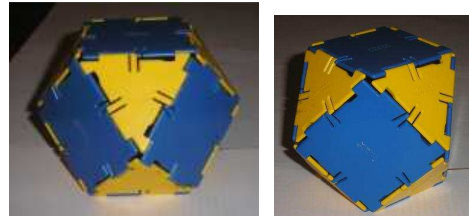
La distinction n'est pas toujours si claire suivant le type de matériel et suivant l'activité. Prenons des solides ; si l'on fait une activité de tri ou de classement, on va sans doute s'intéresser à la forme globale du solide, par exemple ceux qui roulent, ceux qu'on peut poser à plat sur la table, ceux qui ont une pointe...

Mais s'il s'agit de jouer avec une boîte à formes, on a affaire à des cylindres (en mathématiques, un cylindre général peut avoir une base quelconque : c'est un solide engendré par une surface plane et une famille de droites parallèles qui s'appuient sur les bords de la surface plane). C'est alors la section de ce cylindre qui représente la forme et on va même souvent désigner le solide par sa section : un rond, un carré, une étoile...

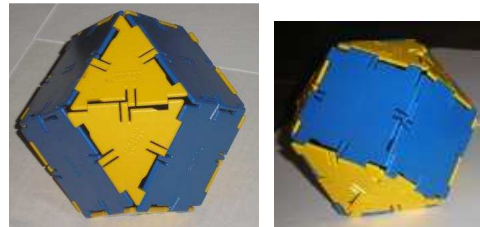


En primaire, pour divers solides, on va aussi s'intéresser à la forme des faces. Mais la forme des faces ne suffit pas à décrire un solide de l'espace. Par exemple, avec 6 carrés et 8 triangles équilatéraux de même côté, on peut fabriquer deux polyèdres différents :

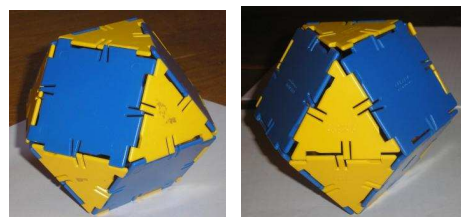
- un cube tronqué : chaque sommet du cube est remplacé par un triangle équilatéral donc chaque carré est entouré de 4 triangles et chaque triangle est entouré de 3 carrés ; les triangles ne se touchent que par un sommet ; de même pour les carrés.



Un autre solide où les carrés se touchent deux par deux par une arête, de même pour trois groupes de 2 triangles. Les deux derniers triangles, opposés, sont entourés de 3 carrés.



On passe de l'un à l'autre assez facilement. Si on pose le cube tronqué sur un triangle, on voit qu'il y a un plan médiateur qui coupe le solide selon un hexagone avec, sur chaque moitié, une alternance de carrés et de triangles.



Pour passer du premier au deuxième solide, on fait tourner une des moitiés d'un sixième de tour pour amener un carré devant un carré ; et de même pour passer du deuxième au premier pour amener un carré devant un triangle.

Arrêtons-nous un instant sur *le mot face*. Plusieurs définitions sont possibles. Je n'emploierai le mot face que pour les faces planes, dans un sens qui peut se définir clairement dès la maternelle : la face est l'empreinte que peut laisser l'objet sur une surface plane avec de la pâte à modeler ou de la peinture. Ainsi, un cylindre a deux faces planes, un cône en a une seule et une sphère n'en a pas.

Les matériels pour fabriquer des solides

Je ne vais pas parler davantage des objets de l'espace mais je voudrais quand même remarquer qu'en maternelle et même en primaire, les objets géométriques de l'espace sont d'abord des objets matériels qu'on manipule. Or les matériels permettant la fabrication d'objets de l'espace mettent en jeu des propriétés et des visions différentes des solides. J'en distinguerai trois types :

- la fabrication du solide par assemblage de faces (par exemple avec du matériel de type polydron) ; les arêtes apparaissent à la jonction de deux faces. On fabrique alors le solide à partir de surfaces planes (des polygones en général) qu'on agence dans l'espace en respectant des contraintes, notamment sur les longueurs des côtés. Il y a d'autres contraintes : à mesure qu'on ajoute des pièces, l'objet devient rigide et on ne peut plus ajouter n'importe quelle face.

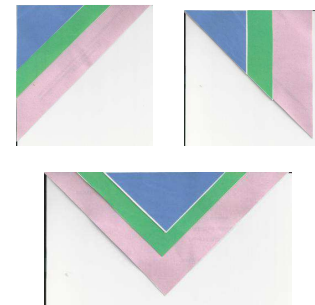
- la fabrication du solide par assemblage d'arêtes : avec des tiges et des moyens de les fixer au sommet ; les faces sont délimitées par les arêtes : on fabrique ainsi le solide à partir de segments agencés dans l'espace à partir des sommets ; il y a des contraintes pour que les faces soient planes ; certains matériels permettent aussi des bords (arêtes et surface latérale) avec des arrondis.

- empilement de solides (par exemple type lego, cubes accrochables ou non) ; il s'agit alors d'une composition (ou décomposition) d'un solide à partir de solides : on aura superposition de faces ou inclusion, ou superposition partielle (par exemple surplomb).

Dans le cas des formes planes

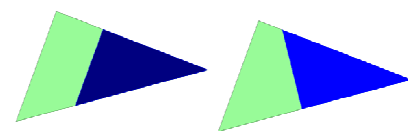
En maternelle, les formes planes auxquelles je vais m'intéresser dans toute la suite sont en général matérialisées par des objets de l'espace très plats, c'est-à-dire qu'on s'intéresse à deux faces de ces objets en négligeant l'épaisseur. On contrôle la forme par la superposition. Et, sauf si la forme est symétrique il y a bien deux faces, comme on peut le voir pour le parallélogramme du tangram qu'il faut parfois retourner pour le placer correctement. Il y a donc dans ce cas deux formes attachées au même objet « forme géométrique ». Ici la notion de forme est attachée à la superposition exacte de deux objets donc elle englobe forme et taille.

Cependant, les triangles du tangram se ressemblent mais ils ne se superposent exactement que deux par deux : deux grands et deux petits, le moyen est tout seul. Si on superpose ceux qui sont de taille différente en superposant un sommet et deux côtés (assemblages du haut, ci-contre) ou même en faisant coïncider les supports d'un seul côté (assemblage du bas ci-contre), on voit apparaître des phénomènes intéressants qui seront étudiés au CM et au collège dans le chapitre sur les agrandissements et réductions.



C'est le sens qu'on donne en général au mot forme en mathématiques : on dira *que deux figures ont la même forme si l'une est un agrandissement de l'autre*. On dit aussi qu'elles sont semblables. Mais, on identifie alors comme ayant la même forme deux figures dont l'une est la retournée de l'autre.

Cela pose problème bien au-delà de la maternelle. Par exemple dans l'étude des triangles semblables, qui était revenue au programme de seconde dans les années 2000, il est très difficile de reconnaître la similitude des triangles dans la position d'inclusion retournée (à droite ci-contre) alors qu'elle est très facile quand les triangles sont dans le même sens (à gauche).



Cependant, quand on trie les formes en maternelle, on utilise encore un autre sens : on met ensemble tous les rectangles ou tous les triangles : il s'agit là de reconnaître la *forme rectangle* ou la *forme triangle*. Or tous les rectangles ne sont pas l'agrandissement ou la réduction de l'un d'entre eux. De même pour les triangles, mais c'est vrai pour les cercles ou les carrés et plus généralement pour tous les polygones réguliers.

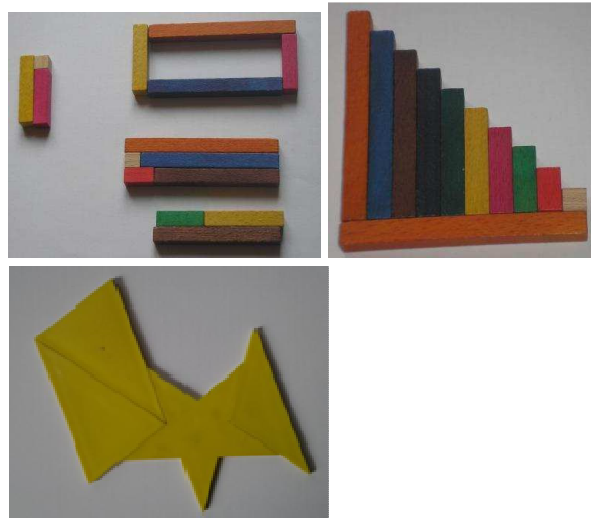
Ainsi, le mot forme, qui fait partie du langage courant, et dont on ne peut éviter l'emploi en géométrie à la maternelle et au-delà, y prend plusieurs sens.

Les grandeurs en géométrie

En parlant d'agrandissement et de réduction, nous venons de rencontrer la notion de grandeur dans le contexte des formes géométriques. Les objets sont porteurs de plusieurs grandeurs, notamment la masse à laquelle je ne vais pas m'intéresser ici. En géométrie, ce sont les

longueurs, aires, volumes et angles qui interviennent pour décrire la taille des objets mais qui peuvent intervenir aussi dans la description de leur forme : par exemple, pour distinguer le carré du rectangle, on s'intéresse à la longueur des côtés, pour distinguer le carré du losange, on s'intéresse à la taille des angles : tous égaux ou non.

On reste au niveau perceptif qualitatif pour les aires et volumes mais on peut commencer la comparaison directe pour les longueurs et même les angles. On peut aussi fabriquer de nouvelles longueurs en mettant bout à bout plusieurs objets. On aborde ainsi en acte l'addition des longueurs, par exemple en reproduisant des figures avec des baguettes toutes de même longueur ou de différentes longueurs. De même, on ajoute des angles en mettant côte à côte des pièces en un même sommet.



2. Les puzzles et assemblages de formes

Revenons à la forme et intéressons-nous maintenant à des jeux couramment utilisés à l'école maternelle et dans la société : les puzzles et assemblages de formes, en commençant par ceux qui n'ont qu'une pièce.

Puzzles à une seule pièce

En maternelle, la forme est le plus souvent matérialisée par des objets que l'on peut déplacer dans l'espace. Ces objets peuvent être épais ou plats, avoir des faces indifférenciées ou des faces qu'on peut distinguer. Ces caractéristiques différentes ont un effet sur les connaissances et compétences à mettre en jeu pour réussir. Pour mieux nous en rendre compte, comparons les boîtes à formes et les puzzles à encastrement.

Dans le cas des boîtes à formes (figures 1 à 3 ci-contre), les solides sont épais : ce sont en fait des cylindres à bases variées. Les faces qui comptent pour glisser le solide dans le trou qui convient sont les faces parallèles et ces deux faces sont indifférenciées. Ces trous correspondent en général à des figures présentant un axe de symétrie, ce qui permet de rentrer la forme dans les deux sens, sinon c'est beaucoup plus difficile. Dans le commerce, on trouve très peu de modèles de boîtes à formes qui contiennent des formes sans symétrie axiale. Il y en a quelques-unes avec des formes figuratives, des animaux en général comme celle que l'on peut voir ci-contre. En cherchant des exemples sur internet, j'en ai trouvé une seule avec une forme géométrique non symétrique : un triangle rectangle.

Dans le cas des formes figuratives, on reconnaît facilement l'orientation de l'animal ; dans le cas du triangle rectangle, il est beaucoup plus difficile de l'orienter et on peut être amené à le retourner.



Figure 1. Boîte à formes symétriques



Figure 2. Boîte à formes figuratives

Dans le cas des puzzles à encastrement (figures 4 à 6 ci-contre), les deux faces sont différenciées ; en général une seule est colorée et il y a un petit bouton pour la prendre, ce qui fait qu'on n'a pas besoin de retourner la pièce : il n'y a qu'une face à considérer. En regardant les jouets sur internet, j'ai surtout trouvé des puzzles figuratifs où on place la pièce en reconnaissant la silhouette générale du personnage comme dans l'exemple ci-contre.

J'ai trouvé dans les jouets quelques puzzles à encastrement avec des formes géométriques mais toujours des formes symétriques (pour certains la forme géométrique est associée à un bouton figuratif comme dans l'exemple ci-contre). Il y en a davantage dans les catalogues de matériel pédagogique mais elles sont en général symétriques aussi. Pourtant, puisqu'il n'y a qu'une face à considérer, il n'y aurait aucune difficulté supplémentaire avec des formes non symétriques.

Dans les deux puzzles à encastrement de formes géométriques ci-contre, toutes les formes représentées sont symétriques mais elles ne présentent cependant pas la même difficulté d'encastrement : le cercle revient dans son empreinte quelle que soit l'orientation ; pour le carré, il y a quatre positions possibles, pour le triangle équilatéral trois, pour le rectangle et l'ovale deux : cela correspond au nombre d'axes de symétrie dont disposent chacune de ces figures. Pour le puzzle à formes géométriques avec les boutons animaux, on peut facilement s'en rendre compte par le nombre de directions dans lesquelles l'animal peut s'orienter. Pour l'autre puzzle, on peut s'en rendre compte en collant une gommette dans un coin de la forme à encastrer. Nous allons y revenir.

Il existe aussi des puzzles à encastrement à plusieurs pièces qui mettent en jeu la forme dans l'espace à trois dimensions et pas seulement la forme plane.

Celui qui est photographié ci-contre amène à reconnaître perceptivement des creux et des bosses qui se correspondent dans l'espace et dans le plan pour faire du plat sur le bord.

Il y a bien sûr aussi les empilements selon la taille avec du matériel emboîtable ou non, qui travaillent la forme en relation avec la grandeur.

Je les mentionne pour mémoire puisque je ne m'intéresse ici qu'à la géométrie plane.

Puzzles plans à plusieurs pièces

Dans les puzzles à plusieurs pièces, il faut distinguer les puzzles à images et les puzzles



Figure 3. Boîte à formes géométriques avec une forme non symétrique.



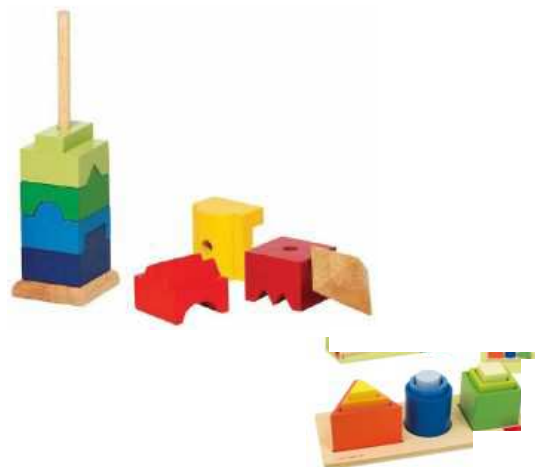
Figure 4. Puzzles à encastrement



Figure 5. Encastrement de formes géométriques avec boutons figuratifs



Figure 6. Encastrement de formes géométriques



géométriques. Il faut aussi distinguer suivant qu'il y a ou non un cadre matérialisé.

Puzzles à images

Dans les puzzles à images, c'est la continuité de l'image qui prime : on recherche la continuité de tâches de couleur ou de lignes.

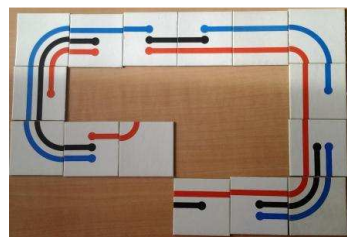
La forme du bord découpé des pièces n'intervient que dans un second temps pour vérifier, d'abord seulement sous forme de creux et bosses ou de bord droit.

La forme peut ne pas intervenir du tout dans le cas des boîtes de cubes à images.



La présence d'un cadre surélevé qui entoure l'image est une aide pour poser les premières pièces en appui sur un encastrement partiel : on peut alors repérer des coins et éventuellement des bords droits qui touchent le cadre.

La continuité de lignes et l'orientation peuvent aussi se rencontrer dans des jeux de circuit qu'on réalise avec des cartes comme ici où on allie logique, orientation dans l'espace et exercice du regard.



En grande section (GS), quand on est capable de jouer avec des puzzles qui ont de l'ordre d'une quarantaine de pièces, on peut commencer à trier les bords droits. Et cela se fait plus facilement sur l'envers parce qu'on n'est pas influencé par l'image alors que, sur l'endroit, l'image, les couleurs en particulier, sont trop prégnantes...



Donc, au niveau des propriétés géométriques, dans les puzzles à images, on peut surtout appréhender perceptivement le droit comme ce qui n'a ni creux ni bosses et éventuellement la continuité de lignes.

Puzzles à formes géométriques

Pour les petits, on peut trouver des puzzles à encastrement composés de quelques pièces et sans image. Souvent la forme des pièces est dessinée sur le fond. Il s'agit alors de reconnaître la forme et de l'orienter pour la superposer au modèle qui est sur le fond.

Cependant, dans cette partie, je m'intéresserai plutôt à des assemblages de formes sans bordure avec du matériel du type tangram ou collection de formes (type la moisson des formes).

Dans le tangram, le parallélogramme n'a pas d'axe de symétrie.

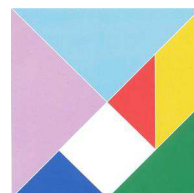
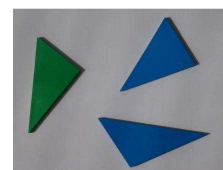


Figure 7. Tangram



Figure 8. Collection de formes

Dans la moisson des formes, il y a des parallélogrammes et aussi des triangles non symétriques, rectangles (les verts) ou non (les bleus).



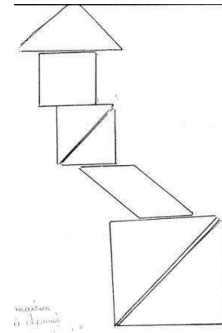
On rencontre en général deux grands types d'activités avec ce type de matériel :

- fabriquer une figure libre composée à partir de pièces juxtaposées
- reproduire un modèle fourni. Le modèle peut être en taille réelle ou non ; les pièces peuvent être dessinées ou non.

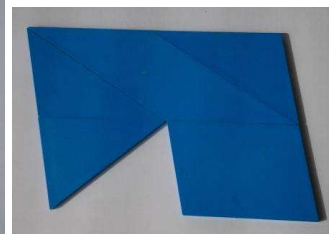
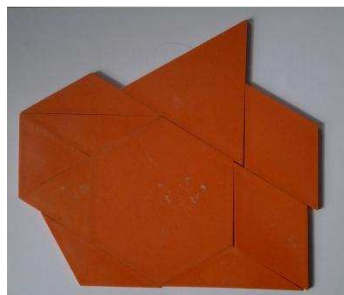
La composition libre

Les enfants essaient en général de représenter quelque chose de figuratif, une maison, une voiture, un moulin, même si ce n'est pas toujours ressemblant. Pour cela ils sont amenés à juxtaposer des pièces qui se touchent par une partie de côté ou par un sommet.

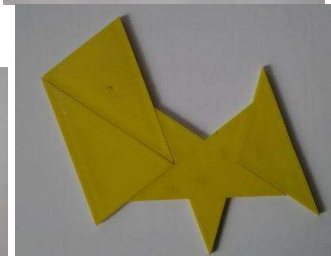
Ils ne cherchent pas nécessairement à faire coïncider les sommets. Par exemple la maison de cet enfant de MS présente des surplombs qui défient les lois de l'équilibre.



Pour juxtaposer des pièces sans faire de trou, comme pour un pavage, se posent des questions d'angles et de longueur. Dans la moisson des formes les pièces d'une même couleur ont des angles qui s'emboîtent bien pour fabriquer du droit.



Si on prend plusieurs couleurs, on peut avoir un emboîtement juste en reconstituant une ligne droite de deux manières comme dans la figure 7 ci-contre.



On peut aussi tricher un peu comme dans l'assemblage avec l'étoile (figure 8) où des angles de 110° comblent des angles de 108° . Mais il se peut aussi que l'emboîtement soit théoriquement juste mais mal réalisé pratiquement comme l'assemblage de la figure 9, sans qu'on puisse vraiment voir la différence entre les deux cas.



Figure 9



Figure 10

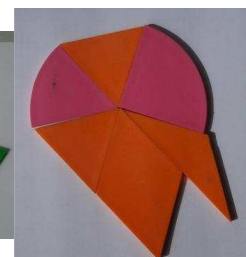
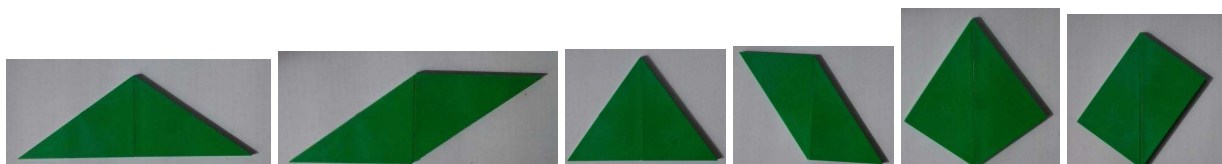


Figure 11

Même avec des approximations dans les manipulations, ce type d'activité apporte une expérience d'addition des angles et des longueurs par juxtaposition.

La composition et la décomposition des formes amène aussi progressivement à dissocier position et forme. Par exemple avec deux triangles rectangles non isocèles identiques, suivant la position qu'ils prennent l'un par rapport à l'autre, on peut fabriquer 6 figures différentes : deux triangles isocèles et quatre quadrilatères. Elles vont par deux, par juxtaposition d'un même côté, mais en retournant un des triangles.

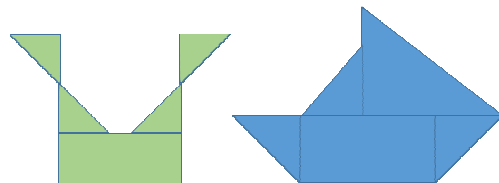


La reproduction d'un modèle

Dans la reproduction d'un modèle, on peut jouer sur plusieurs variables pour faire évoluer les connaissances nécessaires pour réussir :

Dans le cas où le modèle est à la même taille que l'assemblage à réaliser, la situation la plus basique consiste à reproduire l'assemblage sur le modèle lui-même. On peut ensuite demander de reconstituer la figure à côté du modèle en gardant le modèle à la même taille. Les élèves peuvent alors encore superposer les pièces sur le modèle pour vérifier le choix des pièces et leur orientation plus facilement, notamment en petite section (PS) voire moyenne section (MS).

Cependant ils doivent alors repérer et reproduire des alignements et des coïncidences de sommets qui, dans le premier cas, étaient pris en charge par le modèle.



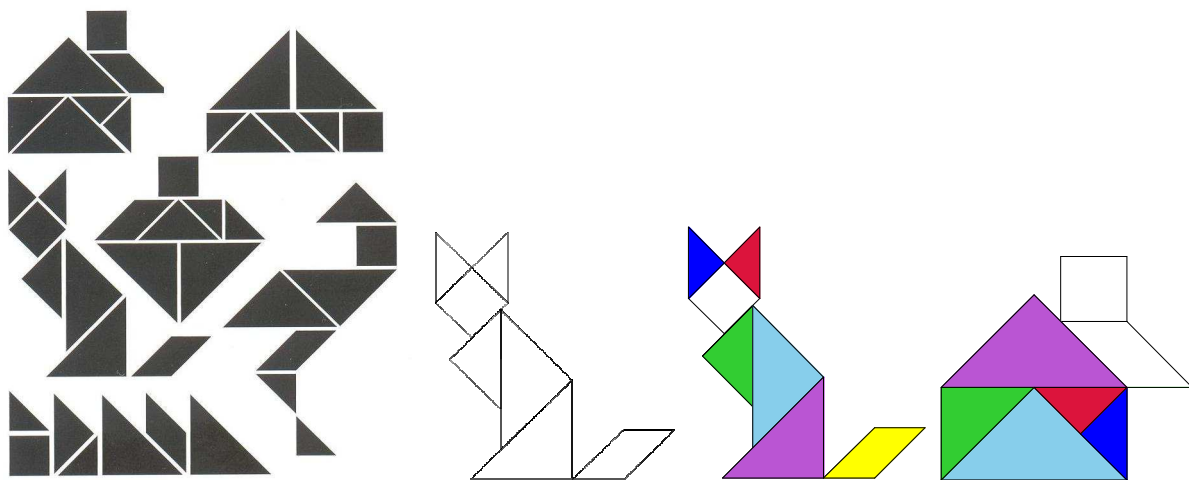
Dans un encastrement de formes géométriques, même avec plusieurs pièces, les alignements et coïncidences de sommets sont en général pris en charge par le matériel : l'encastrement n'est pas possible sinon.

La vérification des pièces par superposition est importante pour aider à dissocier la forme de sa position. Elle préfigure de plus la superposition d'un transparent comme moyen de validation pour des figures dessinées sur papier.

S'il y a un nombre relativement important de pièces, la reproduction d'un modèle peut, par exemple en PS, être organisée par une histoire qui met un ordre sur les pièces à assembler, chaque page amenant une nouvelle pièce. On n'a alors à examiner la forme et la position que d'une pièce à la fois. Si les élèves ne disposent que du modèle, ils doivent eux-mêmes choisir un ordre dans lequel agencer les pièces.

Pour reproduire un modèle disponible à une taille différente, il faut reconnaître la forme des pièces, leur taille relative (pour les triangles dans le cas du tangram par exemple), et aussi la position qu'elles occupent dans le dessin. Je vais prendre le cas où chaque pièce est dessinée sur le modèle ; le cas où les pièces ne sont pas dessinées me paraît trop difficile pour la plupart des élèves de maternelle, sauf s'il y a très peu de pièces.

Plusieurs notions géométriques peuvent être à l'œuvre dans la reproduction d'un modèle. Prenons quelques exemples du tangram classique :



Pour réaliser le chat, il faut reconnaître la taille des triangles, où placer les grands, le moyen, les petits, comment les orienter (il y a trois dispositions différentes pour les triangles). Il faut aussi juxtaposer les formes en faisant coïncider des côtés (par exemple pour les oreilles et la tête du chat), des sommets avec des sommets pour des côtés d'inégales longueurs (les

triangles moyens et grands), faire un petit décalage pour la tête. Ce petit décalage ne peut être apprécié que qualitativement à ce niveau. Il faut de plus aligner le côté horizontal du grand triangle du bas avec le petit côté du parallélogramme alors que les deux formes ne se touchent que par un sommet. On a aussi un alignement entre les oreilles et la tête du chat mais la coïncidence des côtés suffit pour l'obtenir. Tout cela n'est pas encore évident pour beaucoup d'enfants de GS.

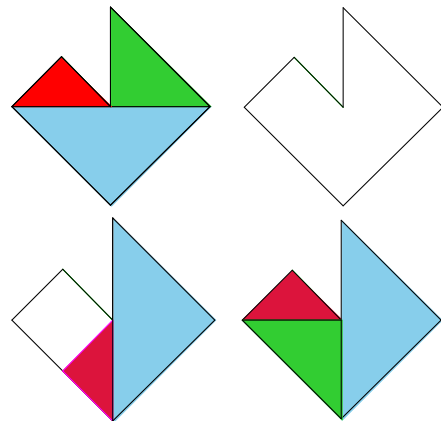
Pour la maison, on a le même genre de propriétés (quatre orientations différentes pour les triangles) et en plus, il faut retourner le parallélogramme (le mettre sur le côté blanc si on a un tangram biface à dos blanc comme celui que j'ai fabriqué).

On fait ici l'expérience de l'alignement (reconnaître et produire des alignements), et aussi du placement d'un côté par rapport à un autre et pas seulement de la taille globale des pièces, c'est-à-dire qu'il faut s'intéresser aux bords des pièces, reconnaître et produire des comparaisons et des égalités de longueurs.

Remarquons que le choix des pièces et de leur orientation est grandement facilité dans le cas du modèle en couleurs, et plus encore si le papier est biface pour le parallélogramme. Pour les modèles en noir et blanc, les modèles classiques du tangram donnent le choix entre une séparation des pièces en noir sur fond blanc ou une simple silhouette. Le dessin d'un assemblage avec des traits simples me paraît préférable pour préparer la notion de figure géométrique (voir les trois options présentes sur la figure pour le chat).

On peut aborder plus facilement ces questions à partir d'assemblages plus simples, avec un nombre limité de pièces, par exemple un bateau fabriqué à partir de trois triangles de tailles différentes. En mettant bout à bout deux côtés convenables des voiles, on a un côté de la coque.

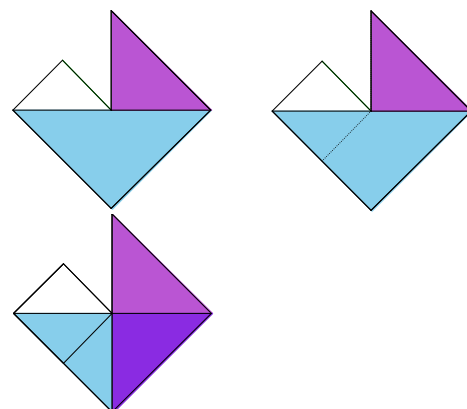
Si le modèle n'a qu'une couleur et si les contours intérieurs ne sont pas marqués, ce que j'ai appelé un modèle muet, on peut le reproduire à partir de plusieurs assemblages comme le montre l'exemple ci-contre (les couleurs du tangram de la figure 7 permettent de repérer la pièce utilisée).



Puzzles par superposition (avec chevauchement)

Dans une superposition avec des pièces opaques, une pièce cache une partie d'une autre pièce ; avec des pièces translucides la superposition de deux pièces peut en fabriquer une nouvelle.

Par exemple, pour le bateau précédent, si on autorise le chevauchement des pièces, on peut utiliser les deux grands triangles et le carré. Si les formes sont opaques le demi grand triangle violet et le demi-carré blanc sont cachés par le grand triangle bleu. Si les formes sont translucides, on voit les formes cachées mais avec des changements de couleur (sauf pour le blanc).



Le jeu Code couleur propose de fabriquer des figures par superposition de plaques portant chacune une figure opaque.

Voici des exemples de modèles avec les plaques correspondantes. Le fond blanc du support doit éventuellement être utilisé aussi.

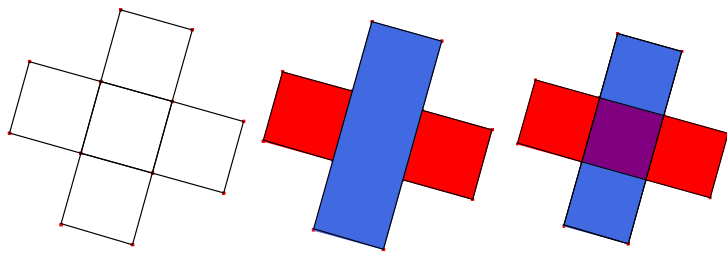
Il faut mettre les éléments dans la bonne orientation et dans le bon ordre mais les plaques n'ont qu'une face et l'alignement et la superposition des sommets (positions relatives des plaques) sont pris en charge par le support sur lequel il faut poser les plaques.



On peut fabriquer des jeux de ce type avec du papier de couleur opaque ou avec des feuilles de plastique translucide et coloré. Il faudra alors contrôler l'alignement éventuel et la position relative des deux figures qu'on superpose et les figures pourront se retourner (elles auront deux faces, sauf si le papier opaque est biface).

Exemple simple à réaliser : la croix

On peut la réaliser par alignement de carrés, trois dans une direction et deux autres à partir du carré central dans la direction perpendiculaire ; on peut aussi la réaliser à partir de 2 rectangles ayant une longueur triple de la largeur.

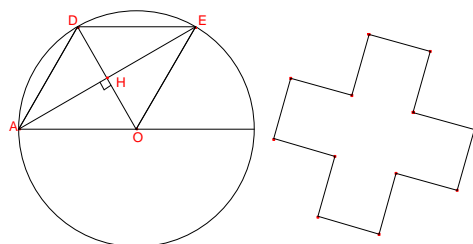


Quel est l'intérêt de la superposition ?

Pour faire de la géométrie, que ce soit pour construire des figures ou faire des démonstrations, il faut pouvoir reconnaître des figures simples enchevêtrées et superposées ; il faut pouvoir changer de regard sur les figures.

Dans la figure ci-contre, pour faire des démonstrations en fin de collège, il faut à certains moments pouvoir isoler le losange, à d'autres moments un des triangles équilatéraux, ou un triangle isocèle, ou encore le cercle et ses rayons.

Or, le regard naturel sur des assemblages de figures simples est de voir des surfaces juxtaposées.



Par exemple, ce qui apparaît dans la croix, même quand on n'en trace que le contour, ce sont les 5 carrés, parce qu'on a tendance à fermer les figures et à privilégier les angles saillants aux angles rentrants ; il est beaucoup plus difficile de voir les rectangles. Il est donc très utile d'exercer le regard des enfants pour qu'ils puissent voir plusieurs assemblages possibles dans un contour, y compris avec superposition. Bien sûr, quand il s'agira d'aire, on fera des juxtapositions de figures.

3. Vers la géométrie

Jusque là, nous nous sommes intéressés à la manipulation de formes matérielles pour faire des assemblages. Nous allons maintenant nous intéresser au tracé de figures à main levée ou avec des gabarits et des pochoirs, c'est-à-dire des instruments qui permettent de contrôler la forme des figures.

Colorier, dessiner et découper des formes

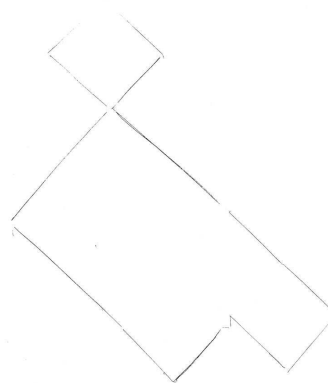
Les enfants peuvent assez tôt dessiner les formes à main levée. C'est important pour prendre conscience de la forme y compris par le geste. Cependant, le seul moyen de contrôle est alors la vue. En MS ou GS, l'enfant devient capable de se servir de gabarits ou pochoirs, pour dessiner des formes. Le tracé avec ces instruments, gabarit ou pochoir permet des contrôles par superposition.

Gabarits et pochoirs

Avec un pochoir, on peut colorier ou peindre l'intérieur de la forme et obtenir directement une surface pleine. Avec un gabarit, il faut tracer le contour avant de pouvoir colorier. On commence à passer d'une vision surface à une vision contour des formes : le contour délimite la surface.

Avec un gabarit, il est difficile de maintenir la forme en place : il faut changer d'appui pour tracer la partie du contour qui est derrière la main. Il faut donc être capable d'interrompre le trait et de le reprendre sous peine de faire une bosse dans le contour comme on peut le voir sur cette figure réalisée par un enfant de MS en 1993.

Il faut apprendre à segmenter le contour. Ce point est illustré par une animation sur le site de Marc Godin : <http://www.aider-ses-eleves.com/restau-rep-cycle1/dessiner-un-assemblage/l-interruption-d-un-contour>. Or la vision des côtés n'est pas claire à cet âge. Nous allons y revenir.



Avec un pochoir, il est plus facile de dessiner le contour car la main peut rester à l'extérieur de la zone de tracé. Cependant, même au pochoir, pour avoir un tracé net, il faut interrompre le tracé au sommet avant de le reprendre pour éviter un arrondi à la place du sommet.

Gabarit et pochoir donnent deux visions complémentaires de la forme. On peut reproduire cet assemblage de deux gabarits et du pochoir qui les entoure en assemblant les pièces. La présence du pochoir aide à reconstituer le puzzle.

Pour dessiner la figure, il suffit d'avoir les deux gabarits seuls ou bien le pochoir et l'un des gabarits.

Mais on peut encore y arriver avec un gabarit et un pochoir déchiré à condition de disposer du bon morceau. Le pochoir pourrait être déchiré jusqu'à constituer deux règles : les directions des côtés absents suffisent pour reconstituer le triangle.

L'association des deux points de vue pochoir et gabarit est essentielle pour construire la notion d'angle au cycle 3 : il faut voir en creux dans le pochoir le même angle que dans le gabarit.

J'ai pu l'observer récemment en CM2. Il s'agissait de reproduire la figure donnée en modèle réduit (figure 12) en disposant du cadre et des gabarits de triangles grignotés en deux des sommets (les

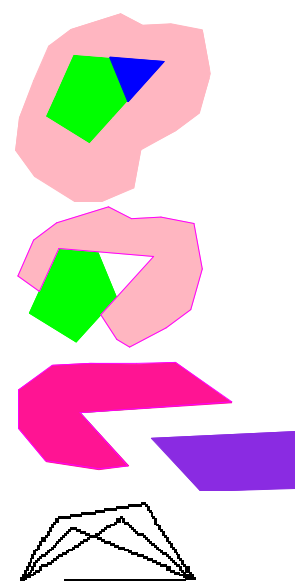


Figure 12. Modèle

sommets de deux angles manquaient : voir figure 13). Des phases précédentes avaient permis d'identifier le rôle des diagonales pour la construction. Un élève, après avoir tracé les diagonales du cadre sur la figure à réaliser (figure 14), a posé le gabarit sur le modèle et vérifié l'angle dont le sommet restait visible (figure 15). Le gabarit du triangle débordait du triangle du modèle puisqu'il était à la taille de la figure à réaliser. Il a alors posé le gabarit sur la figure à réaliser en faisant coïncider un seul côté avec une diagonale et en laissant déborder l'autre (figure 16). Il a essayé plusieurs positions mais sans poser correctement le gabarit avec un côté sur chaque diagonale : il ne cherchait pas à repérer quel angle du triangle correspondait à celui des diagonales : sans sommet, il n'y avait sans doute pas d'angle pour lui.

Pourtant, quand le modèle n'est pas à la même taille, les angles sont conservés : on ne peut pas reporter les longueurs mais on peut quand même vérifier ou reporter les angles.

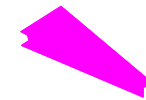


Figure 13. Gabarit déchiré

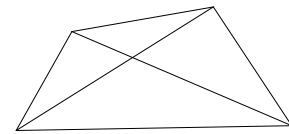


Figure 14

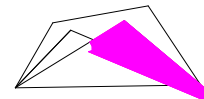


Figure 15

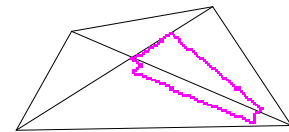
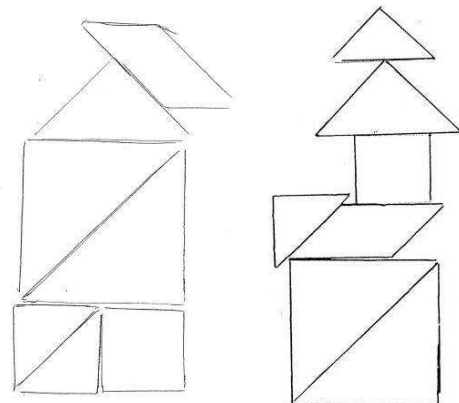


Figure 16

Dessiner des assemblages en faisant le contour de gabarits

Revenons au tracé de figures à la maternelle. Dans le cas des assemblages de formes, les pochoirs ne sont plus performants et une nouvelle difficulté pour dessiner avec les gabarits apparaît, celle du double trait : les élèves font le contour des gabarits sans utiliser le trait déjà obtenu avec le gabarit précédent. Ci-contre des productions d'élèves de MS. Le premier en fait systématiquement ; le deuxième ne fait le double trait que pour le parallélogramme.

Il est vrai que les modèles fournis pour le tangram présentent eux-mêmes souvent ce qui peut être vu comme un double trait quand on représente les pièces en gris foncé avec des séparations blanches.



Sur son site, Marc Godin aborde aussi la question de double trait.

<http://www.aider-ses-eleves.com/restau-rep-cycle1/dessiner-un-assemblage/le-double-trait-le-prolongement-d-un-trait>

Pour renoncer au double trait, il faut voir un segment comme étant simultanément le côté de deux pièces voisines. Ce n'est pas le cas sur le matériel. Il faut donc se placer sur le plan de la représentation avec une première abstraction vers la notion de figure géométrique. D'ailleurs, je réserve le terme figure soit à l'objet conceptuel abstrait soit à des tracés sur papier ou sur écran d'ordinateur et qu'on pourrait obtenir avec les instruments de tracé classiques, même si on ne le fait pas en maternelle, sinon je parlerai d'assemblage de formes.

Le tracé de contours de gabarits et de pochoirs permet de travailler l'affinement du regard que les enfants portent sur les formes : d'une vision globale, ils apprennent progressivement à distinguer le contour puis à le segmenter pour voir des points singuliers, les sommets, qui délimitent les côtés.

Une figure remarquable : le carré

Intéressons-nous maintenant à une figure familière et riche : le carré. Les enfants de

maternelle ont du mal à reconnaître un carré posé sur la pointe. Ils l'appellent alors losange. Mais cette vision ne se limite pas à la maternelle et, si l'on veut que cela ne se prolonge pas au cycle 3 voire au collège, il faut commencer dès la maternelle le travail de dissociation de la forme et de la position à travers des activités qui la mettent en œuvre. Nous l'avons vu, le passage au tracé sur une feuille avec les instruments, gabarit ou pochoir, marque un pas essentiel dans la double dissociation : entre forme et objet d'une part, entre forme et position d'autre part. On peut tracer le contour d'un même gabarit dans différentes positions et, réciproquement, vérifier par superposition du même gabarit que des tracés différents correspondent à la même forme.

Dans le cas d'une figure remarquable comme le carré, on peut aussi faire émerger des propriétés particulières par la superposition d'un gabarit sur un tracé.

On peut ainsi mettre en évidence des propriétés du carré qui permettent de le distinguer du rectangle et du losange en outillant la perception par une première démarche instrumentée grâce au gabarit et à la superposition : si on fait $\frac{1}{4}$ de tour à droite ou à gauche, le carré revient dans son empreinte, qu'elle soit matérialisée par un pochoir ou seulement par un contour, alors que dans le cas du rectangle et du losange, il faut faire un demi-tour.

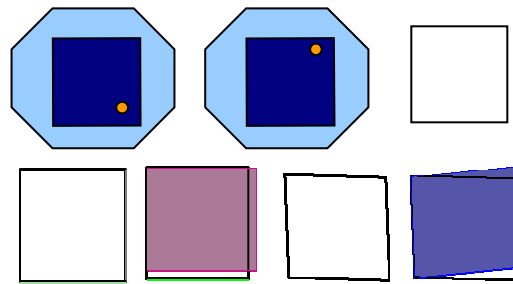
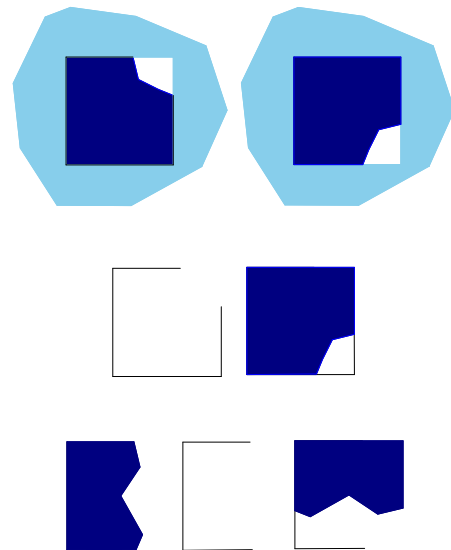


Figure 17

Cela donne le moyen de distinguer un carré d'un rectangle presque carré ou d'un losange presque droit (figure 17).

Les propriétés du carré permettent aussi d'envisager sa reproduction avec des gabarits déchirés dès la GS :

- S'il manque un coin, le coin déchiré peut se placer dans n'importe lequel des coins du pochoir. Avec le gabarit déchiré, on peut déjà dessiner une grande partie du bord du carré : pour terminer, il suffit d'utiliser une partie non déchirée du gabarit ;
- on pourrait faire de même avec un rectangle ;
- pour un losange, il faudrait faire attention de compléter avec le bon coin ;
- s'il manque tout un côté, on peut encore se débrouiller avec le carré, en le tournant deux fois,
- mais pour le rectangle, il faut un autre renseignement : la longueur de l'autre côté.
- Pour un losange, on pourrait y arriver mais il ne faut pas se tromper en tournant.



La superposition d'un gabarit sur un tracé permet donc une première entrée dans la notion de propriété géométrique. En reprenant ces manipulations et tracés au cycle 2, on peut accéder à des relations internes entre composantes du carré : les coins (ou angles) sont tous superposables ; les côtés sont tous de même longueur. La superposition sur un tracé d'un gabarit ou d'un tracé sur transparent est aussi un moyen fondamental de vérification et de validation. Arrêtons-nous donc un instant sur la superposition.

Retour sur la superposition

Dans ce qui précède, nous avons rencontré la superposition dans différents types de situations, parfois avec le sens de superposition partielle (chevauchement) comme dans les puzzles par superposition, parfois avec le sens de superposition exacte comme ci-dessus : superposition

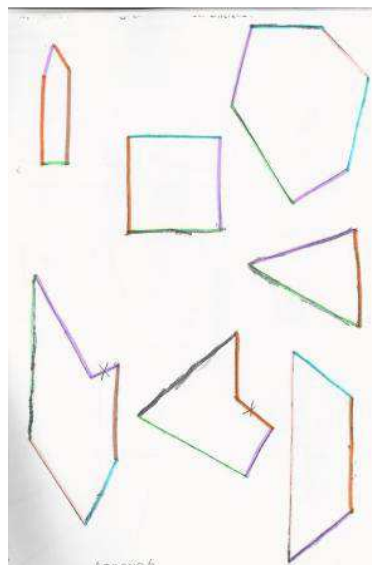
d'un gabarit ou d'un transparent. De plus, si on se place dans un plan (celui de la feuille de papier), on peut distinguer la superposition avec retournement ou sans retournement.

Si l'on regarde un peu plus précisément la manière de superposer, on peut identifier dans les gestes mêmes un affinement du regard et le repérage de parties remarquables de la figure qui seront par la suite conceptualisées géométriquement. La superposition de deux gabarits se fait dans l'espace et on peut bouger les deux gabarits. Dans la superposition d'un gabarit sur une figure dessinée, seul le gabarit peut bouger. C'est analogue à ce qui se passe pour un puzzle à encastrement. Cependant, pour un puzzle à encastrement, une reconnaissance globale peut suffire : on approche la forme de son logement et le tâtonnement suffit pour finir de la faire rentrer dans son logement. Si on a un gabarit mince ou un transparent qu'on veut superposer sur une figure dessinée, il faut le glisser et le faire tourner pour faire coïncider des éléments particuliers repérés : côtés ou sommets (voir animation sur le site de Marc Godin <http://www.aider-ses-eleves.com/restau-rep-cycle1/les-puzzles-restau-rep/un-gabarit-et-un-pochoir/maitrise-de-l-encastrement>). Sur son site [aider-ses-eleves.com](http://www.aider-ses-eleves.com), Marc Godin a construit un logiciel qui permet de superposer ou de juxtaposer les formes en les faisant glisser à l'aide de la souris ou tourner à l'aide des flèches du clavier. Ces animations peuvent aider les enseignants à analyser les gestes de la superposition et de la juxtaposition (sans retournement) en termes de glisser, tourner, faire coïncider des sommets, des côtés. <http://www.aider-ses-eleves.com/assemblages-gs/assemblages-1-de-formes>

La superposition de deux tracés à l'aide d'un transparent sera très importante au cycle 2 et au cycle 3, pour vérifier les reproductions de figures par exemple ; il sera alors nécessaire de superposer des côtés sur des côtés et des sommets sur des sommets. La superposition d'un gabarit sur un tracé est un premier pas dans ce sens. Intéressons-nous donc à la perception des sommets et des côtés.

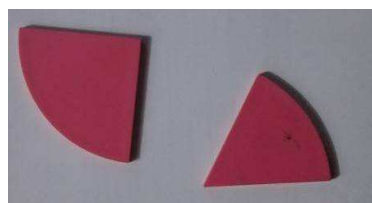
Les notions de sommet et de côté

La perception des sommets est d'autant plus nette que l'angle est aigu. Ainsi, des enfants de GS ont-ils du mal à voir des sommets (et donc des côtés) dans un dodécagone ou aux angles rentrants d'une étoile. Un mémoire de master que j'avais dirigé il y a quinze ans montrait bien cela. Les enfants voient cinq sommets dans l'étoile et aucun dans le dodécagone. La difficulté résiste pour certains élèves comme on peut le voir dans l'évaluation finale : les élèves devaient changer de couleur pour chaque côté ; cet élève ne le fait pas dans le cas des angles rentrants.



A la perception visuelle, on peut ajouter la perception par le toucher pour reconnaître le nombre de sommets ou de côtés d'un polygone.

Les bords arrondis sont perçus comme des côtés, par exemple, les secteurs circulaires sont classés par les enfants avec les triangles comme des formes à trois côtés comme l'observe Sophie Gobert dans le CD-rom produit il y a quelques années avec l'Inspection Académique de Nantes dont je reparlerai.



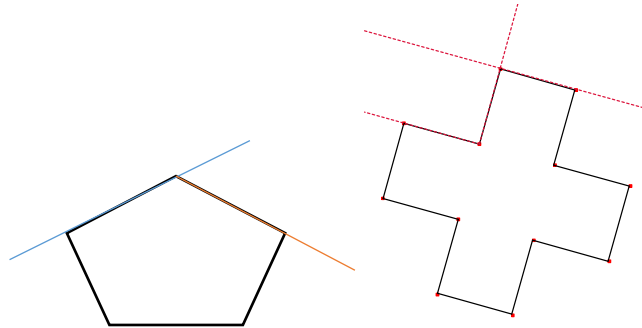
On peut accepter ce classement dans un premier temps en expliquant ensuite qu'en

mathématiques on réserve le mot côté pour les bords droits et triangle pour les formes qui ont trois bords droits.

Segmentation du contour. Approche par le découpage

Une autre activité, courante en maternelle, donne l'occasion d'apprendre à segmenter le contour : il s'agit du découpage.

Pour découper correctement un polygone, il faut dépasser le sommet, s'arrêter avant de tourner les ciseaux pour repartir dans une autre direction. On commence ici à travailler la notion de droite qu'on travaillera explicitement au cycle 2 : le segment est porté par une droite qui peut se prolonger autant qu'on veut.



Si c'est une étoile qu'on veut découper, ou bien une croix, on ne peut pas dépasser pour tourner les ciseaux dans l'angle rentrant donc on a intérêt à repartir de la pointe vers l'angle rentrant, expérimentant ainsi le lien entre l'angle rentrant de la forme et l'angle saillant du pochoir à cet endroit.

Sur la croix, on voit les deux cas parce qu'on a des angles rentrants et aussi deux angles saillants qui se suivent.

4. Du matériel aux situations

Jusqu'ici j'ai surtout essayé de mettre en relation le matériel avec les concepts géométriques sous-jacents à son utilisation. Je voudrais maintenant dire un mot des objectifs d'apprentissage en relation avec les situations qu'on peut proposer aux élèves.

Les objectifs d'apprentissage

Les objectifs concernant les formes sont de les reconnaître, isolément ou dans un assemblage et dans diverses positions, de nommer certaines d'entre elles, de les décrire en les comparant, de les reproduire avec un gabarit ou un pochoir et aussi de reproduire des assemblages de formes, ce qui demande d'identifier des relations entre les différentes formes qui les composent. Mais, comme je l'ai déjà dit, une forme c'est une surface avec un bord et d'une reconnaissance globale, un des objectifs de fin de cycle 1 et de début du cycle 2 est de passer progressivement à une description du bord, en termes de forme des lignes (droites ou arrondies, avec sommets ou lisses) et de comparaison de longueurs.

Dans ce que j'ai présenté jusqu'à maintenant j'ai surtout souligné des expériences que l'enfant peut vivre et qui vont l'aider à aiguïser son regard dans la perspective d'une conceptualisation des objets de la géométrie.

Des jeux libres bien choisis peuvent contribuer à procurer certaines de ces expériences mais pour que tous les enfants rencontrent ces expériences et qu'elles leur permettent d'apprendre, il est nécessaire d'organiser des situations où les variables auront été choisies en fonction des apprentissages visés et des connaissances préalables des enfants, et où le professeur aide les enfants à acquérir le langage qui leur permettra de parler de ces expériences. En effet, il est essentiel que la construction de premiers éléments du langage géométrique accompagne des expériences qui leur donnent du sens. L'organisation de telles situations est un point très important que j'esquisse à peine maintenant à partir de quelques exemples.

Des situations pour apprendre et les variables pour les organiser

Je ne vais pas passer en revue toutes les situations qui permettent de travailler les formes géométriques en maternelle mais seulement repérer trois grandes familles et quelques-unes de leurs variables.

Reconnaître les formes et les représenter

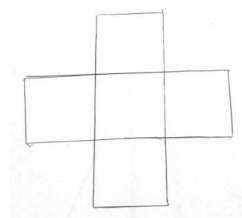
La reconnaissance des formes intervient dans toutes les situations mais elle est presque seule en jeu dans les activités de tri et de classement. Dans le jeu de Kim où il s'agit de reconnaître une forme absente, on va aussi travailler la désignation des formes par leur nom et leur représentation à main levée : pour parler des formes absentes, on peut faire appel à leur nom mais quand la liste des formes est longue, pour se souvenir, les élèves peuvent être amenés à dessiner des formes pour symboliser des objets. On peut aussi les décrire mais la situation ne l'exige pas.

Dans toutes ces situations, beaucoup de variables interviennent. Elles concernent les formes, les figures, le matériel à disposition mais aussi l'organisation du travail des élèves. Par exemple, une chose est de trier ou comparer des objets selon la forme quand ils sont présents côte à côte et qu'on peut donc les voir en même temps, une autre est d'aller chercher un objet de même forme qu'un objet donné dans un endroit éloigné, par exemple en prenant une empreinte de la forme qui permettra de vérifier par superposition.

Reproduire des figures simples ou des assemblages

Dans la reproduction de figures simples ou d'assemblages, suivant que le modèle est présent sur la table de l'enfant ou éloigné, suivant qu'il est à la même taille (ce qui permet la superposition) ou non (ce qui demande de repérer des rapports de grandeurs), les connaissances à mettre en œuvre ne sont pas les mêmes.

Un groupe animé par Thomas Barrier travaille actuellement dans le Nord sur la reproduction de figures, en particulier par juxtaposition ou superposition de formes. Voici une photo d'une réalisation de la croix par un élève de GS avec deux gabarits de rectangles. Bien sûr, pour que les élèves utilisent la superposition plutôt que la juxtaposition, il faut que les gabarits carrés ne soient plus disponibles.



Les angles entre les deux rectangles ne sont pas tout à fait droits et les longueurs pas tout à fait égales. Ce sont des apprentissages que l'on visera au cycle 2 mais la possibilité d'obtenir un carré en croisant deux rectangles est vue, et c'est bien ce travail qu'on vise en maternelle.

Autour de ce que j'ai dit sur le carré, on peut imaginer différentes situations en GS, par exemple, quand les enfants ont déjà une bonne pratique de tracé de figures simples par contour de gabarits, on peut leur proposer de reconnaître parmi divers tracés sur une feuille de papier lesquels correspondent au contour d'un gabarit de carré donné. On peut choisir de mettre dans la feuille plusieurs carrés correspondant à ce gabarit dans des positions différentes (dont un carré sur la pointe) et aussi un rectangle et un losange qui sont proches de ce carré et dans des positions plus prototypiques (avec un côté presque horizontal).

On peut aussi demander de dessiner le carré avec un gabarit déchiré, avec comme moyen de vérification le gabarit non déchiré.

On peut trouver beaucoup d'idées concernant la reproduction de figures en maternelle sur le site de Marc Godin aider-ses-eleves.com en allant au niveau GS puis en suivant l'onglet formes et grandeurs ou en allant dans le thème géométrie à l'onglet restauration, puis Repères, ce qui nous amène à l'adresse <http://www.aider-ses-eleves.com/pour-les-5-12-ans> où l'on peut trouver d'une part des repères pour une progression et d'autre part un onglet plus spécifique au cycle 1.

Décrire les formes. Expliciter des propriétés

Le vocabulaire prend son sens quand il est utilisé par les enfants dans des situations où il remplit une fonction, par exemple :

Jeu du portrait : une forme que tous les enfants connaissent est cachée, il faut la deviner en posant des questions, sans la nommer. Il faut donc reconnaître et décrire une forme par des propriétés qui suffisent à la caractériser parmi les objets dont on dispose.

Jeu de la marchande : pour réaliser un assemblage dont l'enfant a un modèle, il doit commander au professeur les pièces dont il a besoin en les décrivant sans dire leur nom. Il doit donc décrire les pièces par des propriétés, en utilisant notamment les notions de côté et de sommet, de bord droit ou arrondi. Le professeur peut alors livrer des pièces qui correspondent à la commande mais qui ne sont pas celles qu'attend l'enfant.

Des situations de ce type (ainsi qu'un jeu de Kim sur les formes) sont décrites et analysées dans un CD-rom réalisé dans l'académie de Nantes sous la direction de Sophie Gobert. Elle y présente des extraits de séances en classe en regardant les fonctions du discours dans l'activité des élèves, nommer, désigner, décrire, comparer, formuler des propriétés et en tentant de caractériser le « parler professionnel » et ses fonctions dans l'action didactique. Le document d'accompagnement de ce CD-rom est disponible sur la page web de l'auteure : <http://eda.recherche.parisdescartes.fr/sophie-gobert/> en cliquant sur lien vers la page « Partage Documentation ».

Les mots pour le dire : les mots et les notions mathématiques

Concernant le vocabulaire, en m'appuyant sur ce qu'a fait Sophie Gobert et en le prolongeant, je distinguerai deux sortes de mots :

- Les mots géométriques qui permettent de décrire les objets et qui sont en général des noms ou des adjectifs : les noms des figures mais aussi bord, droit, arrondi, sommet, côté, ainsi que ceux qui concernent les grandeurs : égal (pareil), plus grand, plus petit, plus long, plus haut...
- Les mots qui permettent de décrire l'action sur les objets et qui sont en général des verbes : superposer, glisser, tourner, retourner, plier et aussi comparer, mettre côte à côte, bord à bord...

Pour les noms qui permettent de décrire les objets, on a :

- Des mots mathématiques spécifiques comme rectangle, triangle, losange ;
- Des mots courants qui ont un usage spécifique en mathématiques qui ne coïncide pas complètement avec l'usage courant : sommet (c'est en hauteur dans le langage courant, comme le sommet d'une montagne), côté (ça n'est pas sur l'objet même, si c'est à côté) ;
- Des mots courants qui ont un sens proche de celui des mathématiques : carré, arrondi, courbe ou courbé, bord, angle

Bien sûr, il n'est pas question d'introduire tous les mots en même temps pour les élèves de maternelle et on va accepter d'utiliser aussi des mots courants que proposent les enfants comme pointe, pic, coin... qui seront progressivement remplacés par des mots mathématiques. Il est en effet important que l'enseignant accepte les idées justes de l'élève y compris quand elles sont mal formulées mais il est important aussi qu'il reformule ces idées avec les mots attendus, dans la situation, au cours même de l'action pour que l'élève se familiarise avec ces mots et les utilise progressivement.

Conclusion. Perspectives

Pour conclure, je vais me contenter d'ouvrir des perspectives sur le cycle 2 et de faire quelques remarques permettant de situer dans une démarche plus générale la réflexion que j'ai proposée dans le présent texte.

Vers le cycle 2

J'ai essayé de montrer comment, à travers des jeux avec les formes que l'on peut organiser dans ce but, l'enfant commence au cycle 1 des apprentissages fondamentaux pour la géométrie. En lien avec la construction de premiers éléments de langage, il apprend à dissocier l'objet matériel de sa forme, à dissocier la forme de sa position dans la feuille, à distinguer le contour de l'intérieur, à segmenter le contour pour le reproduire ou le découper.

Au cycle 2, la règle remplacera le pochoir, les élèves vont apprendre à la placer pour suivre un bord droit, ils vont apprendre à prolonger les bords droits, à reporter des longueurs, à voir des lignes à l'intérieur des figures sans qu'elles soient nécessairement le contour de gabarits : des lignes qui joignent des points singuliers identifiés dans la figure.

Gabarits déchirés, prolongements

Un moyen de travailler les lignes du bord est de faire appel à la complicité d'une petite souris qui grignote les bords des gabarits. Peut-on dessiner quand même la forme quand le gabarit est déchiré ? C'est plus ou moins facile selon l'endroit de la déchirure : c'est plus facile s'il manque un morceau de côté que s'il manque un coin.

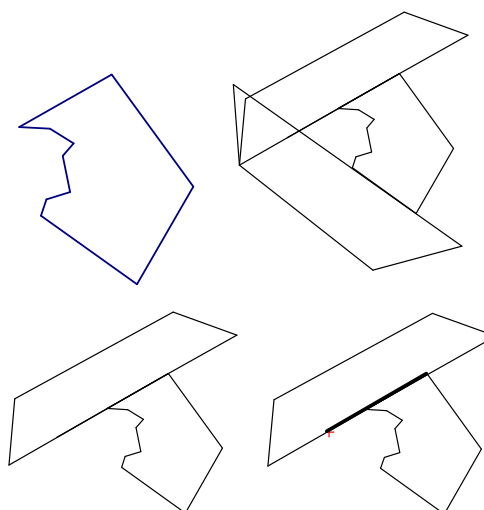
- Si on a deux règles, on peut reconstituer le pochoir déchiré

- Si on a une seule règle, il faut déborder

- Mais les enfants n'aiment pas déborder : ils procèdent par approximation en prolongeant successivement un peu chaque côté jusqu'à ce qu'il n'y ait plus que l'épaisseur du trait.

- Si l'on ne veut pas déborder, on peut reporter une longueur.

Voir dans les repères pour la restauration sur le site de Marc Godin, à l'adresse <http://www.aider-ses-eleves.com/pour-les-5-12-ans>, les animations gabarit déchiré, deux règles, une seule règle avec débord, sans débord.

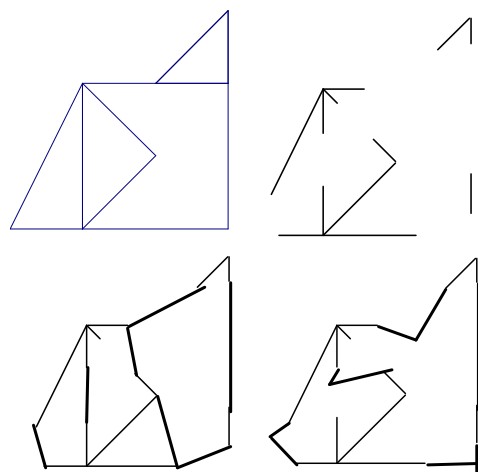


Figures partiellement effacées

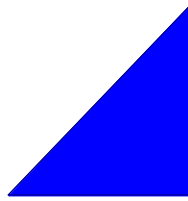
Pour apprendre à repérer des alignements et voir des lignes à l'intérieur des figures, nous avons travaillé il y a une quinzaine d'années avec des conseillers pédagogiques du Pas-de-Calais.

Voici un exemple (modèle et amorce) qu'ils avaient utilisé dans plusieurs classes de CP et CE1.

Et voici des productions d'élèves de CP qui disposaient pourtant du modèle en vraie grandeur sur leur table à côté d'eux. La reconstitution de formes fermées juxtaposées l'emportait sur la consultation du modèle. Il y avait plusieurs niveaux de difficulté. Pour les élèves qui avaient des productions de ce type, les conseillers pédagogiques qui ont fait ces observations fournissaient des gabarits de formes pour réaliser la figure par juxtaposition ou superposition (ce qui permettait de matérialiser des alignements, par



exemple grâce au grand triangle rectangle isocèle bleu ci-contre), comparer le modèle et leur production et ils leur proposaient une amorce plus facile. Ceux qui avaient réussi se voyaient proposer une amorce plus difficile.



C'est un des premiers exemples de ce que nous avons appelé la restauration de figure.

Restauration de figure

Concernant ce que j'ai appelé la restauration de figure, l'idée est de partir de la vision surfaces qu'ont les élèves pour faire évoluer leur regard sur les figures, leur apprendre à voir des alignements, des intersections, à enrichir la figure des relations entre ses diverses composantes, et en différentes dimensions : surtout entre dimension 2 et dimension 1 pour le cycle 2 : relations entre surfaces et lignes (droites, segments, cercles). Les points comme intersections de droites ou permettant d'engendrer des droites sont travaillés au cycle 3. C'est essentiel parce que, dans la géométrie théorique qu'on aborde à partir du collège, les objets sont définis à partir de points et lignes et c'est en ces termes que sont énoncés les théorèmes. Si les élèves restent avec une vision surface des figures, ils vont rencontrer des difficultés.

C'est en jouant sur les variables de la restauration, notamment le modèle, l'amorce, les instruments, que l'on va pouvoir travailler avec les élèves cette évolution du regard.

Nous parlons de restauration dans le cas où l'amorce donne des éléments surface sur la figure ou bien si les instruments permettent de reporter des éléments surface de la figure comme les gabarits et pochoirs déchirés. Les instruments classiques de géométrie, règle, compas permettent seulement de tracer des lignes. Il faut donc combiner plusieurs utilisations de ces instruments en s'appuyant sur les propriétés des figures identifiées après analyse, pour s'en servir pour reproduire des surfaces.

Quelques remarques finales sur la portée de ce texte

Enfin, je voudrais rappeler que j'ai surtout parlé des formes mais qu'il ne faut pas oublier que les premiers pas vers la géométrie se font aussi à travers le repérage dans l'espace ainsi que la reconnaissance et la description des solides.

Remarquez aussi que j'ai parlé (un peu) de grandeur et de report de longueur et non de mesure...

La mesure est importante aussi mais c'est un autre chapitre : elle intervient dans la construction des nombres en appui sur les grandeurs. Elle démarrera au cycle 2 pour les longueurs, au cycle 3 pour les angles.

Pour continuer la réflexion

Je vous invite à consulter le site de Marc Godin [aider-ses-eleves.com](http://www.aider-ses-eleves.com), en particulier la partie repères pour la restauration <http://www.aider-ses-eleves.com/pour-les-5-12-ans>

Cela fait maintenant plus de quinze ans que nous travaillons ensemble sur la géométrie et je dois dire qu'il m'a fait ajouter à ma vision des figures géométriques comme ensemble de points qui est la vision de la géométrie théorique, une vision en termes de surfaces qu'on déplace qui m'a permis de comprendre ce que « figure géométrique » pouvait vouloir dire au début du primaire et ainsi essayer de penser une progression cohérente de la maternelle au collège. On peut trouver un résumé de cette démarche dans l'article suivant :

Perrin-Glorian M.J. & Godin M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école*, 222, 26-36 maintenant disponible en ligne : http://www.ssrmdm.ch/mathecole/crbst_176.html.

Des situations intéressantes, notamment concernant les aspects langagiers de l'activité géométrique en maternelle, sont décrites dans le document d'accompagnement d'un CD-rom produit dans l'académie de Nantes, disponible sur la page web de Sophie Gobert : <http://eda.recherche.parisdescartes.fr/sophie-gobert/> en cliquant sur Lien vers la page « Partage Documentation ».