



**HAL**  
open science

## Dimensionnement d'entrepôts d'une chaîne logistique durable pilotée par la politique Echelon Base Stock

Laura Maria Ramirez Restrepo, Aicha Aguezzoul, Sophie Hennequin

► **To cite this version:**

Laura Maria Ramirez Restrepo, Aicha Aguezzoul, Sophie Hennequin. Dimensionnement d'entrepôts d'une chaîne logistique durable pilotée par la politique Echelon Base Stock. 6èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS (JD-JN-MACS 2015), Jun 2015, Bourges, France. hal-01295618

**HAL Id: hal-01295618**

**<https://hal.science/hal-01295618>**

Submitted on 31 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

# Dimensionnement d'entrepôts d'une chaîne logistique durable pilotée par la politique Echelon Base Stock

Laura M. RAMIREZ RESTREPO<sup>1</sup>, Aicha AGUEZZOUL<sup>1</sup>, Sophie HENNEQUIN<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Lorraine/Laboratoire de Génie Industriel de Production et de Maintenance  
Île du Saulcy, 57045 Metz, France.

[laura-maria.ramirez-restrepo@univ-lorraine.fr](mailto:laura-maria.ramirez-restrepo@univ-lorraine.fr), [aicha.aguezzoul@univ-lorraine.fr](mailto:aicha.aguezzoul@univ-lorraine.fr)

<sup>2</sup> Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz/Laboratoire de Génie Industriel de Production et de Maintenance  
1 route d'Ars Laquenexy, 57078 Metz Cedex 3, France.

[hennequin@enim.fr](mailto:hennequin@enim.fr)

**Résumé**— Nous considérons une chaîne logistique durable avec prise en compte explicite des délais de transfert entre les différents éléments de la chaîne. Le flux des matières dans le système est représenté par un modèle à flux continu et la politique de pilotage est une politique Echelon Base Stock. L'objectif de ce travail est de dimensionner les stocks des entrepôts en minimisant le coût total moyen, composé des coûts économiques (stockage, transport), auxquels sont ajoutés des aspects sociaux/sociétaux et environnementaux. La méthode Infinitesimal Perturbation Analysis (IPA) est utilisée pour résoudre ce problème sur la base d'une étude analytique des trajectoires et de l'estimation du gradient de la fonction de coût. Cet estimateur est prouvé comme étant non biaisé et ainsi utilisé dans un algorithme d'optimisation.

**Mots-clés**— Chaîne logistique durable, délai de transfert, politique Echelon Base Stock, méthode IPA, modèle à flux continu.

## I. INTRODUCTION

Pour faire face à la crise économique mondiale ainsi qu'à la concurrence, les entreprises développent de plus en plus des stratégies qui permettent de piloter les flux de matière et d'information de façon à réduire la variance entre les stocks et la demande [1] et travailler le plus possible en juste à temps [2]. Dans ce contexte, la politique Echelon Base Stock (méthode de pilotage en flux tirés [3]) peut être intéressante car elle permet de limiter les stocks dans les différents étages et également de piloter les flux globaux de la chaîne par l'information de la demande. Ainsi, lorsqu'une demande se produit, l'information de cette demande est transmise à tous les étages simultanément [4].

Dans cet article, nous nous intéressons au dimensionnement des entrepôts de matières premières et de produits finis en fonction des quantités à stocker et ce dans un cadre de développement durable, c'est-à-dire que nous tenons compte des dimensions économique, environnementale et sociale / sociétale [5][6]. Pour simplifier notre étude, nous intégrons les deux dernières dimensions comme des coûts. Ainsi la fonction de coût est composée des coûts de stockage/pénuries, des coûts de transport et des coûts liés à des contraintes environnementales et sociétales. L'objectif de ce papier n'est pas de préciser tous les éléments concourants à l'identification et la répartition de ces coûts. Le dimensionnement des deux entrepôts considérés se fera de façon à satisfaire la demande

de l'usine et du client, avec comme objectif la minimisation du coût total moyen.

Dans la littérature, différentes variations du problème de dimensionnement des stocks ont été étudiées. Par exemple, l'augmentation ou la réduction de la capacité de l'entrepôt par la location d'un espace supplémentaire [7], que celui-ci soit statique ou dynamique [8], ou le nombre de types de produits à stocker [9][10].

Dans notre problème, nous considérons l'entreposage d'un seul type de produit. De plus, la possibilité de louer un espace additionnel d'entrepôt n'est pas prise en compte. Pour la modélisation de notre chaîne logistique, le modèle analytique que nous avons choisi est un modèle à flux continu, qui nous permet de prendre en compte les délais de transfert entre chaque élément de la chaîne [11]. L'utilisation de ce modèle est une caractéristique importante de notre étude car les approches proposées pour cette problématique considèrent généralement des modèles discrets. Le modèle à flux continu a été peu étudié dans le cas de chaînes logistiques, malgré les avantages que peut avoir son implémentation dans une démarche de juste à temps [12].

Pour la résolution de notre problème, nous utilisons la méthode Infinitesimal Perturbation Analysis (IPA) [13]. Cette méthode a été définie dans un premier temps pour faire de l'analyse de sensibilité avant d'être utilisée également dans des problèmes d'optimisation [14]. Dans ce cas, IPA permet de calculer l'estimation d'une dérivée par rapport à des mesures de performances en appliquant une perturbation suffisamment petite sur un paramètre d'intérêt du système afin d'assurer que l'estimation de la dérivée ne soit pas faussée. La condition principale pour l'application de cette méthode est l'absence de biais, c'est à dire, que la valeur estimée converge vers la valeur espérée. Cette condition rend alors possible l'utilisation de cette méthode pour une analyse de sensibilité fiable ou pour l'utilisation dans des problèmes de contrôle ou d'optimisation [15]. Dans notre cas, nous nous sommes intéressés à trouver les Base Stocks qui minimisent le coût total moyen. Ainsi, nous calculons la dérivée de la fonction de coût par rapport aux Base Stocks de chaque étage, qui sont les valeurs à optimiser. Ils correspondent à la somme maximale des pièces à maintenir dans un étage à laquelle sont retranchées les demandes en attente.

Cet article présente initialement les notations utilisées, puis le système considéré est détaillé. Ensuite, une étude des trajectoires est réalisée. La méthode IPA est appliquée et nous démontrons que l'estimateur de la fonction de coût n'est pas biaisé. Les gradients de la trajectoire sont ensuite déterminés analytiquement et utilisés dans la simulation.

## II. NOTATION

$\tau_{f-B_f}$ : Délai de livraison du fournisseur à l'entrepôt de matières premières (MP).  
 $\tau_{B_f-U}$ : Délai de transfert entre l'entrepôt de MP et l'usine.  
 $SB_f$ : Niveau d'échelon base stock du premier étage.  
 $xt_f(t)$ : Nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre le fournisseur et l'entrepôt de MP.  
 $xt_b(t)$ : Nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre l'entrepôt de MP et l'usine.  
 $x_f(t)$ : Niveau du stock de l'entrepôt de MP à l'instant  $t$ .  
 $d_f(t)$ : Quantité de pièces à commander au fournisseur.  
 $y(t)$ : Somme des pièces (en transport et dans l'entrepôt) du premier étage à l'instant  $t$ .  
 $\tau_{U-B_c}$ : Délai de transfert entre l'usine et l'entrepôt.  
 $\tau_{B_c-c}$ : Délai de livraison au client.  
 $SB_c$ : Niveau d'échelon base stock du deuxième étage.  
 $x_c(t)$ : Niveau du stock de l'entrepôt de produits finis (PF) à l'instant  $t$ .  
 $d_u(t)$ : Quantité de pièces à produire par l'usine afin de rétablir l'échelon stock  $y_c(t) - D$  au niveau base stock  $SB_c$ .  
 $y_c(t)$ : Somme des pièces (en transport et dans l'entrepôt) du deuxième étage à l'instant  $t$ .  
 $xt_u(t)$ : Nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre l'usine et l'entrepôt de PF.  
 $xt_c(t)$ : Nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre l'entrepôt de PF et le client.  
 $Ct(t)$ : Coût total de transport à  $t$ .  
 $c_{B_f}^+$ : Coût unitaire de sur-stockage des matières premières.  
 $c_{B_f}^-$ : Coût unitaire de pénuries des matières premières.  
 $c_{B_c}^+$ : Coût unitaire de sur-stockage des produits finis.  
 $c_{B_c}^-$ : Coût unitaire de pénuries des produits finis.  
 $C_{en}$ : Coût environnemental.  
 $C_s$ : Coût sociétal.  
 $C(t)$ : Coût total à l'instant  $t$ .  
 $Cd$ : Coût d'émission de CO<sub>2</sub> du fournisseur (€).  
 $E_m$ : Emission totale de CO<sub>2</sub> du fournisseur ( $g$  CO<sub>2</sub>).  
 $C_{CO_2}$ : Coût de compensation d'émission de CO<sub>2</sub> (€/t CO<sub>2</sub>).  
 $C_{e_f}$ : Coût environnemental lié au fournisseur.  
 $d_f^{\Delta_1}(t)$ : Quantité de pièces (trajectoire perturbée) à commander au fournisseur.  
 $y^{\Delta_1}(t)$ : Trajectoire perturbée de  $y(t)$  pour le premier étage.  
 $d_u^{\Delta_2}(t)$ : Quantité de pièces à produire par l'usine (trajectoire perturbée).  
 $y_c^{\Delta_2}(t)$ : Trajectoire perturbée de  $y_c(t)$  du deuxième étage.

## III. SYSTEME ETUDIE

Nous considérons une chaîne logistique composée d'un fournisseur  $F$ , d'un entrepôt de matières premières  $B_f$ , d'une usine  $U$ , d'un entrepôt de produits finis  $B_c$  et d'un client (Figure 1.). Dans ce travail, la demande  $d(t) = D$ , est

supposée constante et connue. Le flux de matières est modélisé par un modèle à flux continu. Nous tenons compte également des temps de transfert/transport dans les différents étages. La politique de pilotage retenue est de type Echelon Base Stock, pour laquelle les flux sont pilotés par l'information de la demande. Ainsi, lorsqu'une demande arrive, elle est transmise aux deux étages pour autoriser le réapprovisionnement (premier étage) et la distribution des produits au client (deuxième étage). Nous considérons la production d'un seul type de produit. Pour le site de production, nous considérons des arrêts de production qui peuvent être dus à des pannes machines, de la maintenance, des aléas issus des opérateurs, etc. et des indisponibilités du fournisseur pour des raisons similaires.  $\sigma_f(t)$  représente l'état de la disponibilité du fournisseur :

$$\sigma_f(t) = \begin{cases} 0, & \text{si le fournisseur n'est pas disponible} \\ 1, & \text{si le fournisseur est disponible} \end{cases} \quad (1)$$

Pour une politique Base Stock, la capacité de production dépend de la quantité de produits finis dans chaque étage, ce qui correspond à la somme de produits dans l'entrepôt et les matières transportées de l'étage, moins les demandes en attente.  $u_f(t)$  correspond au flux de matières premières à livrer par le fournisseur à l'instant  $t$  (équation 2), avec  $U_{fmax}$  la capacité maximale de production du fournisseur ( $U_{fmax} \geq u(t)$ ) et  $u(t)$  la capacité de production de l'usine à l'instant  $t$ , définie par l'équation (14).

$$u_f(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \sigma_f(t) = 0 \\ U_{fmax}, & \text{si } \sigma_f(t) = 1 \text{ et } SB_f + D > y(t) \\ \min(U_{fmax}; D), & \text{si } \sigma_f(t) = 1 \text{ et } SB_f + D \leq y(t) \end{cases} \quad (2)$$

La dynamique du premier étage est donnée par les équations suivantes :

$$\frac{dy(t)}{dt} = u_f(t) - u(t) \quad (3)$$

$$\frac{dx_f(t)}{dt} = u_f(t - \tau_{f-B_f}) - u(t - \tau_{B_f-U}) \quad (4)$$

Les quantités transportées dans le premier étage sont calculées par les équations (5) et (6) :

$$xt_f(t) = \int_{t-\tau_{f-B_f}}^t u_f(s) . ds \quad (5)$$

$$xt_b(t) = \int_{t-\tau_{B_f-U}}^t u(s - \tau_{B_f-U}) . ds \quad (6)$$

L'autorisation de réapprovisionnement pour l'usine  $d_f(t)$ , est donnée par l'équation (7) et l'autorisation de production de l'usine  $d_u(t)$  est donnée par l'équation (15). Ces autorisations représentent les quantités qu'il faut commander au fournisseur (ou qu'il faut produire) afin de rétablir l'échelon stock au niveau base stock de chaque étage. L'autorisation de réapprovisionnement de l'usine est exprimée comme la différence entre le niveau base stock  $SB_f$  et l'échelon stock

(qui correspond à la somme de produits dans l'entrepôt de matières premières et les matières transportées du premier étage, moins la demande en attente). L'autorisation de réapprovisionnement a pour but le rétablissement de l'échelon stock  $y(t) - D$  au niveau base stock  $SB_f$ .

Dans ces équations  $xt_f(t)$  représente le nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre le fournisseur et l'entrepôt  $B_f$ ,  $x_f(t)$  le niveau de stock de l'entrepôt  $B_f$  à l'instant  $t$  et  $xt_b(t)$  le nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre l'entrepôt  $B_f$  et l'usine.

$$d_f(t) = SB_f - (xt_f(t) + x_f(t) + xt_b(t) - D) \quad (7)$$

$$SB_f = d_f(t) + (xt_f(t) + x_f(t) + xt_b(t)) - D \quad (8)$$

La dynamique du deuxième étage est donnée par les équations (9) et (10), avec  $u(t)$  la capacité de production de l'usine à l'instant  $t$  :

$$\frac{dy_c(t)}{dt} = u(t) - D(t - \tau_{B_c-c}) \quad (9)$$

$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha(t) = 0, \\ U_u, & \text{si } \alpha(t) = 1 \text{ et } d_u(t) > 0 \text{ et } xt_b(t) > 0, \\ \min(U_u; u_f(t - \tau_{B_f-U} - \tau_{f-B_f})), & \text{si } \alpha(t) = 1 \text{ et } d_u(t) > 0 \text{ et } xt_b(t) = 0, \\ \min(D; U_u), & \text{si } \alpha(t) = 1 \text{ et } d_u(t) = 0 \text{ et } xt_b(t) > 0, \\ \min(D; U_u; u_f(t - \tau_{B_f-U} - \tau_{f-B_f})), & \text{si } \alpha(t) = 1 \text{ et } d_u(t) = 0 \text{ et } xt_b(t) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = u(t - \tau_{U-B_c}) - D(t) \quad (10)$$

Les quantités transportées dans le deuxième étage sont calculées à partir des équations (11) et (12) :

$$xt_u(t) = \int_{t-\tau_{U-B_c}}^t u(s).ds \quad (11)$$

$$xt_c(t) = \int_{t-\tau_{B_c-c}}^t D(s).ds \quad (12)$$

L'état de la machine est donné par l'équation (13) :

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0, & \text{si l'usine ne produit pas} \\ 1, & \text{si l'usine produit} \end{cases} \quad (13)$$

La capacité de production de l'usine  $u(t)$  à l'instant  $t$  est donnée par l'équation suivante, avec  $U_u$  la capacité maximale de production de l'usine :

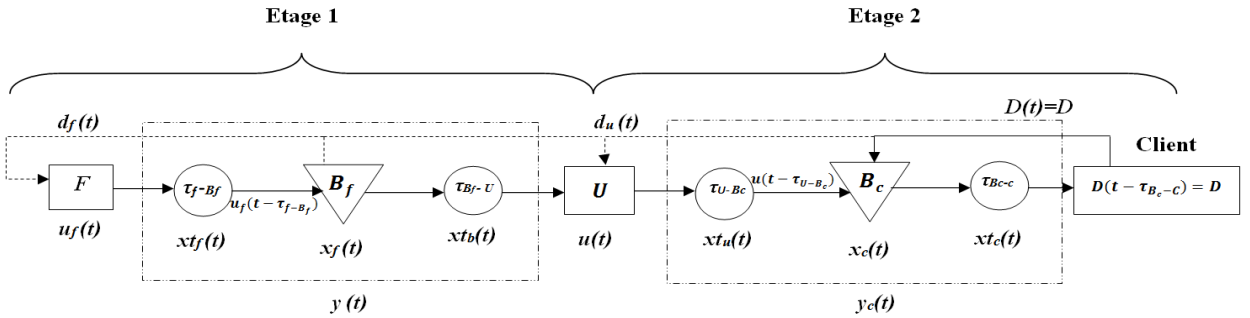


Fig.1. Chaîne logistique commandée par une politique Base Stock

L'autorisation de production de l'usine  $d_u(t)$ , est exprimée comme la différence entre le niveau base stock  $SB_c$  et l'échelon stock. Dans cet étage, la finalité de l'autorisation de production, est de rétablir l'échelon stock  $y_c(t) - D$  au niveau base stock  $SB_c$ .  $xt_u(t)$  représente le nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre  $U$  et le stock de produits finis  $B_c$ ,  $xt_c(t)$  le nombre de pièces transportées à l'instant  $t$  entre  $B_c$  et le client et  $x_c(t)$  le niveau de stock de l'entrepôt  $B_c$  à l'instant  $t$ .

$$d_u(t) = SB_c - (xt_u(t) + x_c(t) + xt_c(t) - D). \quad (15)$$

Le coût total de stockage du stock des matières premières et celui du stock des produits finis sont donnés par les équations (16) et (17). Ils correspondent à la somme des demandes qui peuvent être retardées et au coût de possession de stock :

$$g(x_f(t)) = \begin{cases} x_f(t) * c_{B_f}^+, & \text{si } x_f(t) > 0, \\ x_f(t) * c_{B_f}^-, & \text{si } x_f(t) \leq 0. \end{cases} \quad (16)$$

$$g(x_c(t)) = \begin{cases} x_c(t) * c_{B_c}^+, & \text{si } x_c(t) > 0, \\ x_c(t) * c_{B_c}^-, & \text{si } x_c(t) \leq 0. \end{cases} \quad (17)$$

Nous définissons le coût de transport comme la quantité de matière transportée multipliée par le coût unitaire de transport. Il est à noter que nous ne considérons dans cet article qu'un seul fournisseur avec un coût d'achat et de transport fixes. Le coût total de transport est donné par la somme du coût de transport entre le fournisseur  $F$  et l'entrepôt  $B_f$ , entre  $B_f$  et l'usine, entre l'usine et l'entrepôt  $B_c$  et entre  $B_c$  et le client (équation 18).

$$\begin{aligned}
Ct(t) &= Ct_f * xt_f(t) + Ct_b * xt_b(t) + Ct_u * xt_u(t) + Ct_c \\
&* xt_c(t) \quad (18)
\end{aligned}$$

$Ct_f$  correspond au coût de transport du fournisseur  $F_i$  à  $B_f$ ,  $Ct_b$  au coût de transport de  $B_f$  vers l'usine,  $Ct_u$  représente le coût de transfert de l'usine vers  $B_c$  et  $Ct_c$  le coût de livraison au client.

Le coût total moyen correspond à la somme des coûts de transport, de stockage, liés aux demandes retardées, à la maintenance, etc., des coûts environnementaux  $C_{en}$  et sociétaux  $C_s$ . Dans ce travail, nous ne nous intéressons pas à la définition de ceux-ci. Ils sont considérés comme des coûts fixes car n'ayant pas d'impact sur nos résultats si un seul fournisseur est considéré avec un seul mode de transport (délais fixes).

$$C(t) = C_{ec}(t) + C_{en} + C_s \quad (19)$$

où

$$C_{ec}(t) = g(x_f(t)) + Ct(t) + g(x_c(t)) \quad (20)$$

Soit  $Cd$  le coût d'émission de CO2 du fournisseur. Il est donné par l'équation (21) dans laquelle  $E_m$  correspond aux émissions totales de CO2 du fournisseur et  $C_{CO_2}$  au coût de compensation d'émission de CO2 [16].

$$Cd = E_m * C_{CO_2} \quad (21)$$

$$C_{en} = Cd + Ce_f \quad (22)$$

Nous remplaçons (18), (20), (22) et  $C_s$  dans (19) :

$$\begin{aligned}
C(t) = g(x_f(t)) + g(x_c(t)) + Ct_f * xt_f(t) + Ct_b * xt_b(t) \\
+ Ct_u * xt_u(t) + Ct_c * xt_c(t) + C_d + Ce_f \\
+ C_s \quad (23)
\end{aligned}$$

Le coût total moyen sur un horizon fini  $L_T(\vec{S})$  est donné par l'équation (24) :

$$\begin{aligned}
L_T(\vec{S}) = \left[ \left( \frac{1}{T} \left( \int_0^T (g(x(\vec{S})) + Ct_f * xt_f(t) + Ct_b * xt_b(t) \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. + Ct_u * xt_u(t) + Ct_c * xt_c(t)) \cdot dt \right) + C_d \right. \right. \\
\left. \left. + Ce_f + C_s \right) \right] \quad (24)
\end{aligned}$$

Avec  $\vec{S} = \begin{bmatrix} SB_f \\ SB_c \end{bmatrix}$  le vecteur Base Stock correspondant pour chaque élément à la somme maximale des pièces à maintenir dans un étage moins les demandes en attente.

Dans ce qui suit, nous allons faire l'étude des trajectoires nominale et perturbée de  $y(t)$  et de  $y_c(t)$ .

#### IV. ETUDE DES TRAJECTOIRES

Dans cette section nous nous intéressons à l'évolution de la trajectoire de la somme des pièces dans un étage lorsqu'une perturbation infinitésimale est appliquée sur un paramètre d'intérêt. Le paramètre que nous perturbons est le vecteur Base Stock. Nous voulons étudier son influence sur le coût total moyen et trouver les valeurs qui minimisent ce coût.

Les conditions initiales pour la politique Base Stock sont définies par [3] :  $y(0) = SB_f + D$ ,  $y^{\Delta_1}(0) = SB_f + D + \Delta_1$ ,  $u_f(t) < u(t)$ .

*Remarque 1* :  $y(t) \leq y^{\Delta_1}(t) \leq y(t) + \Delta_1$ ,  $\forall t$ .

Ce résultat très important est facilement démontrable en utilisant les surfaces pour différents intervalles de temps selon les événements qui se produisent, mais par manque de place n'est pas posé sous forme de théorème dans cet article. Il sera utilisé dans ce qui suit.

Etudions la valeur de la perturbation du deuxième système. Pour cela, nous supposons que la demande est égale pour les deux étages (fournisseur-usine et usine-client), car nous sommes dans le cadre d'une logistique collaborative et d'un pilotage des flux sous une politique Base Stock (l'information qui permet de décider / piloter est issue de la demande).

*Etage 1* :

$$SB_f + D = d_f(t) + y(t) \quad (25a)$$

$$D = d_f(t) + y(t) - SB_f \quad (25b)$$

*Etage 2* :

$$SB_c + D = d_u(t) + y_c(t) \quad (26a)$$

$$D = d_u(t) + y_c(t) - SB_c \quad (26b)$$

En posant (25b) = (26b), car la demande est constante :

$$d_f(t) + y(t) - SB_f = d_u(t) + y_c(t) - SB_c \quad (27)$$

*Etage 1 perturbé* :

$$SB_f + D + \Delta_1 = d_f^{\Delta_1}(t) + y^{\Delta_1}(t) \quad (28a)$$

$$D = d_f^{\Delta_1}(t) + y^{\Delta_1}(t) - SB_f - \Delta_1 \quad (28b)$$

*Etage 2 perturbé* :

$$SB_c + D + \Delta_2 = d_u^{\Delta_2}(t) + y_c^{\Delta_2}(t) \quad (29a)$$

$$D = d_u^{\Delta_2}(t) + y_c^{\Delta_2}(t) - SB_c - \Delta_2 \quad (29b)$$

En posant (28b) = (29b) :

$$\begin{aligned}
d_f^{\Delta_1}(t) + y^{\Delta_1}(t) - SB_f - \Delta_1 \\
= d_u^{\Delta_2}(t) + y_c^{\Delta_2}(t) - SB_c - \Delta_2 \quad (30)
\end{aligned}$$

*Hypothèse 1* : La valeur de la perturbation  $\Delta_i$  (avec  $i=1$  ou  $2$  selon l'étage considéré) est positive ( $\Delta_i > 0$ ). Il est à noter que des résultats similaires peuvent être obtenus pour une valeur de  $\Delta_i$  négative.

Afin de simplifier notre étude et les simulations, nous conservons l'égalité des équations (27) et (30). La perturbation appliquée au premier système doit donc être égale à la valeur de la perturbation du deuxième système  $\Delta_1 = \Delta_2$  pour une demande constante et identique.

*Hypothèse 2* : Deux événements ne se produisent pas au même moment avec une probabilité égale à 1.

*Hypothèse 3* : Tous les paramètres de la trajectoire nominale et de la trajectoire perturbée sont identiques.

Ces deux hypothèses sont nécessaires afin d'assurer que les trajectoires étudiées suivent une évolution similaire et pouvoir ainsi appliquer la méthode IPA.

Soit  $T1$  la période totale pendant laquelle le niveau de stock de matières premières est positif,  $T2$  la période totale pendant lequel le niveau de stock du stock de matières premières est négatif,  $T3$  la période totale pendant lequel le niveau de stock de produits finis est positif et  $T4$  la période totale pendant lequel le stock de produits finis est négatif. Nous avons alors :

$$L_T(\vec{S}) = \left[ \frac{1}{T} \left( T1(SB_f) \cdot c_{B_f}^+ - T2(SB_f) \cdot c_{B_f}^- + T3(SB_c) \cdot c_{B_c}^+ - T4(SB_c) \cdot c_{B_c}^- + (Ct_f * xt_f(T) - Ct_f * xt_f(0)) + (Ct_b * xt_b(T) - Ct_b * xt_b(0)) + (Ct_m * xt_m(T) - Ct_m * xt_m(0)) + (Ct_c * xt_c(T) - Ct_c * xt_c(0)) \right) \right] \quad (31)$$

$$L_T(SB_f + \Delta, SB_c + \Delta) = L_T(\vec{S}) + \frac{\left( \begin{array}{l} T1(SB_f) \cdot c_{B_f}^+ \cdot \Delta - T2(SB_f) \cdot c_{B_f}^- \cdot \Delta + \\ T3(SB_c) \cdot c_{B_c}^+ \cdot \Delta - T4(SB_c) \cdot c_{B_c}^- \cdot \Delta \end{array} \right)}{T} \quad (32)$$

En dérivant l'équation (31), nous obtenons :

$$\frac{\partial L_T(\vec{S})}{\partial \vec{S}} = \frac{T1(SB_f) \cdot c_{B_f}^+ - T2(SB_f) \cdot c_{B_f}^- + T3(SB_c) \cdot c_{B_c}^+ - T4(SB_c) \cdot c_{B_c}^-}{T} \quad (33)$$

*Théorème 1* : L'estimateur du gradient de coût est non biaisé.

$$\frac{\partial E[L_T(\vec{S})]}{\partial \vec{S}} = E \left[ \frac{\partial L_T(\vec{S})}{\partial \vec{S}} \right]$$

*Preuve du théorème 1* : Afin de démontrer ce théorème, nous devons satisfaire les conditions suivantes [17] :

- (i). La dérivée de la fonction de coût  $(\partial L_T(\vec{S}))/\partial \vec{S}$  existe avec une probabilité 1 ; et
- (ii). La fonction aléatoire  $L_T(\vec{S})$  est Lipschitz continue et  $L_T(\vec{S})$  a une constante de Lipschitz avec un premier moment fini.

Pour prouver ces deux conditions, nous utilisons le théorème de la convergence dominée qui suit l'interchangeabilité de l'espérance et de la limite comme montré ci-après [17][18].

Dans ce cas, ces conditions sont satisfaites si :

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{L_T(\vec{S} + \Delta) - L_T(\vec{S})}{\Delta} = \frac{\partial L_T(\vec{S})}{\partial \vec{S}} \quad (34)$$

En remplaçant (32) dans (34), nous obtenons :

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\left( \begin{array}{l} T1(SB_f) \cdot c_{B_f}^+ - T2(SB_f) \cdot c_{B_f}^- + \\ T3(SB_c) \cdot c_{B_c}^+ - T4(SB_c) \cdot c_{B_c}^- \end{array} \right)}{T} = \frac{\partial L_T(\vec{S})}{\partial \vec{S}} \quad (35)$$

De (35) nous vérifions que le résultat est égal à (33). Nous avons ainsi démontré que l'estimateur de coût est non biaisé.

C.Q.F.D

Ce résultat essentiel sera utilisé dans notre algorithme d'optimisation.

## V. RESULTATS NUMERIQUES

Nous avons réalisé une simulation de type événements discrets basé sur les résultats analytiques obtenus. Le critère d'arrêt des simulations est le nombre d'indisponibilités du fournisseur car identique pour les deux trajectoires étudiées. Les paramètres utilisés pour la simulation sont affichés dans la Table I.

TABLE I  
PARAMETRES DE SIMULATION

Paramètre	Valeur
$u_f(t)$	15 pièces/unité de temps
$D$	3 pièces/unité de temps
$u(t)$	4 pièces/unité de temps
$c_1^+$	5 unités monétaires
$c_1^-$	150 unités monétaires
$c_2^+$	10 unités monétaires
$c_2^-$	300 unités monétaires
$\tau_{f-B_f}$	1.5 unité de temps
$\tau_{B_f-u}, \tau_{u-B_c}$	0.5 unité de temps
$\tau_{B_c-c}$	1 unité de temps
$Ct_b, Ct_f, Ct_w, Ct_c$	3 unités monétaires
$C_s$	20 unités monétaires
$Ce_f$	10 unités monétaires
<b>Nombre d'indisponibilités</b>	100.000

La figure 2 montre un graphique du coût total moyen pour les Base Stocks du premier et du deuxième étage. La valeur minimale du coût total moyen est égale à  $1296.43 \pm 4.72$  unités monétaires. Elle est obtenue avec un Base Stock pour l'étage de réapprovisionnement égal à  $34.905 \pm 0.7$  unités de réapprovisionnement et pour le deuxième étage égal à  $8.53 \pm 0.63$  unités de produit fini. Ces résultats correspondent au stock nécessaire à maintenir dans chacun des étages de la chaîne logistique étudiée pour les paramètres de simulation présentés dans la Table 1.

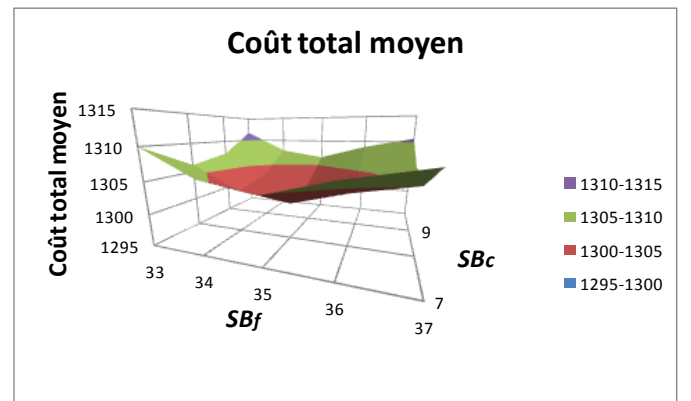


Fig. 2. Coût total moyen

## VI. CONCLUSION

Nous avons étudié une chaîne logistique composée d'un fournisseur, d'un entrepôt de matières premières, d'une usine, d'un entrepôt de produits finis et d'un client. La politique de pilotage des flux est de type Echelon Base Stock qui permet de définir un niveau de stock pour les entrepôts. La chaîne logistique est modélisée à l'aide d'un modèle à flux continus dans lequel les délais de transport d'un élément à l'autre sont explicitement considérés. Dans ce travail, ces délais sont considérés fixes tout comme la demande client. La méthode IPA a été utilisée afin d'étudier analytiquement notre problème puis d'utiliser les résultats obtenus dans un algorithme de simulation. Pour cela, nous avons estimé la fonction de coût pour chacun des Base Stocks et nous avons calculé la dérivée de cette fonction. Ensuite, il a été démontré que l'estimateur du gradient de la fonction de coût n'est pas biaisé, ce qui nous permet de considérer les résultats trouvés par la simulation comme étant valables. Nous avons ainsi dimensionné la taille des entrepôts de matières premières et de produits finis, afin de satisfaire la demande de l'usine et du client final.

Notre travail futur consistera dans un premier temps à analyser les résultats obtenus selon les différents paramètres considérés dans cette étude (quel facteur a le plus d'impact sur les stocks à maintenir dans les entrepôts, quelles sont les variations, etc.). Puis, nous étudierons le cas d'une chaîne logistique intégrant plusieurs fournisseurs. La sélection, le partage du besoin en matières premières entre les fournisseurs, ainsi que les aspects économiques, environnementaux et sociétaux seront pris en compte dans l'optimisation de cette chaîne logistique. Nous avons également comme objectif de considérer des demandes clients et des délais aléatoires. Nous souhaitons aussi tester d'autres types de politiques de pilotage, adaptées à notre problème, comme par exemple la politique Kanban par étage. De plus, nous envisageons de faire une application réelle des résultats de cette étude dans un cadre de gestion des déchets.

## REMERCIEMENTS

Le travail développé est réalisé avec le concours financier du Conseil Régional de Lorraine.

## RÉFÉRENCES

- [1] Yao, Y., Kohli, R., Sherer, S. A., & Cederlund, J. Learning curves in collaborative planning, forecasting, and replenishment (CPFR) information systems: An empirical analysis from a mobile phone manufacturer. *Journal of Operations Management*, vol. 31, n°6, pp. 285-297, 2013.
- [2] Alcaraz, J. L. G., Maldonado, A. A., Iniesta, A. A., Robles, G. C., et Hernández, G. A. A systematic review/survey for JIT implementation: Mexican maquiladoras as case study. *Computers in Industry*, vol. 65, n° 4, pp. 761-773, 2014.
- [3] Boolertvanich, K. Extended-CONWIP-KANBAN Systems: Control and Performance Analysis. Thèse de doctorat du Georgia Institute of Technology, 6 avril 2005.
- [4] Glasserman, P. et Tayur S. Sensitivity analysis for base-stock levels in multiechelon production-inventory systems. *Management Science*, vol.41, n° 2, pp. 263-281, 1995.
- [5] Carter, C. R., et Rogers, D. S. A framework of sustainable supply chain management: moving toward new theory. *International journal of physical distribution & logistics management*, vol. 38, n° 5, pp. 360-387, 2008.
- [6] Chardine-Baumann, E., et Botta-Genoulaz, V. A framework for sustainable performance assessment of supply chain management

- practices. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 76, pp.138-147, 2014.
- [7] Cormier, G. et Gunn, Eldon A. On coordinating warehouse sizing, leasing and inventory policy. *IIE transactions*, vol.28, n°2, pp. 149-154, 1996.
- [8] Rao, A. K., et Rao, M. R. Solution procedures for sizing of warehouses. *European journal of operational research*, vol 108, n°.1, pp. 16-25, 1998.
- [9] Goh, M., Jihong, O., et Chung-Piaw, T. Warehouse sizing to minimize inventory and storage costs. *Naval Research Logistics*, vol 48, n° 4, pp. 299-312, 2001.
- [10] Petinis, V. V., Tarantilis, Christos D. et Kiranoudis, C. T. Warehouse sizing and inventory scheduling for multiple stock-keeping products. *International journal of systems science*, vol. 36, n°1, pp. 39-47, 2005.
- [11] Xie, X., Hennequin, S. et Mourani, I. Perturbation analysis and optimization of continuous flow transfer lines with delay. *International Journal of Production Research*, vol. 51, pp. n°23-24, 7250-7269, 2013.
- [12] Leone, G. and Richard D. R. *Fundamentals of Flow Manufacturing*. Flow Publishing, 2002.
- [13] Melamed, B., Pan, S., et Wardi, Y. Simulation of IPA gradients in hybrid network systems. *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 54, pp. 161-182, 2007.
- [14] Yu H. et Cassandras, C. G. Perturbation analysis for production control and optimization of manufacturing systems. *Automatica*, vol.40 pp. 945-956, 2004.
- [15] Cassandras, C. G., Wardi, Y., Panayiotou, C. G., & Yao, C. Perturbation analysis and optimization of stochastic hybrid systems. *European Journal of Control*, vol. 16, n° 6, pp. 642-661, 2010.
- [16] Damian, M., et Abbas, M. Politique climatique et politique commerciale: le projet français de taxe CO2 aux frontières de l'Europe. *Revue de l'Energie*, vol. 58, n°578, pp. 221-230, 2007.
- [17] Wardi, Y., et Melamed, B. Variational Bounds and Sensitivity Analysis of Traffic Processes in Continuous Flow Models. *Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 11, n° 3, pp. 249-282., 2001.
- [18] Rubinstein, R. Y., et Shapiro, A. *Discrete Event Systems: Sensitivity Analysis and Stochastic Optimization by the Score Function Method*. John Wiley and Sons, New York, pp. 70, 1993.