



**HAL**  
open science

# Un Algorithme de Réduction Générique pour les Problèmes de Packing

Michaël Gabay, Hadrien Cambazard, Yohann Benchetrit

► **To cite this version:**

Michaël Gabay, Hadrien Cambazard, Yohann Benchetrit. Un Algorithme de Réduction Générique pour les Problèmes de Packing. 16ème congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF), Feb 2015, Marseille, France. hal-01287533

**HAL Id: hal-01287533**

**<https://hal.science/hal-01287533v1>**

Submitted on 13 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Un Algorithme de Réduction Générique pour les Problèmes de Packing

Michaël Gabay<sup>1</sup>, Hadrien Cambazard<sup>2</sup>, Yohann Benchetrit<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Artelys France

12 rue du Quatre Septembre, 75002 Paris, France

michael.gabay@artelys.com

<sup>2</sup> Laboratoire G-SCOP

46 avenue Félix Viallet, 38031 Grenoble Cédex 1, France

{hadrien.cambazard, yohann.benchetrit}@g-scop.grenoble-inp.fr

**Mots-clés :** *Packing, Réductions, Algorithmes*

## 1 Introduction

Un algorithme de réduction est un algorithme permettant de simplifier un problème en transformant une instance de celui-ci en une nouvelle instance de plus petite taille. Par ailleurs, une solution optimale de cette nouvelle instance doit permettre de retrouver facilement une solution optimale de l'instance originale. Dans les problèmes de conditionnement ou *packing*, les algorithmes procèdent généralement en fusionnant ou en affectant directement une partie des objets, voir [2, 4, 5].

Nous proposons un algorithme de réduction général, applicable à de nombreux problèmes de conditionnement dont, en particulier, les problèmes de bin packing multi-dimensionnels et de vector bin packing, comportant des récipients identiques ou hétérogènes. Nous représentons le problème de packing sous forme d'un graphe de compatibilité et exploitons une propriété de dominance dans ce graphe. L'algorithme proposé est polynomial en la taille de l'instance, même lorsque celle-ci est décrite en utilisant un encodage compact ou *high-multiplicity* [1, 3].

Dans la suite de ce résumé nous présentons la réduction sur un cas simple, dans le cadre du problème de décision (le nombre de récipients est fixé).

## 2 Graphe de compatibilité

Nous représentons une solution partielle (éventuellement sans aucune affectation) d'un problème de packing sous forme d'un graphe biparti  $G = (\mathcal{I} \cup \mathcal{B}, E)$  de compatibilité. Les sommets de l'ensemble  $\mathcal{I}$  représentent les objets et ceux de l'ensemble  $\mathcal{B}$  représentent les récipients. Soient  $u \in \mathcal{I}$  et  $v \in \mathcal{B}$ , l'arête  $\{u, v\}$  est dans  $E$  si et seulement si l'affectation de l'objet  $u$  au récipient  $v$  est réalisable, vis-à-vis des capacités restantes et des autres contraintes éventuelles.

Un graphe de compatibilité pour un problème de vector packing bidimensionnel est illustré Figure 1. Les nombres inscrits dans les sommets des objets représentent leurs poids, ceux des récipients représentent leurs capacités restantes.

## 3 Réduction

On calcule un couplage maximum dans le graphe de compatibilité puis un transversal minimum à partir de ce couplage. On obtient alors un graphe comportant des ensembles comme illustré Figure 2. Le couplage maximum  $M$  (en rouge) sature les objets de  $K_M$  par des récipients de  $L_M$ . On peut donc procéder à l'affectation de  $K_M$  à  $L_M$  et retirer ces objets et ces

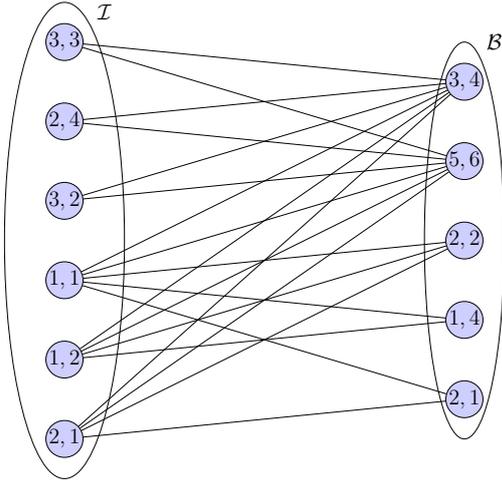


FIG. 1 – Graphe de compatibilité pour un problème de Vector Packing

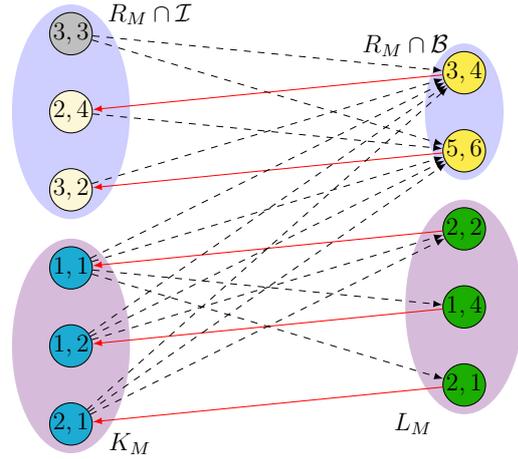


FIG. 2 – Ensembles de réduction

réceptifs de l'instance. On montre également que les ensembles obtenus sont maximaux pour l'affectation d'un seul objet par réceptif. Il en résulte par ailleurs le résultat suivant, qui n'est pas évident en présence de réceptifs hétérogènes :

**Théorème 1** *On peut réduire un problème de packing comportant plus de réceptifs que d'objets à un problème comportant strictement plus d'objets que de réceptifs en temps polynomial.*

On généralise la réduction à des affectations de plusieurs objets à chaque réceptif en calculant un flot dans un graphe de compatibilité plus général et en se basant sur la coupe minimum.

## 4 Conclusion

La réduction proposée s'applique à tous les problèmes de packing dont on peut représenter toutes les contraintes dans le graphe de compatibilité. On peut donc y intégrer par exemple des contraintes de conflits mais pas des contraintes de dépendance entre des familles d'objets.

Des résultats expérimentaux démontrent par ailleurs l'efficacité de cette réduction combinée à un algorithme de branchement sur des problèmes de vector bin packing. La réduction étant particulièrement efficace lorsque les taux de remplissage des réceptifs sont élevés.

Enfin, l'algorithme est polynomial en la taille de l'encodage high-multiplicity de l'instance. Plus précisément, il est polynomial en le nombre d'objets distincts et de conteneurs distincts.

## Références

- [1] Nadia Brauner, Yves Crama, Alexander Grigoriev, and Joris Van De Klundert. A framework for the complexity of high-multiplicity scheduling problems. *Journal of combinatorial optimization*, 9(3) :313–323, 2005.
- [2] Jacques Carlier, François Clautiaux, and Aziz Moukrim. New reduction procedures and lower bounds for the two-dimensional bin packing problem with fixed orientation. *Computers & Operations Research*, 34(8) :2223–2250, 2007.
- [3] Dorit S Hochbaum and Ron Shamir. Strongly polynomial algorithms for the high multiplicity scheduling problem. *Operations Research*, 39(4) :648–653, 1991.
- [4] Giorgio P Ingargiola and James F Korsh. Reduction algorithm for zero-one single knapsack problems. *Management Science*, 20(4-part-i) :460–463, 1973.
- [5] Silvano Martello and Paolo Toth. Lower bounds and reduction procedures for the bin packing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 28(1) :59–70, 1990.