



**HAL**  
open science

# Dynamique non régulière multicontacte -quelques questions liées à la simulation des milieux granulaires denses

Pierre Alart

► **To cite this version:**

Pierre Alart. Dynamique non régulière multicontacte -quelques questions liées à la simulation des milieux granulaires denses. CSMA 2015, May 2015, Giens, France. hal-01281756

**HAL Id: hal-01281756**

**<https://hal.science/hal-01281756>**

Submitted on 2 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dynamique non régulière multicontacte - quelques questions liées à la simulation des milieux granulaires denses

P. Alart<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMGC, Université de Montpellier, {Pierre.Alart}@univ-montp2.fr

---

**Résumé** — Dans une première partie nous relierons certaines difficultés numériques, rencontrées surtout dans les granulats confinés, à l'indétermination du réseau de forces de contact ou à l'inconsistance du modèle (absence de solutions). Dans une deuxième partie, on examine dans quelle mesure le modèle de vitesse formelle de Moreau peut permettre la simulation de propagation d'ondes, a priori élastiques, dans une collection de solides rigides.

**Mots clés** — Dynamique multi-corps, Dynamique Non Régulière.

---

## 1 Cadre de l'étude

La simulation numérique de systèmes mécaniques complexes a pris une place très importante dans l'étude de phénomènes difficiles à explorer expérimentalement au point parfois de constituer un champ scientifique spécifique. On a pu ainsi parler de *fluides numériques* comme on pourrait parler aujourd'hui de *milieux granulaires numériques*. L'exploration numérique prend parfois tellement d'avance sur l'expérimentation que l'on ne peut comparer expériences et calculs que de manière très grossière, bien plus grossière que la "qualité" des résultats numériques obtenus. Ceci présente le risque que le virtuel ne se substitue au réel au lieu de l'enrichir. D'autant que, même complexes, les modèles numériques font cependant quelques hypothèses et approximations, négligent certains phénomènes, non toujours étayés par des prédimensionnements. Enfin les outils numériques peuvent être utilisés bien au-delà des limites de validité, simplement parce qu'ils "donnent des résultats". Or ces résultats sont à discuter au regard d'une multitude de paramètres non toujours maîtrisés par l'utilisateur : paramètres des modèles physiques pas toujours bien connus, paramètres numériques multiples, régularisant des modèles trop "raides", accélérant ou facilitant la convergence...

Nous nous attachons ici à illustrer les apports et limites de la *Dynamique Non Régulière des Contacts*, Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD), introduite par J. J. Moreau [1] pour la simulation des milieux granulaires denses. Partant des difficultés numériques rencontrées, nous examinons d'un point de vue théorique de petits exemples pour mettre en évidence quelles sont les raisons réelles des difficultés numériques et proposer des "solutions". Cela peut consister simplement à abandonner le modèle ou à le modifier ; la réponse à un problème numérique s'avère alors ne pas être de nature numérique, ou mathématique, mais relever de la modélisation mécanique.

Plus précisément, nous cherchons à rester dans le cadre suivant.

- Nous nous limitons à des *collections de corps rigides*, la déformation locale ou globale des grains étant négligée (la plupart du temps trop mal connue ou difficile à mesurer).
- Nous utilisons le formalisme de l'approche NSCD [1] qui a le mérite d'une formulation élégante, économe en paramètres (sans régularisations) et donc particulièrement adaptée à la dynamique de collections de corps rigides (même si cette approche peut être étendue aux corps déformables [2]). De plus le solveur NonLinear Gauss-Seidel (NLGS) associé à la formulation est connu pour sa robustesse.
- Nous nous focalisons sur des situations avec de *nombreux contacts simultanés* caractéristiques des milieux granulaires confinés.
- Enfin nous nous restreignons aux interactions de type *contact unilatéral et frottement sec*, formant ainsi un cadre cohérent de modélisation "rustique" d'un milieu granulaire. Des modèles d'interaction plus complexes (Hertz, adhésion, usure, capillarité ...) supposeraient d'interroger la restriction

initiale aux corps rigides.

Dans une première partie nous relierons certaines difficultés numériques, rencontrées surtout dans les granulats confinés, à l'indétermination du réseau de forces de contact ou à l'inconsistance du modèle (absence de solutions). Dans une deuxième partie, on examine dans quelle mesure le modèle de vitesse formelle de Moreau peut permettre la simulation de propagation d'ondes, a priori élastiques, dans une collection de solides rigides.

## 2 Indétermination et inconsistance dans les granulats confinés

L'algorithme de Gauss-Seidel Non Linéaire (Non Linear Gauss-Seidel - NLGS) est le solveur générique associé à la Dynamique Non Régulière des Contacts (Non Smooth Contact Dynamics - NSCD) [1]. L'intérêt principal de la formulation NSCD est de permettre de simuler le comportement d'une collection de corps avec des régimes variés pouvant coexister au sein d'un même système : statique (solide), dynamique lente, dynamique rapide (type fluide). En effet il est possible de résoudre, sur un pas de temps, de nombreux contacts simultanés. Le pas de temps peut être beaucoup plus grand que pour la Dynamique Moléculaire qui requiert un pas de temps d'autant plus petit que le système est de grande taille et dense. De nombreuses applications ont démontré les capacités "tous-terrains" de l'approche.

Pourtant la méthode présente deux inconvénients. Le premier est lié à la formulation en vitesse de la condition de non-interpénétration. Cette formulation est exacte en temps continu, mais induit des interpénétrations parasites dans un schéma à pas de temps fixe (time-stepping integration). Le second inconvénient réside dans la convergence lente d'un algorithme de type Gauss-Seidel. Pour un granulat dense en régime quasi-statique la méthode peut même diverger, ce qui permet de relier cette défaillance à l'indétermination caractérisée par de multiples réseaux de forces auto-équilibrés. Les deux inconvénients se cumulent quand un granulat est fortement confiné par des conditions aux limites en vitesses imposées.

Plus précisément, le problème à résoudre sur un pas de temps s'exprime de la manière suivante,

$$\begin{cases} W r - v = -v^d \\ \mathcal{R}(v, r) = 0 \end{cases}$$

où la première équation est la dynamique réduite aux contacts, c'est à dire privilégiant les variables aux contacts ( $r$  impulsions,  $v$  vitesses relatives) via l'opérateur de Delassus ( $W = H_f^T M^{-1} H_f r$ ); la seconde relation représente formellement l'ensemble des relations de contact et de frottement. Dans un granulat la matrice  $W$  est généralement singulière avec un noyau d'autant plus grand que le confinement est fort.

Une première approche, de nature purement numérique, a été étudiée dans [3] et consiste à régulariser  $W$ . Si les techniques développées permettent de réduire significativement le nombre d'itérations à convergence, le résultat est entachée d'une dérive de l'interpénétration que peut éventuellement corriger une prédiction élastique. Cette dernière "solution" n'est pas satisfaisante car elle réintroduit un paramètre numérique de régularisation.

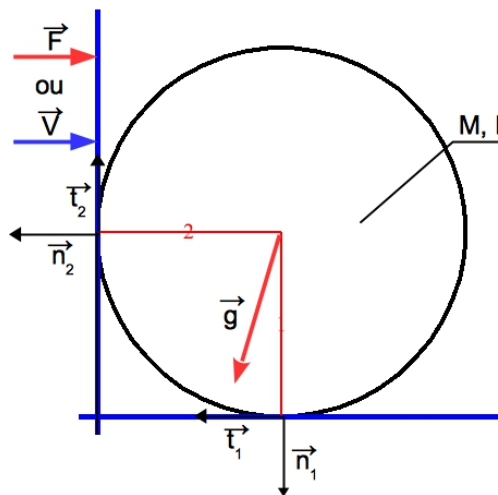


FIGURE 1 – Exemple élémentaire piloté en impulsion ou en vitesse de la paroi verticale.

Nous étudions donc la résolution analytique de problèmes élémentaires mettant en évidence leur caractère mal posé. Ainsi en considérant une seule bille en contact avec deux parois orthogonales (c.f. Figure 1), dont l'une peut être pilotée soit en vitesse soit en impulsion, on montre que le problème ainsi posé peut, soit ne pas avoir de solution, soit ne pas avoir de solution en impulsions bornées. On retrouve ainsi des caractéristiques des paradoxes de Painlevé [5, 4]. L'origine du problème ne réside pas uniquement dans la singularité de l'opérateur  $W$ , mais également dans l'intersection du noyau de  $W$  et des cônes de frottement aux contacts. Si dans le premier exemple, les coefficients de frottement critique peuvent être très élevés, on peut présenter des exemples pour lesquels ces coefficients peuvent être plus faibles. En conséquence la simulation de certains milieux granulaires confinés relève "du miracle" : en pratique, certaines interpénétrations locales sont acceptées provisoirement au cours d'un processus en espérant leur "résolution" lors d'une crise dynamique ultérieure. Cela marche souvent, mais pas toujours. Il convient donc de trouver une parade plus convenable. L'analyse des exemples simples suggère, non de réintroduire la déformation des corps - cela ne résout pas la question - mais de disqualifier la loi de Coulomb pour des efforts normaux de contact élevés. Cette approche est également corroborée par des études expérimentales de contact local sur les grains de ballast ferroviaire, système pour lequel le granulat peut être fortement confiné, les efforts normaux et les coefficients de frottement très élevés [6]. Une loi de type Coulomb-Orowan, conjuguant Coulomb et Tresca, constitue donc un premier enrichissement local (à l'échelle du contact) du modèle légitime avant d'envisager des macrodéformations, endommagements ou ruptures des grains.

### 3 Ondes (élastiques) dans un granulat

L'approche NSCD est particulièrement adaptée aux chocs inélastiques prédominant dans les milieux granulaires. J. J. Moreau a cependant introduit une notion de *vitesse formelle* afin de rendre compte d'une part de restitution élastique lors des chocs. Ce concept permet de traiter des situations multicontactes - et est donc plus riche qu'un simple coefficient de restitution lors d'un unique choc, dit *choc binaire* car n'impliquant simultanément que deux corps - mais ne permet pas de rendre compte de la propagation des chocs telle que reproduite par exemple dans le "berceau de Newton". La simulation de la propagation des ondes élastiques exige a priori la modélisation de la déformation des grains, hors du cadre de cette étude. B. Brogliato et ses collaborateurs ont proposé une alternative avec leur modèle LZB [7] prenant en compte une déformation locale élastoplastique associée à une formulation du premier ordre de la dynamique. Cette approche permet de rendre compte d'une gamme large de comportement de chaînes granulaires (alignements unidimensionnels), mais est difficile à étendre à des situations bi- ou tridimensionnelles.

Nous nous interrogeons donc ici sur la pertinence d'une alternative algorithmique visant à accepter au cours d'un pas de temps la simultanéité de chocs binaires.

#### Références

- [1] J.J. Moreau, *Numerical aspects of sweeping process*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 177, Issues 3-4, 329–349, 1999.
- [2] M. Jean, *The non-smooth contact dynamics method*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 177, 235–257, 1999.
- [3] P. Alart, *How to overcome indetermination and interpenetration in granular systems via nonsmooth contact dynamics. An exploratory investigation*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 270 (0), 37–56, 2014.
- [4] F. Génot, B. Brogliato, *New results on Painlevé paradoxes*, European Journal of Mechanics - A/Solids 18 (4), 653 – 677, 1999.
- [5] L. Lecornu, *Sur la loi de Coulomb*, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris 140, 847–848, 1905.
- [6] Y. Berthier, C. Godeau, *Etude expérimentale de l'usure des grains de ballast pour l'écriture d'une loi de frottement fonction de l'usure*, Rapport interna LAMCOS, 2007.
- [7] N.S. Nguyen, B. Brogliato, *Multiple impacts in dissipative granular chains*, Springer, 2014.