



**HAL**  
open science

# Allocation conjointe de puissance et rendement d'un utilisateur cognitif exploitant les retransmissions d'un utilisateur primaire : le cas du canal en Z

Romain Tajan, Charly Poulliat, Inbar Fijalkow

► **To cite this version:**

Romain Tajan, Charly Poulliat, Inbar Fijalkow. Allocation conjointe de puissance et rendement d'un utilisateur cognitif exploitant les retransmissions d'un utilisateur primaire : le cas du canal en Z. 24eme Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), Sep 2013, Brest, France. pp. 1-4. hal-01264519

**HAL Id: hal-01264519**

**<https://hal.science/hal-01264519v1>**

Submitted on 29 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID : 12541

The contribution was presented at GRETSI 2013 :  
<http://gretsi.fr/colloque2013/>

**To cite this version** : Tajan, Romain and Poulliat, Charly and Fijalkow, Inbar  
*Allocation conjointe de puissance et rendement d'un utilisateur cognitif exploitant les retransmissions d'un utilisateur primaire : le cas du canal en Z.* (2013) In: 24eme Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), 3 September 2013 - 6 September 2013 (Brest, France).

Any correspondance concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Allocation conjointe de puissance et rendement d'un utilisateur cognitif exploitant les retransmissions d'un utilisateur primaire : le cas du canal en Z

Romain TAJAN<sup>1</sup>, Charly POUILLIAT<sup>2</sup>, Inbar FIJALKOW<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ETIS - ENSEA / Université de Cergy-Pontoise / CNRS, France

<sup>2</sup>IRIT/ INP-ENSEEIH, Université de Toulouse, France

romain.tajan@ensea.fr, charly.poulliat@enseeiht.fr, inbar.fijalkow@ensea.fr

**Résumé** – Dans cet article, nous considérons le problème de l'allocation conjointe de puissance et de rendement pour un utilisateur secondaire exploitant le protocole de retransmission d'un utilisateur primaire. Nous proposons un algorithme, basé sur les Processus de Markov Décisionnels (MDP), permettant de calculer une allocation optimale pour le problème de la maximisation du débit de l'utilisateur secondaire tout en garantissant un débit minimal pour l'utilisateur primaire.

**Abstract** – In this paper, we address the joint rate and power allocation problem for a secondary user exploiting a primary user retransmission protocol. We propose an algorithm, based on Markov Decision Processes (MDP), which computes an optimal allocation for the maximization problem of the secondary user throughput under a constraint of minimum primary user throughput.

## 1 Introduction

Dans un contexte radio cognitif (cf. [1]), un utilisateur secondaire (non licencié) est autorisé à communiquer en même temps et dans les mêmes bandes de fréquences qu'un utilisateur primaire (licencié) à condition que les dégradations sur les performances du système primaires soient limitées (spectrum sharing). Afin de répondre à ce problème, des allocations de puissance et/ou de rendement ont été proposées. En particulier, [2] propose une allocation de ressources pour un utilisateur secondaire prenant en compte un sensing imparfait. Un protocole permettant d'apprendre les interférences générées est proposé dans [3]. Aussi [4], différentes allocations de ressources sont proposées à partir de différentes contraintes de puissances instantanées, puissances moyennes ou chute en débit de l'utilisateur primaire.

Dans cet article, nous supposons que le système primaire utilise un protocole de retransmission simple (sans combinaison de paquet). Il a déjà été prouvé (cf. [5] ou [6]) qu'en écoutant les canaux de retour de l'utilisateur primaire, l'utilisateur secondaire peut évaluer les dégradations causées sur le débit de l'utilisateur primaire. Cette évaluation permet au système secondaire d'adapter ses paramètres de transmission (dans notre cas puissance et rendement) afin de maximiser le débit de l'utilisateur secondaire tout en assurant un débit minimal pour l'utilisateur primaire. Nous détaillerons, par la suite, le modèle du système considéré. Nous montrerons que le problème d'allocation de puissance et débit peut être vu comme un processus de Markov décisionnel (cf. [7], [8], [9] ou [10]). Enfin, nous pro-

poserons un algorithme permettant de calculer une politique optimale.

## 2 Description du système

### 2.1 Modèle de canal

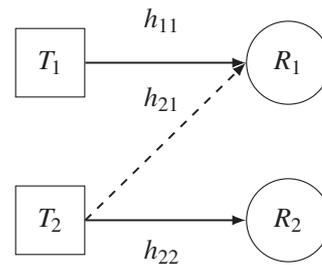


FIGURE 1 – Canal en Z

Nous considérons le contexte représenté dans la figure 1, communément appelé *canal en Z*. Ce modèle est approprié lorsque  $h_{12} \gg \bar{h}_{22}$  avec une grande probabilité, car on peut alors supposer que l'utilisateur secondaire peut décoder le message primaire et annuler l'interférence (cf [10]). On suppose que les paquets envoyés dans le canal sont tous de taille  $L$  symboles. On appellera "*slot*" le temps de transmission d'un paquet. L'expression des messages reçus au niveau de  $T_1$  et  $T_2$

pendant le slot  $n$  est la suivante :

$$\begin{cases} y_1^n &= h_{11}^n x_1^n + h_{21}^n x_2^n + z_1^n, \\ y_2^n &= h_{22}^n x_2^n + z_2^n. \end{cases} \quad (1)$$

Dans cette équation  $x_1^n$  et  $x_2^n$  représentent des mots de codes gaussiens de puissances respectives  $p_1^n$  et  $p_2^n$ .  $z_1^n$  et  $z_2^n$  sont des bruits blancs indépendants, complexes gaussiens circulaires, considérés sans perte de généralité centrés et réduits. Les gains  $h_{ij}^n$  sont modélisés par des variables aléatoires telles que  $|h_{ij}^n|^2$  suivent des lois exponentielles de moyennes respectives  $\bar{\alpha}_{ij}$ .

## 2.2 Protocole Primaire

On considère que la paire  $T_1/R_1$  utilise un mécanisme de retransmission gardant fixe sa puissance  $p_1$  et son rendement  $r_1$ .  $T_1$  encode les paquets d'information avec un code de rendement  $r_1$  et obtient un paquet noté  $x_1$  qui sera envoyé dans le canal. Nous considérerons tout au long de ce papier que  $L$  est suffisamment grand pour que la probabilité que  $R_1$  puisse décoder l'information contenue dans  $x_1$  est donnée par

$$P_1(p_2^n) = \mathbb{P} \left( \log_2 \left( 1 + \frac{p_1 |h_{11}^n|^2}{1 + p_2^n |h_{21}^n|^2} \right) > r_1 \right), \quad (2)$$

$$= \frac{e^{\frac{1-2r_1}{p_1 \bar{\alpha}_{11}}} p_1 \bar{\alpha}_{11}}{p_1 \bar{\alpha}_{11} + (-1 + 2^{r_1}) p_2^n \bar{\alpha}_{21}}. \quad (3)$$

Si  $R_1$  ne parvient pas à décoder correctement  $x_1$ , il envoie un bit d'acquiescement négatif (NACK) dans le canal de retour. À la réception de ce bit NACK,  $T_1$  réemet  $x_1$ . Ce protocole continue jusqu'à ce que, soit  $R_1$  décode correctement  $x_1$  (dans ce cas un bit d'acquiescement positif ACK est envoyé dans le canal de retour), soit le maximum de transmissions (noté  $N_1$ ) a été atteint. Lorsque  $T_1$  finit la transmission d'un paquet, on suppose qu'avec une probabilité  $\alpha$  il possède un nouveau paquet d'information à transmettre et qu'avec une probabilité  $1 - \alpha$ , il reste silencieux. Ce protocole peut être naturellement modélisé par

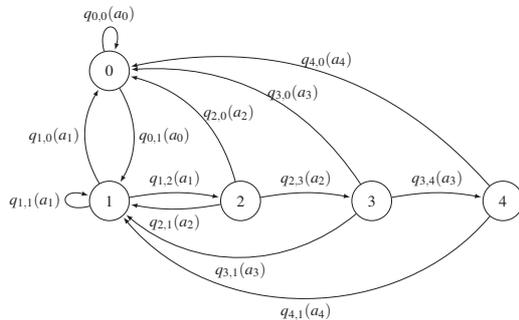


FIGURE 2 – Chaîne de Markov

une chaîne de Markov (cf. figure 2) sur l'ensemble fini d'états  $S = \{0, 1, \dots, N_1\}$ . L'état '0' représente un primaire silencieux alors qu'un état  $i$  représente la  $i^{\text{ème}}$  transmission de  $x_1$ .

La matrice de transition associée à cette chaîne de Markov est

$$q(p_2) = \begin{bmatrix} 1 - \alpha & \alpha & 0 & \dots & 0 \\ (1 - \alpha)P_1(p_2) & \alpha P_1(p_2) & Q_1(p_2) & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ (1 - \alpha)P_1(p_2) & \alpha P_1(p_2) & 0 & & Q_1(p_2) \\ 1 - \alpha & \alpha & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

où  $Q_1(p_2) = 1 - P_1(p_2)$ .

Le critère de performance, utilisé pour l'évaluation des protocoles HARQ, est le *débit long terme*. Celui-ci est défini comme étant le nombre moyen de bits correctement reçu par unité de temps (cf. [11], [12] ou [13]). Il sera noté  $\eta_1$  et est donnée par

$$\eta_1(\pi_2) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{E}_{\pi_2} \left( \sum_{k=0}^{n-1} r_1(s_k, p_2^k) \right), \quad (5)$$

où pour tout  $k \in \mathbb{N}$ ,  $r_1(s_k, a_k)$  est obtenu comme

$$r_1(s_k, p_2^k) = \begin{cases} r_1(1 - P_1(p_2^k)) & \text{si } s_k \neq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6)$$

L'indice  $\pi_2$  dans  $\mathbf{E}_{\pi_2}$  est utilisé pour signifier que l'espérance doit être faite en prenant en compte  $\pi_2$ , l'allocation du système secondaire.

## 2.3 Allocation Secondaire

Au début de chaque slot, les utilisateurs secondaires scannent la bande de fréquence dans laquelle fonctionne l'utilisateur primaire afin de détecter la présence ou l'absence de l'utilisateur primaire (étape sensing). On supposera dans ce papier que  $L$  est suffisamment grand afin de pouvoir négliger la durée du sensing par rapport à la durée totale du slot. On supposera de plus que le sensing est parfait (on sait parfaitement si le primaire est présent ou absent). En couplant ce sensing avec l'observation des signaux sur la voie de retour (bits ACK et NACK), on peut supposer que pour chaque temps  $n$ , le système secondaire connaît l'état  $s$  du système primaire. En fonction de l'état  $s$  observé,  $T_2$  "choisit" une puissance  $p_2^n$  dans l'ensemble  $A = [0, p_{2M}]$  où  $p_{2M}$  est une puissance maximale instantanée.

Une politique est une séquence  $\pi = \{\pi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  tel que pour tout  $s \in S$ ,  $\pi_n(p_2|s)$  est la densité de probabilité de "choisir" la puissance  $p_2$  alors que le système est dans l'état  $s$ . L'ensemble des politiques est noté  $\Pi$ . Lorsque  $\pi_n$  est indépendant de  $n$ , une politique est dite *stationnaire*. Cette définition comprend les politiques "déterministes", c'est à dire les politiques de la forme  $s \mapsto p_2(s)$ . En particulier, on notera  $\pi_M$  et  $\pi_0$  les politiques pour lesquelles  $T_2$  émet avec des puissances constantes et respectivement égales à  $p_{2M}$  et 0.

Le critère d'évaluation des performances pour ce protocole secondaire est aussi le débit long terme. Il sera cette fois noté  $\eta_2$  et possédera l'expression suivante

$$\eta_2(\pi_2) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{E}_{\pi_2} \left( \sum_{k=0}^{n-1} r_2(s_k, p_2^k) \right) \quad (7)$$

où pour tout  $k \in \mathbb{N}$ ,  $r_2(s_k, p_2^k)$  est donné par

$$r_2(s_k, p_2^k) = \max_{r_2 \in [0, \infty[} r_2 \mathbb{P}(\log_2(1 + p_2^k |h_{22}^n|^2) > r_2), \quad (8)$$

$$= \frac{W_0(\bar{\alpha}_{22} p_2^k)}{\log(2)}, \quad (9)$$

où  $W_0(\cdot)$  est la première branche de la fonction de Lambert (fonction réciproque de  $xe^x$ ). La justification de l'équation (9) est omise celle-ci est directement obtenue après dérivation de  $r_2 \mathbb{P}(\log_2(1 + p_2^k |h_{22}^n|^2) > r_2)$  par rapport à  $r_2$ .

Afin de répondre aux exigences posées par le système primaire, la politique  $\pi$  est déterminée comme étant la solution du problème d'optimisation suivant :

$$\eta_2^* = \sup_{\pi \in \Pi} \eta_2(\pi), \quad (10)$$

$$\text{sous la contrainte : } \eta_1(\pi) \geq \eta_{1T}, \quad (11)$$

où  $\eta_{1T}$  est le débit minimal que l'on doit garantir pour le système primaire. La résolution du problème d'optimisation (11) est réalisée en utilisant la théorie des processus de Markov décisionnel contraint (voir [8] ou [9] et leur références).

### 3 Résolution de (11)

Dans notre cas, on peut montrer que le processus de Markov décisionnel contraint vérifie les propriétés nécessaires pour pouvoir utiliser la théorie développée dans [9]. En particulier on montre que l'ensemble  $S$  est fini, l'ensemble  $A$  est compact, pour tout  $s$  et pour tout  $s'$ , les fonctions  $q_{s,s'}(p_2)$  sont continues en  $p_2$  et pour tout  $s$ , les fonctions  $r_1(s, p_2)$  et  $r_2(s, p_2)$  sont continues en  $p_2$ . De plus on peut montrer une propriété d'ergodicité étant donné que pour tout  $p_2 \in A$  on peut montrer que

$$P_1(p_2) \geq P_1(p_{2M}) > 0. \quad (12)$$

Ces démonstrations sont omises car obtenues directement à partir des expressions (3) et (9). En revanche, ces propriétés nous permettent d'utiliser directement les résultats démontrés dans [9]. Nous allons maintenant rappeler certains de ces résultats qui seront utiles dans notre cas.

Pour toute politique  $\pi_2$  et pour tout réel positif  $\lambda$  soit

$$\eta_\lambda(\pi) = \eta_2(\pi) + \lambda \eta_1(\pi), \quad (13)$$

la formulation du problème d'optimisation (11) utilisant des multiplicateurs de Lagrange. À cette formulation est associée le problème d'optimisation sans contrainte suivant :

$$\eta_\lambda^* = \sup_{\pi \in \Pi} \eta_\lambda(\pi). \quad (14)$$

Il est montré dans [9] que pour chaque  $\lambda$ , il existe une politique déterministe  $\pi_\lambda$  solution du problème d'optimisation (14). De plus il a été montré que s'il existe un réel  $\nu > 0$  et une politique  $\pi_2 \in \Pi$  vérifiant

$$\eta_1(\pi_2) = \eta_{1T}, \quad \eta_\nu(\pi_2) = \eta_\nu^* \quad (15)$$

alors  $\pi$  est une politique optimale pour le problème d'optimisation (11). Supposons maintenant que  $\eta_{1T}$  vérifie

$$\eta_M < \eta_{1T} < \eta_0, \quad (16)$$

alors il est montré dans [9] qu'un tel réel  $\nu$  et une telle politique  $\pi_2$  existent et que de plus  $\pi_2$  peut être obtenu comme un "mélange" entre les deux politiques  $\pi_{\nu-}$  et  $\pi_{\nu+}$  vérifiant

$$\eta_1(\pi_{\nu-}) \leq \eta_{1T} \leq \eta_1(\pi_{\nu+}). \quad (17)$$

Ce mélange est obtenu en choisissant  $\pi_{\nu-}$  si

$$\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} r_2(s_k, p_2^k) \geq \eta_{1T} \quad (18)$$

et en choisissant  $c$  dans le cas contraire.

Pour chaque  $\lambda$ ,  $\pi^\lambda$  peut être obtenu à partir d'un algorithme appelé algorithme de la valeur itérée (VI) présenté dans l'Algorithme 1.

---

#### Algorithme 1 Value Iteration (VI) Algorithm

---

1:  $\underline{u}^{(0)} \leftarrow 0$

2:  $i \leftarrow 0$

3: **Répéter**

4:  $i \leftarrow i + 1$

5: **Pour**  $k = 0$  à  $N_1$  **Faire**

$$6: \quad u_k^{(i)} \leftarrow \max_{a \in A} R_\lambda(k, a) + \sum_{j=0}^{N_1} u_j^{(i-1)} q_{k,j}(a). \quad (19)$$

7: **Fin Pour**

8: **Tant que**  $\|\underline{u}^{(i)}\|_S < \epsilon$

---

Dans notre cas, en exprimant directement les coefficients  $q_{k,j}(a)$ , l'équation (19) peut être réécrite comme

$$u_k^{(i)} = \max_{p_2 \in \mathbb{A}} R_2^*(p_2) + a_k^{(i)} P_1(p_2) + c_k^{(i)}, \quad (20)$$

où les grandeurs  $a_k^{(i)}$  et  $c_k^{(i)}$  ne dépendent pas de  $p_2$  et  $r_2$  et sont donnés dans par les équations suivantes :

$$a_k^{(i)} = \begin{cases} 0 & \text{si } k = 0 \\ \lambda r_1 & \text{si } k = N_1 \\ \lambda r_1 + \alpha u_0^{(i-1)} + (1 - \alpha) u_1^{(i-1)} - u_{k+1}^{(i-1)} & \text{sinon,} \end{cases} \quad (21)$$

et

$$c_k^{(i)} = \begin{cases} \alpha u_0^{(i-1)} + (1 - \alpha) u_1^{(i-1)} & \text{si } k = 0 \text{ ou } k = N_1 \\ u_{k+1}^{(i-1)} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (22)$$

A partir de l'expression analytique de  $R_2^*(p_2)$  et de celle de  $P_1(p_2)$ , on peut montrer que la fonction  $p_2 \mapsto R_2^*(p_2)$  est une fonction dérivable et convexe alors que la fonction  $p_2 \mapsto P_1(p_2)$  est dérivable et concave. Le problème d'optimisation sans contraintes donné par l'équation (20) est une programmation convexe si  $a_k^{(i)}$  est négatif et est une programmation différence de convexes si  $a_k^{(i)}$  est positif. Dans le premier cas,

on cherche à "maximiser" une fonction convexe, le résultat sera donc obtenue sur les bords de l'ensemble  $A$ . Dans le second cas, la solution du problème (20) est calculée par le biais d'un algorithme appelé la Convex ConCave Procédure (CCCP) présentée dans [14] qui construit une solution par la séquence de programmations convexes données dans l'Algorithme 2.

---

**Algorithme 2** Proposed CCCP procedure

---

Nécessite  $p_2^{(0)}, a_k^{(i)}, \epsilon$

1: **Répéter**

2: 
$$p_2^{(i+1)} \leftarrow \arg \max_{p_2} R_2^*(p_2) + a_k^{(i)} p_2 \frac{dP_1}{dp_2} \Big|_{p_2^{(i)}} \quad (23)$$

3: **Tant que**  $|p_2^{(i+1)} - p_2^{(i)}| < \epsilon$

---

## 4 Simulations

Nous avons comparé les résultats obtenus par notre algorithme à ceux obtenus dans [10]. Ce dernier considère une allocation de type ON/OFF. Cette comparaison a été proposée pour différentes valeurs de  $\bar{\alpha}_{21}$  en prenant  $\bar{\alpha}_{11} = 1$  et  $\bar{\alpha}_{22} = 1$ . Ces résultats sont présentés sous la forme de différentes régions de débits que nous présentons en Figure 3. Les paramètres du système primaire sont les suivants : un taux d'arrivée de nouveaux paquets de  $\alpha = 0.8$ , un nombre maximal de retransmissions  $N_1 = 5$ , un rendement de  $r_1 = 2.17 \text{ bits/s/Hz}$  et une puissance de  $p_1 = 10 \text{ dBW}$ . La puissance instantanée maximale tolérée pour les utilisateurs secondaires est  $p_{2M} = 10 \text{ dBW}$ . Les courbes présentées dans la Figure 3 ont été obtenues comme l'ensemble des points solutions du problème d'optimisation (11) pour différentes valeurs de  $\eta_{1T}$ .

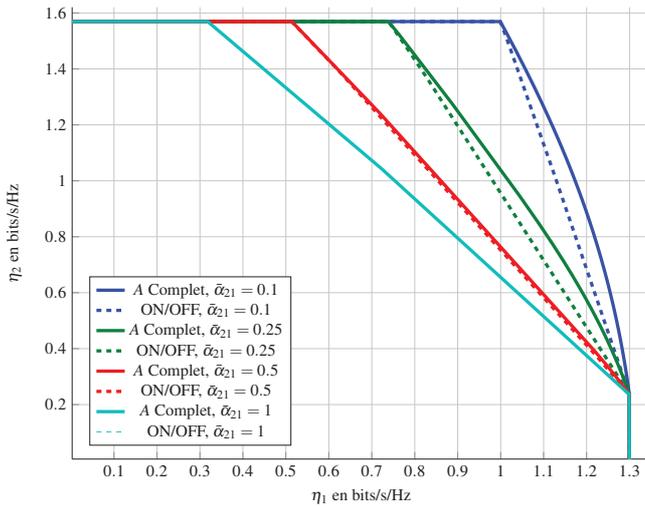


FIGURE 3 – Résultats de simulation

La principale conclusion de ces simulations est la suivante : bien que les politiques ON/OFF soient en général sous optimales (elles sont un sous-ensemble des politiques considérées dans notre problème), elles ont des performances proches des

performances optimales pour le régime de forte interférences ( $\bar{\alpha}_{21} \leq 1$ ). En revanche, elles sont clairement sous-optimales dans le régime de faible interférences ( $\bar{\alpha}_{21} > 1$ ).

## 5 Conclusion

Dans cet article nous avons proposé de résoudre le problème de l'allocation de puissance et de rendement pour un utilisateur secondaire exploitant les retransmissions d'un protocole de retransmission d'un utilisateur primaire. Nous avons proposé un algorithme efficace, basé sur l'algorithme de la valeur itérée, permettant d'obtenir une solution du problème d'optimisation posé. Nous avons enfin comparé nos résultats à ceux obtenus par les politiques ON/OFF et observé que les politiques ON/OFF sont des solutions intéressantes dans le régime de forte interférences.

## Références

- [1] S. Haykin. Cognitive radio : brain-empowered wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(2) :201–220, 2005.
- [2] V. Asghari and S. Aissa. Adaptive rate and power transmission in spectrum-sharing systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(10) :3272–3280, 2010.
- [3] Rui Zhang. On active learning and supervised transmission of spectrum sharing based cognitive radios by exploiting hidden primary radio feedback. *IEEE Transactions on Communications*, 58(10) :2960–2970, 2010.
- [4] A. Bagayoko, I. Fijalkow, and P. Tortelier. Power control of spectrum-sharing in fading environment with partial channel state information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(5) :2244–2256, 2011.
- [5] K. Eswaran, M. Gastpar, and K. Ramchandran. Bits through arqs : Spectrum sharing with a primary packet system. In *Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2007)*, Nice, France, June 2007.
- [6] R. A. Tannious and A. Nosratinia. Cognitive radio protocols based on exploiting hybrid arq retransmissions. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(9) :2833–2841, 2010.
- [7] D.P. Bertsekas and S.E. Shreve. *Stochastic optimal control : the discrete time case*. Mathematics in science and engineering. Academic Press, 1978.
- [8] Eitan Altman. *Constrained Markov decision processes*. Stochastic modeling. Chapman & Hall/CRC, 1999.
- [9] Frederick J Beutler and Keith W Ross. Optimal policies for controlled markov chains with a constraint. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 112(1) :236–252, 1985.
- [10] M. Levorato, U. Mitra, and M. Zorzi. Cognitive interference management in retransmission-based wireless networks. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 58(5) :3023–3046, may 2012.
- [11] M. Zorzi and R. R. Rao. On the use of renewal theory in the analysis of arq protocols. *IEEE Transactions on Communications*, 44(9) :1077–1081, 1996.
- [12] G Caire and D Tuninetti. The throughput of hybrid-arq protocols for the gaussian collision channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(5) :1971–1988, 2001.
- [13] S Sesia, G Caire, and G Vivier. Incremental redundancy hybrid arq schemes based on low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Communications*, 52(8) :1311–1321, 2004.
- [14] A L Yuille and Anand Rangarajan. The concave-convex procedure. *Neural Computation*, 15(4) :915–36, 2003.