HAL
open science

Méthode d'Eigenerosion : mise en œuvre et extension aux matériaux hétérogènes. Application aux matériaux cimentaires.

Lionel Bichet, Frédéric Dubois, Yann Monerie, Céline Pélissou, Frédéric Perales

To cite this version:

Lionel Bichet, Frédéric Dubois, Yann Monerie, Céline Pélissou, Frédéric Perales. Méthode d'Eigenerosion : mise en œuvre et extension aux matériaux hétérogènes. Application aux matériaux cimentaires.. 12e Colloque national en calcul des structures, May 2015, Giens, France. hal-01262576

HAL Id: hal-01262576

https://hal.science/hal-01262576

Submitted on 26 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2015
12e Colloque National en Calcul des Structures
18-22 Mai 2015, Presqu'île de Giens (Var)

Méthode d'*Eigenerosion* : mise en œuvre et extension aux matériaux hétérogènes. Application aux matériaux cimentaires.

L. Bichet[1,3], F. Dubois[1,3], Y. Monerie[1,3],
C. Pélissou[2,3], F. Perales [2,3]

[1] *Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, CNRS, CC 048 place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier*
{lionel.bichet, frederic.dubois, yann.monerie}@univ-montp2.fr
[2] *Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire, CE Cadarache, Bât. 702, BP3-13115 Saint-Paul-lez-Durance*
{celine.pelissou, frederic.perales}@irsn.fr
[3] *Laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité des Structures, MIST, IRSN-CNRS-Université Montpellier 2*

Résumé —
Sur la base de l'approche variationnelle de la rupture de Francfort et Marigo [2], Pandolfi et Ortiz [6] ont proposé une méthode — d'*Eigenerosion* — s'apparentant à une méthode de «killing element » et respectant le critère de Griffith. Les travaux proposés ici portent sur la mise en œuvre de la méthode et sur son extension à la dynamique et aux matériaux hétérogènes.
Mots clés — *Eigenerosion*, rupture dynamique, matériaux hétérogènes.

1 Fondement et mise en pratique

En 1921, Griffith propose une approche énergétique de la fissuration basée sur la notion de taux de restitution d'énergie critique G_c $\left(J.m^{-2}\right)$. Une formulation variationnelle de cette approche a été proposée par [2] en introduisant une fonctionnelle énergie F_ϵ dont Schmidt et Fraternali [7] ont proposé une expression régularisée :

$$F_\epsilon(u,\varepsilon^*,t) = \underbrace{\int_\Omega W(\varepsilon(u)-\varepsilon^*)dV}_{\text{Déformation}} - \underbrace{\int_{\Gamma_2} \overline{T}.udS}_{\text{Chargement}} + \underbrace{G_c\frac{|C_\epsilon|}{2\epsilon}}_{\text{Fissuration}} \tag{1}$$

où ϵ est un petit paramètre de longueur destiné à tendre vers zéro. À l'instant t, on considère les grandeurs suivantes : $\bar{T}$ le chargement sur le bord du domaine noté Γ_2, W la densité d'énergie élastique du solide, C_ϵ une boule de rayon ϵ, $\varepsilon(u)$ la déformation linéaire élastique et ε^* le champ d'eigendeformation [4].

La minimisation de cette fonctionnelle est possible dans le cadre de la méthode des éléments finis pour un milieu homogène et élastique, [6] définissant la méthode d'*Eigenerosion* dont les grandes lignes de mise en œuvre sont décrites ci-après.
Dans le cas d'une fissure déjà développée dans le maillage, on suppose la situation initiale suivante (Figure 1, à gauche) : une fissure existe (mailles en noir) avec un ϵ-voisinage d'éléments associé (mailles avec un point). Si on suppose ensuite la propagation de la fissure à une nouvelle maille (en gris, Figure 1, à droite), il s'agit alors, en accord avec le critère de Griffith, d'évaluer deux paramètres : l'incrément de longueur de fissuration et d'énergie restituée.

Le calcul de l'incrément de longueur de fissuration se fait via à une méthode de recherche de voisins.

Le calcul de l'énergie restituée consiste en la différence de l'énergie élastique de la structure avant et après la propagation de la fissure. On note S la matrice de rigidité de la structure sans élément supprimé, ΔS_K la matrice de rigidité de l'élément associé à la maille supprimée, u le champs de déplacement de la structure saine, Δu_K la variation du champ de déplacement lors de la suppression de la maille K et f le chargement extérieur.

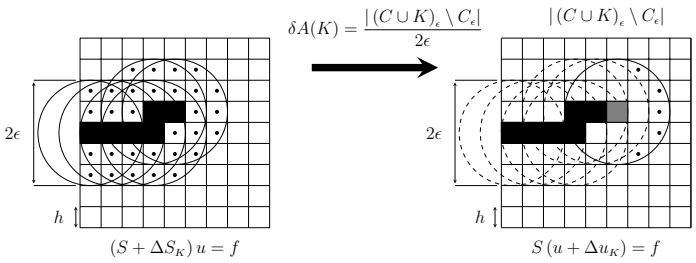

FIGURE 1 – Méthode de recherche de voisins : ϵ est le rayon de recherche des voisins, C est l'aire totale de la fissure, K la maille supprimée et C_ϵ l'ancien voisinage de la fissure.

Après développements et simplifications du calcul de l'incrément d'énergie, on obtient :

$$-\Delta E_K = \frac{1}{2} u^T \left(\underbrace{\Delta S_K}_{local} + \underbrace{\Delta S_K S^{-1} \Delta S_K}_{global} \right) u \tag{2}$$

Dans (2), l'incrément d'énergie se compose de deux parties, l'une locale (ΔS_K) et l'autre prenant en compte l'effet de la structure globale ($\Delta S_K S^{-1} \Delta S_K$). Notons que pour des soucis de simplification, seule la partie locale est initialement prise en compte dans [6]. Une difficulté de la méthode réside dans l'évaluation de l'incrément de fissuration. Deux problèmes interviennent : 1/ l'initiation : pour résoudre ce problème une longueur calculée à partir du volume des mailles est utilisée, 2/ l'arrivée de la fissure sur un bord du maillage : un second maillage étendu sert pour la recherche de voisins.

2 Validation statique et dynamique

L'implémentation de la méthode dans le cas des matériaux homogènes et élastiques repose sur deux calculs : le premier (local) sert de prédicteur et vise à sélectionner la maille dont le taux de restitution d'énergie est le plus élevé, le second (global) vise à vérifier le critère de Griffith.

$$\text{Prédicteur : } Crit_{\text{homo}} = \max\left(\frac{u^T \Delta S_K u}{2\Delta A_K}\right), \quad \text{Critère : } F_{tot} = E_{\text{après}} - E_{\text{avant}} - \Delta A_K G_c > 0$$

où ΔA_K est l'incrément d'avancée de fissure de la maille K.

La méthode a été validée dans un premier temps pour des cas quasi-statiques. Plusieurs cas tests présentant une fissuration en mode mixte (essai de flexion 3 et 4 points [1, 8], Nooru-Mohamed) ont été étudiés. Le cas test de propagation de fissure de Nooru-Mohamed [5] (Figure 2) a permis l'étude de l'influence de la longueur ϵ, de la taille de maille et de la topologie du maillage (quadrangles coupés en 2 et 4 triangles, Delaunay). Les résultats obtenus sont cohérents avec ceux de la littérature.

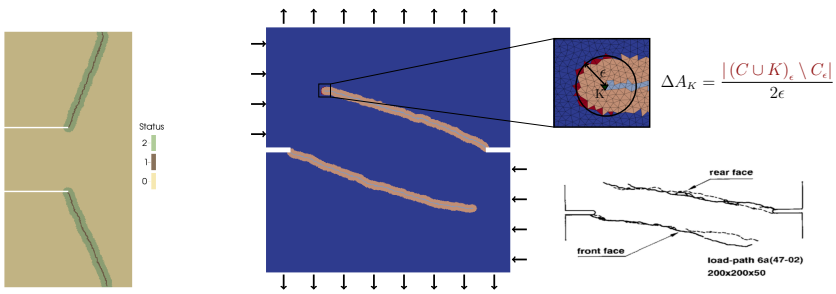

FIGURE 2 – Essai de fissurattion en dynamique (cas test de Kalthoff [3]) et en mode mixte (cas test de Nooru-Mohamed [5]).

Les simulations montrent en particulier que la prise en compte du terme global dans (2) conduit un comportement plus fragile que la méthode initiale de [6]. L'efficacité de la méthode a également été

démontrée pour le cas test dynamique de Kalthoff [3] avec des résultats en bon accord avec les données expérimentales.

3 Extension aux matériaux hétérogènes

Après sa validation pour différents cas statiques et dynamiques, la méthode a également été étendue à la fissuration des matériaux hétérogènes. Le critère utilisé repose alors sur une hypothèse forte : la vérification locale du critère de Griffith $G_c(K)$. Comme pour le cas homogène, l'implémentation de la méthode requiert deux calculs :

$$\text{Prédicteur : } Crit_{\text{hétéro}} = \max\left(\frac{u^T \Delta S_K u}{2\Delta A_K G_c(K)}\right), \text{Critère : } F_{tot} = E_{\text{après}} - E_{\text{avant}} - \Delta A_K G_c(K) > 0$$

La pertinence de cette hypothèse a été vérifiée pour un cas test en traction sur un matériau hétérogène : un composite matrice-inclusions. Le changement des propriétés de l'interphase matrice-inclusions conduit à différents types de fissurations (traverse/contourne l'inclusion).

La méthode a alors été appliquée à des problèmes concrets tels que la fissuration d'un milieu simulant un béton (Figure 3). Une estimation de la tortuosité (rapport de la taille de la plus petite fissure sur la taille de l'éprouvette) est calculée et comparée à des méthodes plus coûteuses en temps calcul.

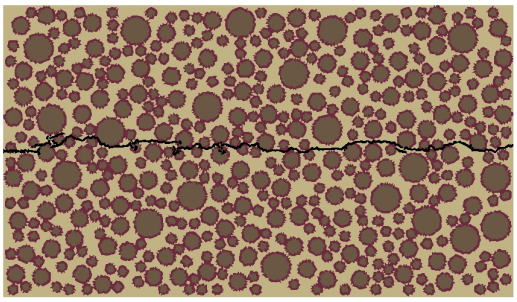

FIGURE 3 – Extension aux matériaux hétérogènes : application aux matériaux cimentaires.

4 Conclusion

La méthode présente de nombreux atouts : faibles coûts de calculs et mise en œuvre aisée. Elle requiert cependant une maîtrise délicate de certains paramètres (e.g. ϵ) et une adaptation de la méthode dans le cas des branchements multiples. L'extension de la méthode en 3D pour la fissuration des matériaux hétérogènes est à l'étude.

Références

[1] M. Elices et G.V. Guinea et J. Gómez et J. Planas. *The cohesive zone model : advantages, limitations and challenges.*, Engineering Fracture Mechanics, Elsevier, 923-944, 2002.

[2] G.A. Francfort et J.-J. Marigo. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem.*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, 1319-1342, 1998.

[3] J.F. Kalthoff *Modes of dynamic shear failure in solids.*, International Journal of Fracture, Springer, 1-31, 2000.

[4] T. Mura. *Mechanics of Defects in Solids*, Martinus Nijhorff, 1987.

[5] M. B. Nooru-Mohamed. *Mixed-mode fracture fo concrete : an experimental approach*, Université de Delf, 1992.

[6] A. Pandolfi et M. Ortiz. *An eigenerosion approach to brittle fracture.*, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Wiley, 694-714, 2012.

[7] B. Schmidt et F. Fraternali et M. Ortiz. *Eigenfracture : an eigendeforamtion approach to variational fracture.*, Multiscale Modeling and Simulation, SIAM, 1237-1266, 2009.

[8] G. Ventura et J. X. Xu et T. Belytschko. *A vector level set method and new discontinuity approximations for crack growth by EFG.*, International Journal For Numerical Methods In Engineering, Wiley, 137-163, 2002.