



**HAL**  
open science

# Le problème flow-shop à deux machines avec temps de transport

Mohamed Amine Mkadem, Aziz Moukrim, Mehdi Serairi

► **To cite this version:**

Mohamed Amine Mkadem, Aziz Moukrim, Mehdi Serairi. Le problème flow-shop à deux machines avec temps de transport. RoadeF, Feb 2016, Compiègne, France. hal-01261821

**HAL Id: hal-01261821**

**<https://hal.science/hal-01261821v1>**

Submitted on 25 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Le problème flow-shop à deux machines avec temps de transport

Mohamed Amine Mkadem, Aziz Moukrim et Mehdi Serairi

Sorbonne universités, Université de technologie de Compiègne, CNRS, Heudiasyc UMR 7253 CS 60  
319, 60 203 Compiègne cedex.

{mohamed-amine.mkadem, aziz.moukrim, mehdi.serairi}@hds.utc.fr

**RÉSUMÉ** - Dans cet article, nous nous intéressons au problème de flow-shop à deux machines avec temps de transport. Nous modélisons ce problème par un programme linéaire en nombres entiers (PLNE). Un ensemble d'inégalités valides est proposé afin d'améliorer la relaxation linéaire. Les tests sur les différentes classes de la littérature montrent que notre approche domine toutes les bornes inférieures de la littérature. De plus, de nouvelles classes d'instances ont été identifiées, pour lesquelles les résultats de la relaxation linéaire sont largement meilleurs que ceux de la littérature.

**Mots-clés** : *Recherche opérationnelle, Programmation linéaire en nombres entiers, Flow-shop, Temps de transport, Inégalités valides.*

## 1 Introduction

Les problèmes d'ordonnancement sont parmi les problèmes les plus étudiés du domaine de l'optimisation combinatoire. Cet intérêt est dû au grand nombre d'applications qui peuvent être modélisées par cette classe de problèmes. Dans un contexte industriel très difficile, la résolution des problèmes d'ordonnancement offre des outils d'aide à la décision qui permettent aux entreprises d'optimiser leur processus de fabrication en termes de réduction de coût et de temps. Nous nous intéressons à la résolution conjointe des problèmes d'ordonnancement et de la gestion de moyens de transport dans les systèmes de production. Un tel système est composé d'un système de traitement de jobs et d'un système de transport qui assure le déplacement des jobs entre les stations. Les moyens de transport constituent souvent des ressources critiques pour les entreprises, alors l'amélioration des performances doit passer par une bonne gestion de ces ressources.

Nous modélisons le problème flow-shop à deux machines avec temps de transport comme suit. Nous disposons d'un ensemble de  $n$  jobs  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ , où chaque job  $j$  est composé de deux opérations  $O_{1,j}$  et  $O_{2,j}$ . L'opération  $O_{1,j}$  doit être exécutée, sans préemption, durant  $p_{1,j}$  unités de temps dans un premier atelier. Ensuite  $l_j$  unités de temps sont nécessaires pour transporter le job  $j$  à un deuxième atelier où l'opération  $O_{2,j}$  doit être exécutée, sans préemption, durant  $p_{2,j}$  unités de temps. L'objectif est de trouver un ordonnancement des jobs dans les deux ateliers qui minimise le temps de fin de la dernière opération exécutée dans le deuxième atelier, tout en s'assurant que les contraintes de non préemption des opérations et de transport des jobs ne sont pas violées. En se référant à la notation de Graham et al. [2], le problème est noté par  $F2|l_j|C_{max}$ . Yu et al. [4] ont démontré que  $F2|l_j|C_{max}$  est  $NP$ -difficile au sens fort même dans le cas où  $p_{1,j} = p_{2,j} = 1, \forall j \in J$ .

A notre connaissance les deux contributions principales pour  $F2|l_j|C_{max}$  sont celles de Yu [3] et Dell'Amico [1]. En effet, des bornes inférieures ont été proposées dont le schéma de relaxation consiste à relaxer la contrainte de ressource sur une machine, découper les jobs en tranches unitaires, et la relaxation du temps de transport. La dernière consiste à réduire le temps de transport de manière qu'un ordonnancement de permutation soit dominant. D'un autre point

de vue, Dell'Amico [1] a aussi proposé des heuristiques constructives et une méta-heuristique basée sur la recherche Tabou.

## 2 Modélisation

Nous modélisons le problème en programme linéaire en nombres entiers, où nous considérons plusieurs versions. La différence principale réside dans le choix des variables de décision qui sont basées sur : les positions des jobs, les précédences locales entre jobs, les précédences globales entre jobs et la discrétisation de l'horizon.

A ce niveau, il est important de préciser que la version de discrétisation de l'horizon comporte un nombre pseudo-polynomial de variables qui constitue un réel handicap pour la convergence de la résolution de ce modèle. Quant aux deux premières, l'introduction d'un grand  $M$  est nécessaire afin de modéliser les contraintes de transport des jobs. Ces remarques ont été confirmées par l'étude expérimentale qui montre que les instances résolues par ces modèles sont de très petite taille (au maximum  $n = 10$ ). Par contre, la troisième formulation présente de meilleurs résultats et sa relaxation linéaire est de bonne qualité. Partant de ce constat, nous avons proposé des inégalités valides. Ces inégalités ont un double intérêt du fait qu'elles permettent de renforcer la qualité de la relaxation linéaire du PLNE et d'améliorer la convergence de sa résolution exacte. Ces inégalités sont basées sur les raisonnements suivants :

- La proposition de nouvelles règles de dominance.
- L'intégration de bornes inférieures proposées dans la littérature.
- L'exploitation d'une propriété du problème qui spécifie que les jobs sont ordonnancés sur la seconde machine dans l'ordre de leurs arrivées sur cette même machine.

En effet, d'après les résultats expérimentaux, on peut déduire que la relaxation linéaire de notre modèle domine toutes les bornes inférieures de la littérature. Les tests ont été réalisés sur un ensemble de 8 classes : six classes ont été proposées par Dell'Amico [1], en plus, deux nouvelles classes ont été introduites par nous.

## 3 Conclusions et perspectives

Nous avons étudié le problème de flow-shop à deux machines avec temps de transport. Un modèle basé sur les relations de précédences globales entre les jobs a été décrit, pour lequel un ensemble d'inégalités valides a été proposé.

Pour les perspectives, nous aborderons la résolution exacte du PLNE. Nous cherchons à exploiter un ensemble de propriétés spécifiques au problème pour les introduire au niveau des noeuds du *branch and cut* du solveur.

## Références

- [1] M. Dell'Amico. Shop problems with two machines and time lags. *Operations Research*, 44(5) :777–787, 1996.
- [2] R.L. Graham, E.L. Lawler, J.K. Lenstra, and A.H.G.Rinnooy Kan. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling : a survey. In E.L. Johnson P.L. Hammer and B.H. Korte, editors, *Discrete Optimization II*, volume 5 of *Annals of Discrete Mathematics*, pages 287 – 326. Elsevier, 1979.
- [3] W. Yu. *The two-machine flow shop problem and the one-machine total tardiness problem*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 1996.
- [4] W. Yu, H. Hoogeveen, and J.K. Lenstra. Minimizing makespan in a two-machine flow shop with delays and unit-time operations is np-hard. *Journal of Scheduling*, 7(5) :333 – 348, 2004.