HAL
open science

Expression analytique de l'EVM pour les signaux multiporteuses : Impact conjoint des non-linéarités de l'amplificateur de puissance et de la fonction de prédistorsion

Ali Cheaito, Matthieu Crussière, Yves Louët, Jean-François Hélard

To cite this version:

Ali Cheaito, Matthieu Crussière, Yves Louët, Jean-François Hélard. Expression analytique de l'EVM pour les signaux multiporteuses : Impact conjoint des non-linéarités de l'amplificateur de puissance et de la fonction de prédistorsion . GRETSI 2015, Sep 2015, Lyon, France. hal-01255157

HAL Id: hal-01255157

https://hal.science/hal-01255157

Submitted on 14 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Expression analytique de l'EVM pour les signaux multiporteuses : Impact conjoint des non-linéarités de l'amplificateur de puissance et de la fonction de prédistorsion

Ali CHEAITO[1], Matthieu CRUSSIÈRE[1], Yves LOUËT[2], Jean-François HÉLARD[1]

[1]IETR / INSA de Rennes, 20 Ave. des Buttes de Coësmes, Rennes, France

[2]IETR / CentraleSupélec, Campus de Rennes, Ave. de la Boulaie, Cesson-Sévigne, France

{prénom.nom}@insa-rennes.fr, yves.louet@centralesupelec.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons une étude analytique de l'impact des non-linéarités des amplificateurs de puissance sur des signaux issus de processus de modulation OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Notre analyse porte sur une structure d'émetteur équipé d'une fonction de prédistorsion placée avant l'amplificateur. Les expressions analytiques de l'EVM (Error Vector Magnitude) du signal amplifié sont calculées avec ou sans prédistorsion. Nous fournissons alors les expressions analytiques de l'EVM sous la forme d'un développement en série de fonctions Gamma, qui dépend directement du facteur de transition de l'amplificateur et du facteur de prédistorsion. Les résultats des simulations confirment la précision de nos expressions analytiques, même en limitant la série à un ordre 4.

Abstract – In this paper, we analyze the impact of the non-linearities of power amplifiers on multicarrier signals. We consider a transmitter structure in which a linearization stage is available before the power amplifier. The analytical expressions of the Error Vector Magnitude (EVM) of the output signal are derived when the linearization process is activated or not. The analytical expressions of the EVM are provided in the form of a series expansion of Gamma functions which directly take as parameters the transition factors of the power amplifier and the linearization stage. Simulation results confirm the accuracy of our analytical expressions, even when limiting the series expansion to an order of 4.

1 Introduction

La technique OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) s'est imposée ces 20 dernières années au sein de la plupart des standards de télécommunication (LTE, DVB, ADSL, 802.11.x). Un inconvénient majeur reconnu de cette technique reste cependant les fluctuations importantes de l'enveloppe du signal temporel associé, généralement caractérisées par la mesure du PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) de ce signal. En effet, lors du passage d'un signal au sein de dispositifs non-linéaires comme l'amplificateur de puissance, ce signal est sujet à des distorsions d'amplitude d'autant plus sévères que son PAPR est fort. Dans la littérature, deux approches complémentaires sont généralement proposées pour tenter de minimiser ces dégradations. La première consiste à agir directement sur le signal afin d'en réduire son amplitude. Il s'agit des algorithmes dits de réduction de PAPR, parmi lesquelles on trouve les méthodes d'écrétage (Clipping), d'extension active de constellation (ACE - Active Constellation Extension), ou encore de réservation de porteuse (TR - Tone Reservation). La deuxième approche vise plutôt à compenser les non-linéarités de l'amplificateur de puissance (AP) grâce à un pré-traitement spécifique. Parmi les différentes méthodes de linéarisation, nous pouvons citer la prédistorsion numérique (DPD - Digital Pre-Distorsion) ou la méthode LINC (Linear Amplification with Non-linear Component). Par conséquent, une mise en œuvre efficace d'un système de communication dans lequel le signal initial à émettre présente un PAPR important doit donc intégrer une étape de réduction de PAPR suivie par un processus de linéarisation. Une telle approche peut être mise en œuvre par exemple dans les stations de base de puissance d'émission élevée ou moyenne utilisant l'OFDM comme forme d'onde. Il s'agit par exemple des stations émettrices des standards de diffusion DVB-T/T2 ou de réseaux cellulaires LTE/LTE-A. Aujourd'hui cependant, l'ensemble de ces traitements restent statiques et ne prennent pas en compte les conditions de transmission, qui peuvent, elles, être amenées à varier. On peut donc trouver des situations pour lesquelles ces traitements sont soit insuffisants, soit inutiles.

Une solution plus efficace est donc de contrôler la réduction de PAPR et le degré de linéarisation d'une façon flexible et de rendre ceux-ci adaptatifs et auto-configurables. Pour mettre en place une telle approche, il est nécessaire de quantifier les performances des fonctions de réduction de PAPR et de linéarisation, afin de pouvoir en contrôler le paramétrage de façon adaptative. Pour cela, on peut avoir recours à l'évaluation de l'EVM (Error Vector Magnitude) qui rend compte de la dégradation du signal théorique à transmettre en sortie d'émetteur. En pratique, l'EVM est un facteur de mérite très utilisé dans les spécifications des systèmes de communication sans fil, comme

par exemple dans les normes IEEE802.11a-1999 et WiMAX IEEE 802.16e-2005 [1].

Dans cette perspective, nous nous intéressons dans cet article au calcul analytique de l'EVM des signaux OFDM après amplification non-linéaire, avec ou sans utilisation d'une fonction de prédistorsion. Bien que certaines bornes supérieures du moment d'ordre deux de l'erreur de prédistorsion et de l'EVM puissent être trouvées, comme par exemple dans [2] et [3], aucune expression analytique de l'EVM n'est encore disponible dans la littérature. Notre contribution principale consiste alors à fournir un tel résultat.

Le reste du papier est organisé comme suit. Dans la section 2, le modèle du système étudié est présenté. A partir de ce modèle, nous recherchons dans la section 3 l'expression théorique de l'EVM des signaux avec ou sans usage de la prédistorsion. Enfin, les résultats de simulation sont discutés dans la section 4. La section 5 présente quant à elle la conclusion de l'étude et ses perspectives.

2 Description du système

La Figure 1 présente le synoptique d'une chaîne de transmission simplifiée équipée de la fonction de prédistorsion précédant l'amplificateur de puissance. Nous notons $x_1(t)$ le signal multiporteuse en bande de base complexe généré par le système, $x_2(t)$ le signal prédistordu et $z(t)$ le signal amplifié. Comme notre contribution se concentre sur l'impact de la prédistorsion dans le calcul de l'expression de l'EVM, aucun algorithme de réduction de PAPR n'est considéré dans la suite.

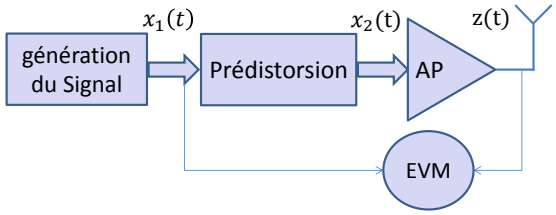

FIGURE 1 – Diagramme de bloc de chaîne de transmission

2.1 Modélisation de l'amplificateur

Dans cet article nous proposons d'utiliser le modèle analytique de Rapp [4] et dont la caractéristique AM/AM s'exprime par la fonction de transfert suivante :

$$H_{PA}(r) = \frac{r}{\left(1 + \left(\frac{r}{A}\right)^{2\,b}\right)^{\frac{1}{2\,b}}} \ , \tag{1}$$

où r est l'amplitude de la tension d'entrée et A est l'amplitude de saturation de l'amplificateur. Le paramètre b est le facteur de transition permettant de contrôler la transition entre la zone linéaire et la zone de saturation de la fonction de transfert.

2.2 Prédistorsion

La prédistorsion consiste simplement à appliquer au signal une fonction $P(r)$ qui doit idéalement être la fonction inverse de la fonction $H_{PA}(r)$. La fonction de prédistorsion correspondant au modèle de Rapp précédent est donc :

$$P(r) = \frac{r}{\left(1 - \left(\frac{r}{A}\right)^{2\,a}\right)^{\frac{1}{2\,a}}} \ , \tag{2}$$

avec a le facteur de transition de la prédistorsion. Si $a = b$ une linéarisation parfaite est obtenue. En pratique cependant, a est généralement différent de b à cause des problèmes de modélisation de l'amplificateur.

2.3 EVM

La mesure d'EVM permet de quantifier l'impact des non-linéarités sur les signaux. Soit Z_k les échantillons du signal complexe mesuré après impact des non-linéarités et soit X_k les échantillons du signal de référence idéal. L'EVM s'écrit alors :

$$\text{EVM} = \sqrt{\frac{E\left\{|Z_k - X_k|^2\right\}}{E\left\{|X_k|^2\right\}}} \tag{3}$$

avec,

$$E\left\{|Z_k - X_k|^2\right\} = \int_0^{\infty} |\epsilon\,(r)|^2 f_r\,(r)\ dr, \tag{4}$$

le moment d'ordre deux de l'erreur d'amplitude $|\epsilon\,(r)\,|$ et $E\{|X_k|^2\}$ la puissance moyenne du signal. Étant donné que la distribution des échantillons temporels d'un signal multiporteuse converge vers une distribution gaussienne complexe [5], leur amplitude en valeur absolue suit une distribution Rayleigh dont la densité de probabilité (PDF) s'écrit :

$$f_r\,(r) = \frac{2r}{P_r} e^{-\frac{r^2}{P_r}} \ . \tag{5}$$

Notons que l'amplitude d'un signal OFDM est toujours limitée par précaution à une valeur maximale avant le passage dans les fonctions de prédistorsion et d'amplification. Cette limitation de tension, notée R_{max} dans la suite, n'affecte cependant pas significativement la PDF du signal si elle est choisie suffisamment grande devant l'amplitude moyenne [5]. Cette situation sera prise comme une hypothèse dans la suite.

3 Analyse théorique de l'EVM

Dans cette partie, nous proposons de calculer l'EVM en fonction du facteur de transition b de l'amplificateur, et, lorsqu'il est activé, en fonction du facteur de transition a de la prédistorsion.

3.1 Sans prédistorsion

Tout d'abord, nous traitons le cas de l'EVM sans prédistorsion. Dans ce cas, en utilisant (1), (4) et (5) le moment d'ordre

deux de l'erreur s'exprime comme suit :

$$E\left\{|Z_k - X_k|^2\right\} = \int_0^{R_{\max}} \left| r - \frac{r}{\left(\left(\frac{r}{A}\right)^{2b} + 1\right)^{\frac{1}{2b}}} \right|^2 \frac{2r}{P_r} e^{-\frac{r^2}{P_r}} dr. \tag{6}$$

Posons $u = \frac{r^2}{P_r}$, on obtient maintenant en développant :

$$\begin{aligned} E\left\{|Z_k - X_k|^2\right\} = & \underbrace{\int_0^{\text{PAPR}} P_r u e^{-u} du}_{I_1} \\ & \underbrace{- 2P_r \int_0^{\text{PAPR}} \left(1 + \left(\frac{P_r u}{A^2}\right)^b\right)^{\frac{-1}{2b}} u\, e^{-u} du}_{I_2} \\ & \underbrace{+ P_r \int_0^{\text{PAPR}} \left(1 + \left(\frac{P_r u}{A^2}\right)^b\right)^{\frac{-1}{b}} u\, e^{-u} du,}_{I_3} \end{aligned} \tag{7}$$

où les bornes des intégrales proviennent de la définition du PAPR qui vaut $\frac{R_{max}^2}{P_r}$. Le calcul de I_1 est facilement obtenu par intégration par parties :

$$I_1 = -P_r \left(e^{-\text{PAPR}} (\text{PAPR} + 1) - 1\right). \tag{8}$$

Ensuite, les calculs pour I_2 et I_3 étant similaires, nous présentons ci-après le calcul détaillé de I_2. Tout d'abord, rappelons la formule du binôme généralisé de Newton [6] :

$$(x + y)^\alpha = \sum_{i=0}^{+\infty} \binom{\alpha}{i} x^{\alpha - i} y^i, \tag{9}$$

avec $|x| > |y|$. Ici, nous avons $x = 1$, et $y = \left(\frac{P_r u}{A^2}\right)^b = \left(\frac{r^2}{A^2}\right)^b$. La condition de développement de Newton se traduit donc par $\frac{A^2}{R_{\max}^2} > 1$, ce qui correspond à un recul de puissance (IBO - Input Back-Off) suffisant en entrée de l'amplificateur. Cette situation est en pratique vérifiée pour limiter les distorsions sur le signal. Alors, on peut écrire I_2 comme :

$$I_2 = -2P_r \sum_{i=0}^{+\infty} \binom{\frac{-1}{2b}}{i} \left(\frac{P_r}{A^2}\right)^{bi} \int_0^{\text{PAPR}} u^{bi+1}\, e^{-u} du. \tag{10}$$

La dernière étape consiste à identifier dans (10) la forme intégrale de [7, pp.346], ce qui conduit au résultat :

$$I_2 = -2P_r \sum_{i=0}^{+\infty} \binom{\frac{-1}{2b}}{i} \left(\frac{P_r}{A^2}\right)^{bi} \gamma\left(bi + 2, \text{PAPR}\right). \tag{11}$$

où γ représente la fonction Gamma incomplète. De même pour I_3, nous obtenons :

$$I_3 = P_r \sum_{i=0}^{+\infty} \binom{\frac{-1}{b}}{i} \left(\frac{P_r}{A^2}\right)^{bi} \gamma\left(bi + 2, \text{PAPR}\right). \tag{12}$$

En compilant (8), (11) et (12), l'EVM s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \text{EVM} = & \Bigg[- \left(e^{-\text{PAPR}} (\text{PAPR} + 1) - 1\right) \\ & + \sum_{i=0}^{+\infty} \left[\binom{\frac{-1}{b}}{i} - 2\binom{\frac{-1}{2b}}{i} \right] \left(\frac{P_r}{A^2}\right)^{bi} \gamma\left(bi + 2, \text{PAPR}\right) \Bigg]^{1/2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Finalement, nous obtenons une expression de l'EVM sous la forme d'un développement en série de fonctions Gamma. Il apparait ainsi que l'EVM s'exprime directement en fonction du facteur de transition b et de la puissance de saturation de l'amplificateur A^2, ainsi que du PAPR et de la puissance moyenne P_r du signal OFDM.

3.2 Avec prédistorsion

Passons maintenant au calcul de l'EVM lorsque la prédistorsion est activée. Dans ce cas, la fonction de transfert équivalente combinant la fonction de la prédistorsion et de l'amplification est obtenue à partir de (1) et (2). On obtient :

$$H_{EQ}(r) = \frac{r}{\left(\left(1 - \left(\frac{r}{A}\right)^{2a}\right)^{\frac{b}{a}} + \left(\frac{r}{A}\right)^{2b}\right)^{\frac{1}{2b}}}. \tag{14}$$

Cette fonction peut être utilisée pour obtenir le moment d'ordre deux de l'erreur en suivant la même approche qu'à l'équation (6). Après développement, nous obtenons :

$$\begin{aligned} E\left\{|Z_k - X_k|^2\right\} = & \underbrace{\int_0^{\text{PAPR}} P_r\, u\, e^{-u} du}_{I_4} \\ & \underbrace{-2 \int_0^{\text{PAPR}} \left(\left(1 - \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^a\right)^{\frac{b}{a}} + \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^b\right)^{\frac{-1}{2b}} uP_r e^{-u} du}_{I_5} \\ & \underbrace{\int_0^{\text{PAPR}} \left(\left(1 - \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^a\right)^{\frac{b}{a}} + \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^b\right)^{\frac{-1}{b}} uP_r e^{-u} du,}_{I_6} \end{aligned} \tag{15}$$

En comparant (7) et (15), notons que $I_4 = I_1$. Quant à I_5 et I_6, elles peuvent de nouveau être calculées en appliquant la formule du binôme généralisé de Newton, avec $x = \left(1 - \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^a\right)^{\frac{b}{a}}$ et $y = \left(\frac{uP_r}{A^2}\right)^b$. La condition $|x| > |y|$ implique alors d'avoir $\left(\frac{A^2}{R_{\max}^2}\right) > 2^{1/a}$, ce qui correspond encore une fois à un IBO suffisant, soit $P_r < A^2 - \left[\frac{3}{a}\right]_{dB}$. Sous cette hypothèse, les intégrales I_5 et I_6 sont alors facilement calculables en vertu de [7, pp.346]. Tous calculs faits, nous obtenons l'expression

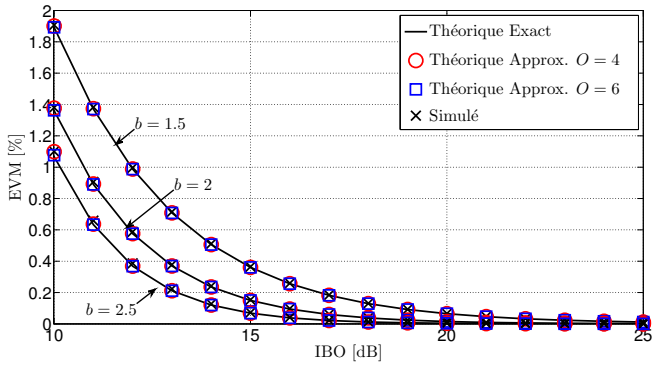

FIGURE 2 – EVM exacte, approximée et simulée d'un signal OFDM sans prédistorsion

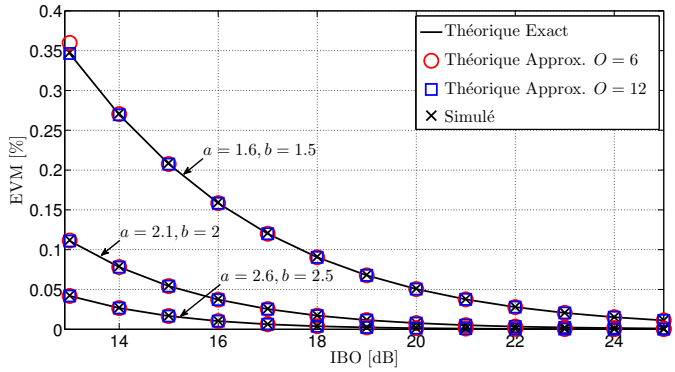

FIGURE 3 – EVM exacte, approximée et simulée d'un signal OFDM avec prédistorsion

suivante de l'EVM :

$$EVM = \Bigg[- \left(e^{-\text{PAPR}} (\text{PAPR} + 1) - 1\right) \tag{16}$$
$$+ \sum_{i=0}^{+\infty} \left[\binom{\frac{-1}{b}}{i} - 2 \binom{\frac{-1}{2b}}{i} \right] \sum_{j=0}^{+\infty} \binom{\frac{-b}{a}\left(\frac{1}{2b} + i\right)}{j}$$
$$\times \left(\frac{P_r}{A^2}\right)^{aj+bi} \cdot (-1)^j \, \gamma\left(aj + bi + 2, \text{PAPR}\right) \Bigg]^{1/2}.$$

Comme dans le cas sans prédistorsion, l'EVM est exprimée comme un développement en série de fonctions Gamma. Notons qu'il dépend maintenant des deux paramètres a et b correspondant au facteur de transition de la prédistorsion et de l'amplificateur de puissance.

4 Résultats de simulation

Dans cette partie nous comparons les résultats de l'EVM théorique exacte donnée par (3), l'EVM théorique approximée donnée par (13) et (16) en limitant la série à un ordre $\mathcal{O}$ donné, et l'EVM simulée numériquement à partir de véritables signaux OFDM. Les deux cas, sans et avec prédistorsion, sont étudiés. Pour les simulations, on considère 10^6 symboles OFDM générés aléatoirement et comprenant 1024 sous-porteuses cmodulées avec une constellation de type 16-QAM. Par ailleurs, le PAPR des signaux est fixé à 10 dB au maximum par limitation de l'amplitude à R_{max}, comme évoqué précédemment.

Les Figures 2 et 3 donnent les variations des différentes mesures d'EVM pour différents facteurs de transition a et b, respectivement sans et avec prédistorsion. Les courbes sont données en fonction de l'IBO. Notons que comme ce qui est couramment pratiqué en situation réelle, l'IBO appliqué au signal d'entrée reste supérieur à 10 dB (soit le PAPR maximal) afin d'éviter la saturation complète de l'amplificateur.

Une première analyse des courbes montre que le modèle théorique basé sur la distribution de Rayleigh est parfaitement fidèle aux simulations OFDM. Ensuite, on constate que les résultats de l'EVM théorique approximée proposée dans cet article correspondent parfaitement aux résultats sans approximation pour un ordre $\mathcal{O}$ raisonnable. Sans prédistorsion, (cf. Figure 2) la correspondance est très bonne dès $\mathcal{O} = 4$. Avec prédistorsion, (cf. Figure 3), une précision suffisante est obtenue pour $\mathcal{O} = 6$. Les développements effectués dans cet article donnant une expression analytique de l'EVM sont donc validés.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé des expressions analytiques de l'EVM des signaux OFDM distordus par les non-linéarités d'un amplificateur de puissance, avec prise en compte d'une fonction de prédistorsion. Les expressions fournies prennent la forme de développements en série de fonctions Gamma et dépendent directement des facteurs de transition de l'amplificateur et de la prédistorsion. Nous avons montré par des simulations que les expressions proposées présentent une très bonne précision même en limitant la série à un ordre de 4. Les analyses théoriques proposées ont pour vocation à être utilisées pour optimiser l'efficacité et la linéarité des émetteurs au sein des réseaux de radiodiffusion ou des réseaux cellulaires.

Références

[1] "IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks, Part 16, Amendment 2," *IEEE Std 802.16e*, 2005.

[2] O. A. Gouba and Y. Louet, "Theoretical analysis of the trade-off between efficiency and linearity of the high power amplifier in ofdm context," in *18th EW. Conf.*, 2012.

[3] O. Gouba and Y. Louet, "Predistortion performance considering peak to average power ratio reduction in OFDM context," in *In Proc. WCNC, 2012 IEEE*, April 2012.

[4] P. Eskelinen, "High-linearity RF amplifier design," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*, no. 10, Oct 2001.

[5] P. Banelli, G. Leus, and G. Giannakis, "Bayesian Estimation of Clipped Gaussian Processes with Application to OFDM," in *Proc. EUSIPCO 2002*.

[6] J. L. Coolidge, "The story of the binomial theorem," *The American Mathematical Monthly*, 1949.

[7] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*, 7th ed. Elsevier, 2007.