



**HAL**  
open science

## Proposition d'une théorie pour la CEM

Olivier Maurice, P Durand, Alain Reineix, François Dubois

► **To cite this version:**

Olivier Maurice, P Durand, Alain Reineix, François Dubois. Proposition d'une théorie pour la CEM. CEM2014, Jul 2014, Clermont Ferrand, France. hal-01254213

**HAL Id: hal-01254213**

**<https://hal.science/hal-01254213v1>**

Submitted on 11 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## PROPOSITION D'UNE THEORIE POUR LA CEM

O.Maurice<sup>1</sup>, P.Durand<sup>2</sup>, A.Reineix<sup>3</sup>, F.Dubois<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Gerac, 3 avenue Jean d'Alembert 78190 Trappes. [olivier.maurice@gerac.com](mailto:olivier.maurice@gerac.com)

<sup>2</sup>CNAM, 292 avenue Henri Martin 75000 Paris. [philippe.durand@cnam.fr](mailto:philippe.durand@cnam.fr), [francois.dubois@cnam.fr](mailto:francois.dubois@cnam.fr)  
<sup>3</sup>Xlim, 123 avenue Albert Thomas, 87000 Limoges. [alain.reineix@xlim.fr](mailto:alain.reineix@xlim.fr)

**Résumé.** Le formalisme imaginé et proposé par Gabriel Kron a certes engendré par la suite la méthode du même nom, mais permet avant tout de théoriser de nombreux domaines de la physique. Elle en résout rien en elle-même, contrairement à ce que le terme « méthode » pourrait faire penser. Mais permet d'établir l'équation tensorielle d'un système. Cet aspect, peu ou pas connu dans la communauté de la CEM a pourtant donné lieu à de très nombreux travaux scientifiques de hautes volées dans des communautés de physiciens dont entre autre la « Japanese Tensor Society ». 4 volumes de 1000 pages en moyenne portant sur l'application de l'analyse tensorielle des réseaux à des domaines aussi variés que la modélisation de processus phonétiques, celle des cristaux, des déformations inélastiques, de la vision, etc. [1]. On peut profiter de l'ensemble de ces travaux pour développer une théorie adaptée au métier de la CEM. Evidemment, une théorie ne peut être présentée de façon exhaustive en un article. Nous évoquons ici simplement ses points principaux et donnons les pistes et références qui permettront à ceux qui le désirent d'en aborder les détails.

### I. INTRODUCTION

Dans la conception d'un système on a besoin en phase amont de faire des choix majeurs pour la suite de son développement. Il peut s'agir de choix mécaniques, choix de stratégies de blindages, etc. Pour faire ces choix sur des objets qui n'existent pas encore sous forme virtuelle, il est nécessaire de disposer d'une théorie qui aide à leurs réalisations. Suite aux nombreux travaux effectués sur l'usage de l'analyse tensorielle des réseaux pour la CEM (par exemple [2][3],[4]) on est en mesure aujourd'hui de proposer une telle théorie. L'objet de ce papier est d'en présenter les grandes lignes.

### II. RAPPEL SUR LA NOTION DE THÉORIE

Une théorie [5][6] est un ensemble d'explications, de notions ou d'idées sur un sujet précis pouvant inclure des lois, des hypothèses, induites par l'accumulation de faits prouvés par l'observation ou l'expérience (source Wikipédia). Il s'agit bien ici, sur la base de l'accumulation de comparaisons entre des expressions construites sous le formalisme de l'analyse tensorielle des réseaux et des résultats de mesures de proposer un

ensemble de lois, règles sous des hypothèses formulées comme théorie pour la CEM.

### III. DÉFINITIONS DE BASE

Trois définitions doivent être données d'entrée pour pouvoir parler de modélisation en CEM :

- Un système est un agencement d'éléments (composants) qui assure une fonction (biologique, sociale). Un système peut être embarqué dans un autre système et est au minimum autonome au sens faible (avec apport d'énergie par une alimentation externe ou embarquée par stockage). Au sens fort cette autonomie implique la reproduction et une pensée, une stratégie d'existence [7] ;
- On parle de changement d'échelle lorsqu'une équation physique associée à un élément d'un système doit être modifiée pour traduire les évolutions de cet élément, et que l'on ne peut plus se contenter de reparamétrer cette équation (par exemple si l'on raccourcit une ligne il arrive un moment où l'équation des lignes ne s'applique plus, la hauteur entre âme et blindage devenant plus grande que la longueur du tronçon modélisé) [8].
- Un domaine est un ensemble d'hypothèses et de conditions pour qu'y soit applicable une équation d'un modèle. Un point de fonctionnement d'un élément se déplace dans un espace multi-paramétré avec des transitions continues entre domaines lorsque évoluent les conditions expérimentales [9].

### IV. HYPOTHÈSES – POSTULATS

- La puissance est l'invariant (ou le débit d'énergie). Quelle que soit l'échelle ou le référentiel de travail, la puissance développée ou consommée par un système est indépendante du choix de description de ce système [10] ;
- Un système ne peut être simultanément décrit comme assemblage d'éléments appartenant à des référentiels différents [11] ;
- L'évolution d'un système respecte les lois de l'entropie de l'information et de la thermodynamique ;

- On suppose le système comme ayant un comportement qui s'inscrit avec un incertain raisonnable dans le cadre des lois physiques connues à l'époque de sa modélisation.

## V. ELÉMENTS FONDAMENTAUX

La théorie proposée se base sur plusieurs concepts fondamentaux :

1. le problème physique réel est projeté sur une topologie cellulaire (graphe) comme autant de variétés bornées, orientées rattachées aux champs confinés et complété d'un espace continu infini rattaché aux rayonnements de Poynting ;
2. la métrique dont on se dote sur la topologie choisie est non linéaire et définie sur des domaines paramétrés ;
3. l'invariant est la puissance totale, incluant la puissance transportée par le champ électromagnétique.
4. l'équation tensorielle finale la plus générale du problème est exprimée dans l'espace complet des mailles et paire de nœuds.

## VI. PROJECTION DU PROBLÈME RÉEL SUR DES TOPOLOGIES CELLULAIRES ET CONTINUES INTRICUÉES

La théorie d'appuie sur le fait que l'on admet être capable de représenter les échanges d'énergie du monde réel sous la forme d'un graphe d'une topologie cellulaire. Les éléments de cette topologie sont abstraits mais portent les fonctions décrivant les propriétés physiques de portions bornées, orientées, du monde réel. Cette opération est faite naturellement par les électroniciens qui associent une résistance à une branche avec un symbole dans un outil comme SPICE. De même, les maillages déduits des représentations des logiciels de CAO en mécanique n'échappent pas à cette opération où l'on découpe le monde en portions identifiées de propriétés connues. Ces découpages semblent de bon sens mais la démonstration de leur bien fondé n'est pas triviale. La diakoptique de Kron et la démarche proposée ici dans cette théorie permettent au moins d'étudier l'impact des choix de découpages effectués.

### VI.1. Synthèse rapide du processus de projection

La projection du monde réel sur un graphe cellulaire passe par la définition d'un ensemble de complexes cellulaires  $T^\infty$  fait de sommets  $s \in T^0$ , de branches  $a \in T^1$  et de faces  $f \in T^2$ . On peut associer des vecteurs à chacun de ces objets géométriques et leurs bases :  $|s\rangle$  pour les sommets,  $|a\rangle$  pour les branches et  $|f\rangle$  pour les faces [12]. On note  $T_j$  l'espace vectoriel engendré par les vecteurs géométriques :  $T_j = \{\sum_{\sigma \in T^j} \alpha_\sigma |\sigma\rangle, \alpha_\sigma \in \mathbb{R}, \mathbb{C}\}, j \in \mathbb{N}$ .

On introduit ensuite l'opérateur de bord  $\partial$ . Il correspond à la notion intuitive de bord (le bord d'un segment est une

paire de nœuds) et a été très étudié par Whitney [1]. Cet opérateur nous permet de relier des éléments de  $T$  de dimensions différentes. Entre autre on peut relier les paires de nœuds aux branches par l'incidence  $B$  :

$$\partial|a\rangle = \sum_{s \in T^0} B_a^s |s\rangle \quad (1)$$

Dans l'analyse tensorielle des réseaux de Gabriel Kron, on considère un courant électrique  $i$  comme un élément  $|i\rangle$  de l'espace  $T_1$ . Sur chaque branche  $k$  le courant a une composante  $i^k$  telle que :

$$|i\rangle = \sum_{k \in T^1} i^k |k\rangle \quad (2)$$

Ce courant est généralisé en débit de température, charges ou masses suivant les physique (thermique, mécanique, hydraulique, etc.).

Dans les expériences de caractérisation où l'on vient mesurer ces débits en fonction de stimuli appliqués, on utilise pour ces stimuli une grandeur scalaire comme la tension, la pression, la force, etc. Le départ des réflexions de Kron a été de voir en ces grandeurs les deux des débits et de là utiliser toute la puissance de l'algèbre tensorielle pour décrire ces expériences et les constructions de systèmes. Cette intuition géniale situe la « méthode de Kron » en dehors de toute autre méthode exceptée peut-être celle des « bond-graph » avec laquelle elle peut d'ailleurs échanger de nombreux principes. La méthode de Kron n'est pas comparable aux méthodes PEEC, BLT, aux schémas numériques des éléments finis, différences finies, etc., parce qu'elle est stricto-sensu *l'application de l'analyse tensorielle aux réseaux*. On peut de fait réécrire les expressions de la méthode PEEC, de la BLT, etc. sous le formalisme de Kron. Et c'est parce qu'elle se situe en amont des méthodes appliquées qu'elle peut prétendre être une voie possible à l'écriture d'une théorie pour la CEM.

On définit alors un dual en écrivant qu'à chaque sommet  $\langle s|$  est associé un potentiel  $V_s$ . Avec l'ensemble de ces nombres on peut construire le potentiel  $V$  tel que :

$$\langle V| = \sum_{s \in T^0} V_s \langle s| \quad (3)$$

Cet espace dual permet d'exprimer la première loi de Kirchhoff ou loi des nœuds sous la forme [13][14] :

$$\langle V|\partial i\rangle = 0, \forall V \in T_0^*, \forall i \in T^1 \quad (4)$$

L'ensemble des cochaines de degré 0 est noté  $T_0^*$ .

Pour retrouver la seconde loi de Kirchhoff on doit décrire l'espace des mailles. Cette description passe par l'opérateur de co-bord. L'opérateur de bord est un opérateur de  $T_j$  vers  $T_{j-1}$  alors que l'opérateur de co-bord renvoie de  $T_j$  vers  $T_{j+1}$ . Il va donc permettre d'engendrer une incidence entre les branches et les bords de faces. Pour chaque branche  $a$  on introduit la différence de potentiels  $U_a$  en fonction des potentiels aux nœuds  $V_s$  via l'incidence  $B$  :

$$U_a = \sum_{s \in T^0} B_a^s V_s \quad (5)$$

Par l'opérateur de co-bord on peut alors écrire :

$$\partial^0 V = \sum_{a \in T^1} U_a \langle a | \quad (6)$$

Déduisant de la relation (4)  $\langle \partial^0 V | i \rangle = 0$ , on utilise cette relation pour écrire avec (6) et un contour fermé  $\zeta$  avec  $i = i_0 \sum_{a \in T^1} |a\rangle$  :

$$\langle \partial^0 V | i \rangle = i_0 \sum_{a \in T^1} \sum_{b \in \zeta} \langle a | b \rangle = i_0 \sum_{a \in T^1} U_a = 0 \quad (7)$$

C'est la seconde loi de Kirchhoff suivant laquelle la somme des différences de potentiels le long d'un parcours fermé est nulle.

## VII. ESPACE DES PAIRES DE NŒUDS ET ARBRE COUVRANT

On peut définir un arbre couvrant  $A$  dans le réseau, qui ne comporte aucun cycle (maille) [15]. Les courants peuvent alors être déclinés en fonction des vecteurs de l'arbre couvrant plus les bords de faces. Soit :

$$|i\rangle = \sum_{f \in T^2} \beta_f \partial |f\rangle + \sum_{\alpha \in A} \theta_f | \alpha \rangle \quad (8)$$

Les premier et deuxième termes correspondent aux courants de mailles et de paire de nœuds dans la terminologie de Kron. La formule (8) donne alors l'expression des courants dans « l'espace complet » de Kron. On note que sous la condition d'avoir les coefficients  $\theta_f = 0$ , les courants respectent la loi de Kirchhoff. Transposé aux équations de Maxwell, on peut montrer que les courants de maille respectent la nullité de la divergence, mais que les courants de paires de nœuds correspondent aux variations de charges induites définissent cette divergence et donnent l'équation de conservation de la charge.

Intéressons nous au premier terme. Il fait clairement apparaître le flux magnétique :  $\phi = \sum_{f \in T^2} \beta_f |f\rangle$ . Ce flux doit avoir son dual qui s'avère être la force électromotrice. On peut définir ensuite un opérateur de dissipation  $W$  donné par :  $W = \langle e | \phi \rangle$ . La forme quadratique  $W$  engendre une application linéaire  $\xi$  telle que :  $\phi \rightarrow \xi \phi$  avec  $\langle \xi \phi | \phi \rangle = W$ . Alors le courant peut être obtenu par :  $i = \partial \xi^{-1} e$  d'où se déduit l'équation tensorielle de Kron :  $e_\mu = z_{\mu\nu} i^\nu$ .

## VIII. TENFOLD

Des présentations précédentes on comprend qu'un système est décrit par un graphe, lui-même étant un ensemble d'éléments d'un complexe cellulaire. Le système étudié se retrouve sous la forme d'un graphe défini par les incidences entre ses éléments [12]. Le groupe de ces incidences est donc un premier terme d'un modèle de système. Le second est forcément l'opérateur de dissipation qui contient les propriétés du système et qui relie l'espace et son dual. Le troisième terme est

constitué des sources d'énergie intrinsèques ou extrinsèques. On peut par le biais de l'ensemble de ces trois termes définir complètement un système. C'est le sens des « tenfold » imaginés. Ce sont des listes qui regroupent topologie (matrices d'incidences), métrique (opérateur de dissipation) et sources (covecteur des énergies). On note un tenfold avec un brève en accent. Soit le tenfold  $\tilde{u}$ , on a :

$$\tilde{u} = (T, g, E) \quad (9)$$

## IX. TRANSFORMATIONS D'UN SYSTÈME ET DIAKOPTIQUE

A partir d'éléments primitifs (un éléments primitif est un système élémentaire ou un composant potentiel, caractérisé), la construction d'un système se résume à un ensemble de transformations apportées aux incidences ou métriques. On peut créer un transformateur qui est une liste de transformations appliquées aux termes d'un tenfold. Soit la liste  $\check{t} = (m, n, p)$  on admet l'algèbre suivant laquelle :  $\check{t} \cdot \tilde{u} = (m, T, n, g, n, p, E)$ . Ces transformations permettent de réaliser des modifications dans les graphes en reliant des branches, couplant des branches ou des mailles, etc. Ces opérations traduisent la construction d'un système par agencement de ses composants. On dispose aujourd'hui de tout un bestiaire de transformations pour traduire toutes les opérations rencontrées dans la construction des systèmes [16].

L'évolution du système au cours de sa vie peut alors être tracée sur un arbre où les différentes transformations possibles sont projetées sur des jonctions reliées par des liens. La figure 1 montre un tel arbre.

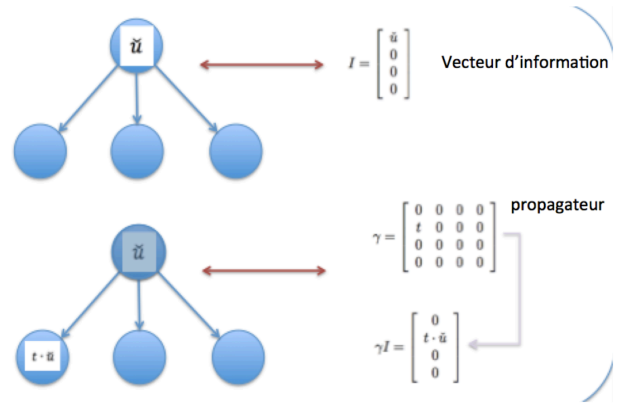


Figure 1

Cet arbre appelé arbre de Kuhn en théorie des jeux [17] est relié à un vecteur d'information qui comprend autant de composantes qu'il y a de jonctions. Les composantes sont de fait les différents états du système au cours de ses transformations. A ce vecteur on applique un « propagateur » qui va porter les transformateurs appliqués aux tenfold du vecteur d'information. Ainsi, l'application multiple d'un propagateur conduit à l'état final d'un tenfold qui aura suivi une certaine succession de transformations dans une hypothèse d'évolution

possible. On peut ensuite pondérer les transformations de probabilités de réalisation pour se raccrocher à la théorie des jeux qui va donner à la méthode la capacité à modéliser des évolutions suivant différents comportements ou profils psychologiques. Les probabilités deviennent bayésiennes et dépendent des performances d'un état à un moment précédent. Nous allons voir que ce mécanisme nous permet de proposer une loi de la CEM au sens fort. Les notions précédentes permettent d'énoncer notre proposition de théorie. Le détail de ces éléments est disponible dans les références citées. Et pour commencer l'énoncé de cette théorie, on débute par des définitions des systèmes et leurs évolutions.

## X. CONSTRUCTION, ÉVOLUTION ET VIE DES SYSTÈMES

*Définition* : un élément est un tenfold. Un système ou une partie d'un système S se construit en deux temps :

1. somme directe des éléments du tenfold ( $S_1 \oplus S_2 \oplus \dots$ );
2. transformations pour ajouter les interactions dans le système ( $\check{t} \cdot (\bigoplus_i \check{u}_i)$ ).

Ces deux étapes peuvent se succéder à l'infini.

$$S = \check{t}_1 \cdot (\bigoplus_i \check{u}_i) + \check{t}_2 \cdot (\bigoplus_j \check{u}_j) + \dots \quad (10)$$

*Axiome 1* : un système original, une fois constitué a une probabilité d'existence de 1 (information complète). Ses évolutions vers différents états sont pondérées par des probabilités de réalisations.

*Axiome 2* : une gamma matrice est un propagateur qui contient pour partie les transformateurs  $t_{ik}$  transformant les tenfolds d'un état i vers un état k, et les probabilités  $p_{ik}$  pour qu'un tenfold aille de l'état i vers l'état k,  $\gamma \supset t_{ik}, p_{ik}$ .

*Définition* : la vie (mission) d'un système se traduit par l'application successive de propagateurs à un tenfold d'origine et une information complète de départ. La perturbation d'un système est une certaine transformation appliquée au cours de sa mission, dans des conditions d'environnement particulières. A un instant B, un tenfold (un système) est le résultat de n produits au cours des n instants précédents par un propagateur appliqué à un tenfold à l'instant de départ considéré A. Soit :

$$\check{u}_B = \gamma_{B,B-1} \gamma_{B-1,B-2} \dots \gamma_{B-N,A} \check{u}_A \quad (11)$$

## XI. CHANGEMENT D'ÉCHELLE EN CEM

Les modèles développés pour un système, donc le tenfold le sont à une échelle donnée pour chacun des domaines couverts par les fonctions de l'opérateur de dissipation (métrique au sens généralisé). On parle de changement d'échelle lorsque les lois utilisées dans les fonctions de l'opérateur de dissipation ne sont plus invariantes dans

leurs formes (par exemple on passe de la mécanique classique à la mécanique quantique). Dans le cadre de la CEM on étudie l'évolution des systèmes à une échelle donnée, sans changement d'échelles possible pendant l'évolution étudiée. Cela implique que les transformations appliquées sont bornées dans leurs actions.

## XII. ENVIRONNEMENT ET INTERACTIONS

Règle : en CEM un environnement radiatif n'agit que la composante de sources des tenfold soumis au rayonnement. Les transformations liées à l'environnement ne s'applique qu'au covecteur des sources. Elles enrichissent les termes d'énergie extrinsèque.

Les interactions sont classées en 5 familles :

1. interactions par diffusions ;
2. ondes guidées ;
3. champ proche ;
4. champ rayonné ;
5. particulières.

On va décrire chacune de ces interactions telle qu'elle est traduite dans la topologie cellulaire complétée des cordes.

### XII.1. Interaction par diffusion

Une interaction par diffusion correspond à un rajout de branche d'impédance réelle ou imaginaire négative. Ces interactions sont communément appelées « par impédance commune » ou « capacitive » dans la communauté de la CEM.

### XII.2. Interaction par ondes guidées

Une interaction par ondes guidées se modélise par une corde de Branin entre deux branches. Cette interaction couvre les couplages par diaphonie dans les harnais, où les échanges d'énergie par modes du champ dans des structures de guides [2].

### XII.3. Interaction de champ proche

Dans les expressions des champs on trouve des termes en inverse de la distance et d'autres qui sont des puissances de ces inverses. Ces deuxièmes sont les termes de champ proche. Les interactions électrostatiques (capacitives) sont prises en charge par l'ajout de branches. Mais les interactions magnétostatiques ou transverses en  $\frac{1}{r^n}$  sont prises en charge par des cordes dédiées. Une autre particularité des interactions de champ proche et qu'elles n'engendrent pas de pertes par rayonnement [18].

### XII.4. Interactions de champ lointain

Au contraire des interactions de champ proche, les interactions de champ lointain engendrent des pertes par rayonnement. De plus, leurs champs évoluent avec la distance suivant une loi en  $\frac{1}{r}$ . Elles sont complètement modélisées par une connexion entre l'espace des mailles et l'espace des moments.

## XII.5. Interactions particulières

Il peut s'agir de termes sources en courant provenant de l'environnement (courants de paires de nœuds) [16].

## XIII. LOI DE LA CEM EN VERSION FAIBLE

Imaginons un ensemble de sources rayonnées ( $e_\mu$ ) et particulières ( $J^\nu$ ) appliquées sur un système d'opérateur de dissipation ou métrique  $g$  (et son inverse  $y$ ). Les courants induits  $k$  dans le système sont donnés par l'équation tensorielle :

$$k^\nu = y^{\nu\mu}(e_\mu - g_{\mu\nu}J^\nu) \quad (12)$$

Ces courants développent une puissance utile  $R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$ . On peut comparer cette puissance transmise à une valeur de seuil  $S$ . Alors en associant le risque  $\mathcal{R}(n)$  à une proportion de ce ratio, on trouve :

$$\mathcal{R}(n) = \alpha \left\{ \frac{R_{\mu\nu}[y^{\mu\sigma}(e_\sigma - g_{\sigma\beta}J^\beta)][y^{\nu\zeta}(e_\zeta - g_{\zeta\xi}J^\xi)]}{S(n)} \right\} \quad (13)$$

En négligeant les particules on peut ramener cette expression à une forme :

$$\mathcal{R}(n) = \alpha \left\{ \frac{R_{\mu\nu}y^{\mu\sigma}y^{\nu\zeta}e_\sigma e_\zeta}{S(n)} \right\} = \alpha \left\{ \frac{T_{\sigma\zeta}F^{\sigma\zeta}}{S(n)} \right\} \quad (14)$$

Le terme  $T$  regroupe les sources d'énergie couplées,  $F$  est une admittance de transfert et  $S$  le seuil de la fonction  $n$ . C'est un seuil dont la fonction n'est pas triviale et résulte d'analyses sur l'état perturbé, les composants concernés, et le lien entre opérationnel et électronique, etc. Le résultat est le risque de perturber la fonction  $n$  pour l'environnement  $T$ . Le défaut de cette première expression, même si elle répond bien à l'attendu et au bon sens est de ne pas prendre en compte les aspects incertains (quelle que soit leurs provenances). On peut certes associer une enveloppe d'incertitudes aux composantes de  $F$  ou de  $T$  ou  $S$ , mais ces incertitudes ne jouent que sur des intervalles de valeurs des paramètres des fonctions de ces objets. La topologie reste ici fixée, ce qui impose la non destruction de composants (même si des non linéarités sont considérées, la destruction d'un élément de la topologie n'est pas rigoureusement possible). Enfin si l'on veut considérer des systèmes complexes, cette expression uniquement matérielle ne peut intégrer du facteur humain.

## XIV. LOI DE LA CEM EN VERSION FORTE

La méthode appelée « xTAN » couplant théorie des jeux et analyse tensorielle des réseaux permet de manipuler des topologies qui évoluent suivant des environnements, des choix d'acteurs variés, ces choix étant pondérés des probabilités de les réaliser. Le risque de perturbation d'un système devient la probabilité d'avoir une observable d'un système supérieure à un critère donné sachant que ce

système aura suivi une histoire identifiée. Le risque s'exprime alors directement en fonction d'une probabilité bayésienne. On écrit :

$$\mathcal{R}(n) = P(S(\check{u}_B) > S_0(\check{u}_B) | \gamma_{B,B-1} \gamma_{B-1,B-2} \dots \gamma_{B-N,A} \check{u}_A) \quad (15)$$

## XV. EXEMPLE SIMPLE D'USAGE

On désire montrer ici comment la théorie peut être exploitée sur deux cas illustratifs et comment, même dans ces cas élémentaires, elle permet de poser les problèmes et de déterminer des conditions particulières sous des hypothèses clairement fixées pour envisager de premières voies de résolutions.

### XV.1. Analyse théorique au niveau matériel

Considérons un système de métrique  $g$ . Ce système est pourvu de nombreux câbles blindés. Pour mettre en évidence ces blindages on peut séparer la métrique en deux termes, considérant que le couplage via un blindage s'écrit comme l'induction d'une fém dans un domaine interne et se traduit par une impédance de couplage appelée impédance de transfert  $V = Z_T i$ . Ce couplage n'est pas symétrique. On peut alors ne retenir dans la métrique  $g$  que les seules composantes qui renvoient aux charges dans le domaine interne. Les couplages avec le domaine externe sont des « cordes » asymétriques (nous détaillerons les propriétés des cordes dans le papier final). On coupe les cordes pour calculer les contraintes reportées en interne, ce qui s'écrit :

$$E_\mu = g_{\mu\nu}k^\nu \rightarrow m_{\sigma\alpha}J^\alpha = z_{\sigma\beta}k^\beta \quad (16)$$

Le tenseur  $m$  prenant en charge les propriétés des blindages et la transmission depuis les courants induits par le champ  $J$  vers le domaine interne (à l'échelle du système). On peut alors exprimer :

$$\frac{\partial k^\beta}{\partial m_{\sigma\alpha}} = \frac{\partial}{\partial m_{\sigma\alpha}} \{ y^{\beta\sigma} m_{\sigma\alpha} J^\alpha \} \quad (17)$$

D'où l'on déduit :

$$\frac{\partial k^\beta}{\partial m_{\sigma\alpha}} = \frac{\partial y^{\beta\sigma}}{\partial m_{\sigma\alpha}} m_{\sigma\alpha} J^\alpha + y^{\beta\sigma} J^\alpha + y^{\beta\sigma} m_{\sigma\alpha} \frac{\partial J^\alpha}{\partial m_{\sigma\alpha}} \quad (18)$$

Le premier terme est nul si la modification des blindages n'influe pas sur les impédances du domaine interne. Le second terme n'est jamais nul et le troisième terme est nul si les courants sources ne dépendent pas de la modification des blindages. Sous ces conditions la variation de courant induit en fonction de la qualité de blindage s'exprime en fonction de l'admittance du système multiplié par le champ source.

### XV.2. Analyse d'un système complexe

Un système a durée de vie courte mais fortes contraintes électromagnétiques et mécaniques peut suivre différentes

trajectoires en fonction de paramètres d'environnement. Ce système est autonome mais la tension de batterie décroît avec le temps. De fortes expositions radiatives sont susceptibles de dégrader le fonctionnement d'un composant et de perturber l'électronique de pilotage. Pour atteindre un objectif, le système a le choix entre des trajectoires très directes mais aux contraintes les plus fortes et des trajectoires indirectes plus longues mais moins contraintes. On comprend que le risque sur le trajet le plus court va être associé à une exposition augmentée mais une durée inférieure, donc une charge de batterie mieux maintenue. On se demande qu'elle est la meilleure stratégie de trajectoire ? La méthode xTAN va permettre de formuler le problème. Le système  $\tilde{u} = (T, g, [J, e])$  a une topologie T, une métrique g est des sources extrinsèques J, intrinsèque e (batterie). L'information de départ est complète (I=1). On se dote d'un propagateur  $\gamma_k$  pour le trajet k :

$$\gamma_k = ((1, A, [1; N])/AgA : L_T \rightarrow L'_T = \alpha L_T, \alpha > 1; [E, e][1; N] = [E, Ne], N < 1) \quad (18)$$

$\alpha$  et N dépendent du trajet k et participent à la définition de  $\gamma_k$ .  $L_T$  est une admittance de sensibilité au rayonnement radiatif. Le risque de ne pas remplir la mission, c'est à dire de s'approcher assez de la cible à atteindre est :

$$\mathcal{R} = P(L_T J > v_s | \gamma_k(\tilde{u}, I)) \quad (19)$$

$v_s$  est une tension seuil de vulnérabilité. On peut explorer différents trajets et chiffrer  $\mathcal{R}$  pour extraire une espérance de gain pour chaque famille de trajectoires (qui définissent un comportement du système). Mais on peut aussi faire un plan d'expérience pour déterminer lequel des deux paramètres  $L_T$  ou N est le plus influent et de là, durcir éventuellement le système sur ce paramètre pour augmenter la performance. Or on a pour ce problème un effet combiné, c'est à dire que la sensibilité radiative est accrue par la chute de tension. On a montré dans un cas similaire que finalement le groupe de trajectoires directes reste le plus intéressant pour cette mission. Cette détermination serait possible ici parce que d'une part l'analyse tensorielle des réseaux permet le calcul de l'effet combiné ions lourds – CEM et parce que la méthode xTAN donne toute la mécanique mathématique pour formuler le problème complet de façon efficiente (entre autre élaborer un plan d'expérience de temps de calcul rapide par exploitation des formulations analytiques des composantes de l'opérateur de dissipation). La théorie présentée a fixé l'expression du risque qui est une application d'une définition proposée dans cette théorie. Elle donne par ailleurs toutes les équations validées dans de nombreux cas aujourd'hui pour traduire les évolutions du système réel dans un environnement défini, et sous les postulats de cette même théorie.

## XVI. CONCLUSION

L'ATR permet d'aborder l'analyse théorique de systèmes et de leurs variations en fonction d'hypothèses génériques. Cette capacité permet de justifier de choix globaux ou locaux avant d'aborder la définition précise des composantes d'un système en phase amont de la conception.

## XVII. RÉFÉRENCES

- [1] Kondō, K. (1968). *RAAG memoirs of the unifying study of basic problems in engineering and physical sciences by means of geometry* (Vol. 4). Gakujutsu Bunken Fukyu-kai [Association for Science Documents Information].
- [2] EL-FELLOUS, K., Reineix, A., Maurice, O., Andrieu, G., & Hoffmann, P. (2008, May). étude de la pénétration du champ dans une cavité: du développement modal vers la modélisation circuit-méthode de kron. *URSI-France JS08* (pp. 176-178).
- [3] Maurice, O., Reineix, A., Durand, P., & Dubois, F. (2012). On mathematical definition of chords between networks. *European electromagnetics, EuroEM 2012*.
- [4] Durand, P., Maurice, O., & Reineix, A. (2013). Generalized Interaction Principle Implemented in the Kron's Method. In *Proceedings of the World Congress on Engineering* (Vol. 1).
- [5] Duhem, P. M. M. (1908). *Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée*. A. Hermann.
- [6] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie>
- [7] Cohen, D. K. (1995). What is the system in systemic reform?. *Educational Researcher*, 11-31.
- [8] Nottale, L. (1993). *Fractal space-time and microphysics: towards a theory of scale relativity*. World Scientific.
- [9] Maurice, O. (2012, March). Journée AREMIF 2012: Simulation et Complexité, notions et méthodes. In *Journée AREMIF 2012: simulation électromagnétique et complexité: avancées et défis*.
- [10] Barrett, T. W. (1991). Tesla's nonlinear oscillator-shuttle-circuit (OSC) theory. In *Annales de la Fondation Louis de Broglie* (Vol. 16, No. 1, pp. 23-41).
- [11] DURAND, Daniel. *La systématique*. Puf, 1979.
- [12] O.Maurice, « introduction d'une théorie des jeux dans des topologies dynamiques ». Thèse de doctorat, école de l'université Xlim, Septembre 2013.
- [13] HAPP, Harvey H. et UNDRILL, J. M. Diakoptics and networks. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 1971, vol. 1, no 4.
- [14] Rapetti, F., Dubois, F., Bossavit, A., *Discret vector potentials for non-simply connected three-dimensional domains*, SIAM journal on numerical analysis, Vol. 41, issue 4. pp. 1505-1527, 2003.
- [15] A.Kaufmann, « Mise en équation et résolution des réseaux électriques par la méthode tensorielle ». Thèse de l'université de Grenoble, 1954.
- [16] MAURICE, Olivier, REINEIX, Alain, et al. Proposition d'un formalisme comme support pour les études théoriques en systématique. *Systemica2011*, 2011.
- [17] FUDENBERG, Drew et TIROLE, Jean. *Game theory*, 1991. *Cambridge, Massachusetts*, 1991.
- [18] DUBOIS, S., MAURICE, O., REINEIX, Alain, et al. Réflexions sur les propriétés du champ modal. In : *15ème Colloque International et Exposition sur la Compatibilité Électromagnétique-CEM2010*. 2010.