

Introduction et Objectifs de l'étude

- Introduction :** Le fort couplage entre la mécanique et la thermique lors des déformations anélastiques de matériaux (composites ou métalliques) sous sollicitations mécaniques conduit à essayer de développer des lois de comportement thermo-mécaniques dans un cadre thermodynamique complet, en vue de caractériser et de comprendre les phénomènes thermo-mécaniques mis en jeux au cours de l'endommagement de ces matériaux.
- Objectifs :** L'objectif est de convertir le champ de température mesuré par caméra Infrarouge, lors d'un essai mécanique, en champ de source de chaleur afin de permettre aux mécaniciens de mieux appréhender la compréhension (fine) des comportements des matériaux composites sous sollicitations variées.

Principe de la méthode

CONTEXTE → **labex MEC** → Estimation de sources de chaleur thermo-mécanique

Difficultés :
 Variations spatio-temporelles brusques du champ de température et/ou des sources,
 Signal bruité,
 Déformations du milieu, ...
 => 5% à 50% d'erreurs

Méthode :
 Méthode Spectrale Régularisée
 (Transformation Intégrale & Pondération de Lanczos Généralisée)
 +
 Critère de sélection des paramètres optimaux

Points Forts :
 Faible sensibilité au bruit de mesure,
 Compression de données,
 Estimation directe et rapide,
 Critère pour la sélection de paramètres optimaux
 Conditions aux limites mesurées par caméra

Avantages
 Approche Modale VS Approche Nodale

Problème Inverse MAIS Calcul Direct !

Principe de la Méthode Spectrale Régularisée

L'idée consiste à utiliser une transformation intégrale adaptée permettant de diagonaliser l'opérateur différentiel (modélisant le problème) et d'exprimer les harmoniques de la source en fonction des harmoniques du champ de température à l'aide d'une simple équation algébrique. Il s'agit ensuite de reconstruire la source sur la base des fonctions de projection (ici, sinus en espace et cosinus en temps) à l'aide de ses harmoniques et des critères de régularisation.

$$a_x \frac{\partial^2 \bar{T}^*}{\partial x^2} + \bar{g}(x, t) - \overbrace{2HT_z^*(x, t)}^{\text{Terme dû aux pertes face avant et arrière}} = \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial t}$$

$$\tilde{G}_{nk}(\alpha_n, \beta_k) = f(\tilde{T}(\alpha_n, \beta_k)) \Rightarrow \text{Simple équation algébrique !}$$

$$\begin{cases} x=0, & \bar{T}^*(x, t)_{x=0} = \bar{T}_{x_0}(t) \\ x=L_x, & \bar{T}^*(x, t)_{x=L_x} = \bar{T}_{x_L}(t) \\ t=0, & \bar{T}^*(x, t)_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$\bar{T}^*(x, t) = \frac{1}{L_y} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} T^*(x, y, z, t) dy dz \quad \bar{T}_z^*(x, t) = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} T_z^*(x, y, t) dy$$

$$\tilde{T}(\alpha_n, \beta_k) = \int_0^L \int_0^\tau \underbrace{K_x(x, \alpha_n)}_{\text{Fonctions propres spatiales}} \underbrace{K_t(t, \beta_k)}_{\text{Fonctions propres temporelle}} \bar{T}^*(x, t) dt dx$$

Harmoniques du champ de température $H = \frac{h}{\rho c L_z}$

Régularisation : Troncature Spectrale & Pondération de Lanczos (σ_{nk}^m)

$$\sigma_{nk}^m = \left[\text{sinc}_1\left(\frac{n\pi}{N_n}\right) \text{sinc}_1\left(\frac{k\pi}{N_k}\right) \right]^m$$

Régularisation de type Lanczos généralisé => m rationnel (m=0 => Pas de Régularisation)

Critères de sélection des paramètres optimaux

$$(N_n, N_k, m)_{opt} = \arg \min_{(N_n, N_k, m) \in \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N} \times \mathbb{Q}} J = \frac{1}{N_n N_k} \left\| \bar{T}_{exp}^*(x, t) - \sum_n \sum_k \sigma_{nk}^m \tilde{T}_{nk}^{sc} K_x(x, \alpha_n) K_t(t, \beta_k) \right\|_2^2$$

$J \geq \sqrt{\text{Var}(\text{Bruit})}$ Critère permettant de limiter l'explication du bruit par le modèle

Reconstruction de la source

$$\bar{g}(x, t) = \sum_n \sum_k \underbrace{\sigma_{nk}^m}_{\text{Coeffs. de régularisation}} \underbrace{\tilde{G}_{nk}(\alpha_n, \beta_k)}_{\text{Coeffs. de projection spatio-temporelle}} \underbrace{K_x(x, \alpha_n)}_{\text{Fonctions propres spatiales}} \underbrace{K_t(t, \beta_k)}_{\text{Fonctions propres temporelles}}$$

SOURCE => Pas de Convolution

Résultats numériques

Sources Simulées → **Champ de température bruités** → **Sources Estimées**

Sources Estimées à partir de champs de température non bruités

Simulations numériques réalisées à l'aide d'un code aux éléments finis

Conclusion

- La méthode d'estimation proposée permet de prendre en compte des conditions aux limites non homogènes en utilisant les informations mesurées par la caméra infrarouge.
- La méthode est rapide (2s pour une matrice [1000x1000]) et l'estimation de la source s'effectue à l'aide d'un calcul direct (bien qu'on ait un problème inverse à résoudre).
- La méthode est peu sensible au bruit de mesure (comparé à une méthode Nodale classique) et réalise une compression des données (de [14x14] à [80x80] harmoniques en fonction de la régularité de la source, pour une matrice initiale de [1000x1000]).
- Pour les sources de chaleur continues aucune régularisation de la méthode d'estimation n'est nécessaire (erreur maximale $\approx 5 \cdot 10^{-3} K \cdot s^{-1}$).
- Pour les sources continues par morceaux, la méthode régularisée permet d'obtenir une erreur maximale $\approx 6 \cdot 10^{-2} K \cdot s^{-1}$.