



## Estimation par méthodes spectrales régularisées de sources thermomécaniques localisées : validation numérique

Christophe Rodiet, Fabrice Rigollet, Aurelien Maurel-Pantel, J.L. Gardarein, C. Le Niliot, Frédéric Lebon, Ch Hochard

### ► To cite this version:

Christophe Rodiet, Fabrice Rigollet, Aurelien Maurel-Pantel, J.L. Gardarein, C. Le Niliot, et al.. Estimation par méthodes spectrales régularisées de sources thermomécaniques localisées : validation numérique. Congrès Français de Thermique, May 2015, La Rochelle, France. hal-01247994

**HAL Id: hal-01247994**

**<https://hal.science/hal-01247994>**

Submitted on 11 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Estimation par méthodes spectrales régularisées de sources thermomécaniques localisées : validation numérique

Christophe RODIET<sup>1\*</sup>, Fabrice RIGOLLET<sup>1</sup>, Aurélien MAUREL-PANTEL<sup>2</sup>, Jean-Laurent GARDAREIN<sup>1</sup>, Christophe LE NILIOT<sup>1</sup>, Frédéric LEBON<sup>2</sup>, Christian HOCHARD<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aix Marseille Université, CNRS, IUSTI UMR 7343, 13453, Marseille, France.

<sup>2</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA), Aix-Marseille Univ, CNRS, UPR 7051, Centrale Marseille, F-13402 Marseille Cedex 20, France

\* (auteur correspondant : [christophe.rodiet@univ-amu.fr](mailto:christophe.rodiet@univ-amu.fr))

**Résumé** – Le cadre très général de cette étude est la compréhension des mécanismes thermomécaniques mis en jeux au cours de la déformation anélastique d'un matériau métallique ou polymère sous sollicitations mécaniques imposées pendant un essai de traction par exemple, en statique ou en fatigue. Le couplage fort entre la mécanique et la thermique dans ce type de problème conduit à essayer de développer des lois de comportement thermomécaniques dans un cadre thermodynamique complet. Il semble aussi intéressant d'appliquer finement ce type de méthode pour caractériser et comprendre les phénomènes thermomécaniques mis en jeux au cours de l'endommagement de matériaux composites (matrice/fibres) en sollicitations monotones ou cycliques. Ce couplage a permis également, depuis plusieurs décennies, d'utiliser l'imagerie thermique comme diagnostic spatio-temporel de phénomènes thermomécaniques précurseurs ou conséquences de comportements mécaniques plus ou moins connus et de phénomènes d'endommagements pouvant mener à la rupture. Ainsi, lorsqu'une caméra infrarouge observe une éprouvette sollicitée mécaniquement, le problème inverse posé au thermicien consiste alors à convertir, à chaque instant, la cartographie de températures mesurées en cartographie de sources de chaleur. Les évolutions spatio-temporelles des sources identifiées aident alors le mécanicien, par exemple, à discriminer différents mécanismes à l'origine des sources de chaleur constatées.

Une des difficultés du problème inverse de reconstruction de sources spatio-temporelles est le caractère local et la variation spatio-temporelle plus ou moins brusque de ces sources, ces comportements sont notamment attendus dans le cas des matériaux composites. C'est dans ce contexte d'estimation de sources volumiques localisées que se situe cette étude, pour des échantillons en petite déformation ne nécessitant pas la prise en compte du terme d'advection dans le modèle thermique utilisé.

Le caractère mal posé de ce problème inverse est ici appréhendé à l'aide d'une méthode spectrale régularisée. La méthode spectrale proposée est basée sur une décomposition spectrale différente pour l'espace et le temps, et régularisée (avec choix de paramètres optimaux de régularisation) par troncature spectrale et pondération de type Lanczos afin de diminuer les phénomènes de Gibbs apparaissant dans les cas de reconstruction de sources continues par morceaux.

Des résultats seront présentés à l'aide de mesures instationnaires (en 1D spatial) simulées bruitées, dans le cas de sources localisées (mobiles ou non) de différentes régularités (continues dérivables et continues par morceaux).

*Remerciements* : Cette étude bénéficie du soutien financier du Labex « Mécanique Et Complexité » (Aix-Marseille Université).

## 1. Introduction

Le cadre très général de cette étude est la compréhension des mécanismes thermomécaniques mis en jeu au cours de la déformation anélastique d'un matériau métallique ou polymère sous sollicitations mécaniques imposées pendant un essai de traction par exemple, en statique ou en fatigue. Le couplage fort entre la mécanique et la thermique dans ce type de problème conduit à essayer de développer des lois de comportement thermomécaniques dans un cadre thermodynamique complet. Il semble aussi intéressant d'appliquer finement ce type de méthode pour caractériser et comprendre les phénomènes thermomécaniques mis en jeu au cours de l'endommagement de matériaux composites (matrice/fibres) en sollicitations monotones ou cycliques. Ce couplage a permis également, depuis plusieurs décennies, d'utiliser l'imagerie thermique comme diagnostic spatio-temporel de phénomènes thermomécaniques précurseurs ou conséquences de comportements mécaniques plus ou moins connus et de phénomènes d'endommagements pouvant mener à la rupture. Ainsi, lorsqu'une caméra infrarouge observe une éprouvette sollicitée mécaniquement, le problème inverse posé au thermicien consiste alors à convertir, à chaque instant, la cartographie de températures mesurées en cartographie de sources de chaleur. Les évolutions spatio-temporelles des sources identifiées aident alors le mécanicien, par exemple, à discriminer différents mécanismes à l'origine des sources de chaleur constatées.

Une des difficultés du problème inverse (mal posé) de reconstruction de sources spatio-temporelles est le caractère local et la variation spatio-temporelle plus ou moins brusque de ces sources, comportements notamment attendus dans le cas des matériaux composites. Plusieurs méthodes de régularisation peuvent alors être employées et/ou combinées : pré-filtrage des données (mollification) [1,2] ; recherche de quasi-solutions par projection et seuillage dans une base de Fourier [2,3,4], dans une base modale [5], dans une base d'ondelettes [6], dans une base de modes de branches [7]. Un constat général est fait par ces divers auteurs, le problème inverse considéré (estimation de source) est mal posé et les paramètres de régularisation sont délicats à choisir, rendant ainsi le problème d'inversion difficile à résoudre. Ainsi, les études précédentes montrent qu'il est possible d'obtenir des erreurs relatives allant de 3% à 50% en fonction des types de sources simulées et des méthodes de régularisation utilisées.

C'est dans ce contexte d'estimation de sources volumiques localisées que se situe cette étude, pour des échantillons en petite déformation ne nécessitant pas la prise en compte du terme d'advection dans le modèle thermique utilisé. Le caractère mal posé de ce problème inverse est ici appréhendé à l'aide d'une méthode spectrale régularisée (avec détermination des paramètres optimaux de régularisation). La méthode spectrale proposée est basée sur une décomposition spectrale différente pour l'espace (base en sinus) et le temps (base en cosinus), et régularisée par filtrage spectral (ou pondération spectrale) de type Féjer ou Lanczos afin de diminuer les phénomènes de Gibbs apparaissant dans les cas de reconstruction de sources continues par morceaux. Un point intéressant de la méthode proposée réside dans la compression de données induisant un faible temps de calcul, et une estimation du champ de sources par calcul direct (pas d'inversion) avec détermination des paramètres optimaux de régularisation. Dans une première partie, le problème général ainsi qu'une simplification de ce dernier sera présentée. Puis, dans une seconde partie, la présentation de la méthode d'estimation/régularisation proposée sera présentée. Enfin, des résultats d'estimation spatio-temporelle (sans a priori sur la forme de la source) seront présentés à l'aide de mesures stationnaires (en 1D spatial) simulées bruitées (avec un niveau de bruit de l'ordre de celui constaté expérimentalement, correspondant à 1% du maximum du champ de température),

dans le cas de sources localisées (mobiles ou non) de différentes régularités (continues dérivables et continues par morceaux).

## 2. Problème général et modélisation simplifiée

### 2.1. Présentation du problème

Une vue schématique de l'échantillon lors d'un essai de traction (ou de fatigue) est donné Figure 1, et une vue schématique de la zone d'étude (de l'échantillon) filmée par la caméra infrarouge est donnée Figure 2.

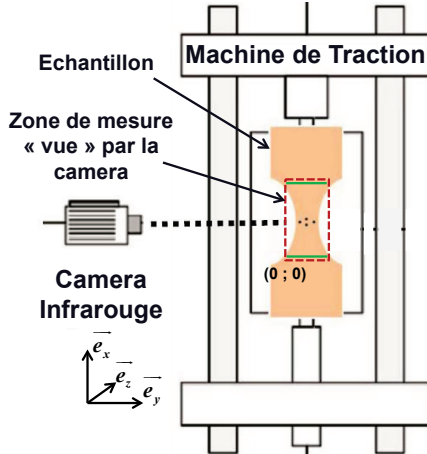


Figure 1 : Vue schématique de l'échantillon dans une machine de traction

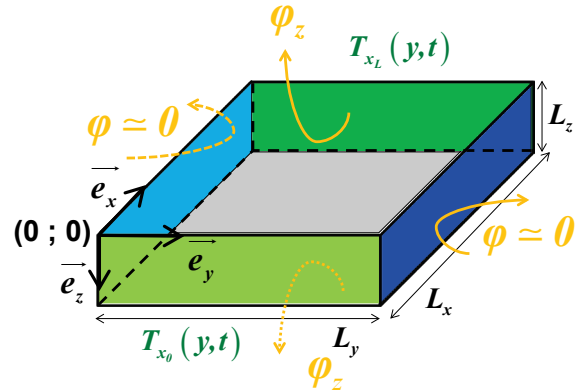


Figure 2 : Vue schématique de la zone de mesure

Afin de simplifier la résolution du problème, on supposera en premières approximations être dans le cadre des petites déformations (pas d'advection, dimensions géométriques fixes), et que la zone d'étude « vue » par la caméra infrarouge est de forme parallélépipédique de dimensions  $\{L_x, L_y, L_z\}$ . La température extérieure  $T_{ext}$  ainsi que les propriétés thermiques (dans la gamme de température de l'expérience) seront supposées constantes. Les conditions aux limites, matérialisées par les lignes (resp. bandes) vertes sur la Figure 1 (resp. Figure 2), seront supposées uniformes dans l'épaisseur (au sens de l'approximation locale de l'ailette), et notés  $T_{x_0}(y,t)$  (en  $x = 0$ ) et  $\bar{T}_{x_L}(y,t)$  (en  $x = L_x$ ). Notons que cela peut être réalisé si la source est localisée et que le temps caractéristique de diffusion suivant l'épaisseur est suffisamment faible par rapport à celui dans le plan.

De plus, afin d'alléger la présentation de la méthode, on supposera que les pertes avec l'extérieur sont prises en compte à l'aide d'un coefficient d'échange global unique, constant et uniforme, noté  $h$ ; que l'épaisseur  $L_z$  de l'échantillon est suffisamment faible pour que les températures soient peu différentes en « face avant » ( $z = 0$ ) et en « face arrière » ( $z = L_z$ ), tel que  $T(x, y, z = 0, t) \approx T(x, y, z = L_z, t)$ , et que les échanges latéraux en  $y = 0$  et  $y = L_y$  puissent être négligés. Ainsi, les flux échangés avec l'extérieur par la « face avant » et la « face arrière » de l'échantillon seront notés indifféremment  $\varphi_z(x, y, t) \equiv h(T_z(x, y, t) - T_{ext})$ , tels que  $\varphi_z(x, y, t) = h(T(x, y, 0, t) - T_{ext}) \approx h(T(x, y, L_z, t) - T_{ext})$ . Par ailleurs, on posera  $T^*(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) - T_{ext}$ , et le champ de température sera moyenné suivant les axes  $(Oy)$  et  $(Oz)$ . Enfin, on notera  $\tau$  la durée de l'expérience.

## 2.2. Modélisation du problème

En notant  $g(x, y, z, t)$  le terme source de chaleur (en  $[K \cdot s^{-1}]$ , correspondant à une puissance volumique divisée par la capacité thermique volumique  $\rho c$ ), le problème illustré par la Figure 2 peut être modélisé par :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^2} + a_y \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} + a_z \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} + g(x, y, z, t) = \frac{\partial T^*}{\partial t} \\ \text{à } t = 0, \quad T^*(x, y, z, t)_{t=0} = 0 \\ \text{en } y = 0, \quad \left. \frac{\partial T^*}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \\ \text{en } y = L_y, \quad \left. \frac{\partial T^*}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{en } x = 0, \quad T^*(x, y, z, t)_{x=0} = T_{x_0}(y, t) \\ \text{en } x = L_x, \quad T^*(x, y, z, t)_{x=L_x} = T_{x_L}(y, t) \\ \text{en } z = 0, \quad \left. \lambda_z \frac{\partial T^*}{\partial z} \right|_{z=0} = h T_z^* \equiv \varphi_z \\ \text{en } z = L_z, \quad \left. -\lambda_z \frac{\partial T^*}{\partial z} \right|_{z=L_z} = h T_z^* \equiv \varphi_z \end{array} \right. \quad (1)$$

Afin d'alléger la résolution du problème (1), ce dernier va être moyenné suivant les directions  $(Oy)$  et  $(Oz)$ . On ne s'intéressera donc qu'à la forme (« moyenne ») spatio-

temporelle de la source suivant  $(Ox)$ . Ainsi, en posant  $\bar{T}^*(x, t) = \frac{1}{L_y} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \int_0^{L_y} T^*(x, y, z, t) dy dz$  ;

$\bar{g}(x, t) = \frac{1}{L_y} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \int_0^{L_y} g(x, y, z, t) dy dz$  ;  $\bar{T}_z^*(x, t) = \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} T_z^*(x, y, t) dy$ , et  $H = \frac{h}{\rho c L_z}$ , le problème (1)

devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x \frac{\partial^2 \bar{T}^*}{\partial x^2} + \bar{g}(x, t) - 2H \bar{T}_z^*(x, t) = \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial t} \\ \text{à } t = 0, \quad \bar{T}^*(x, t)_{t=0} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{en } x = 0, \quad \bar{T}^*(x, t)_{x=0} = \bar{T}_{x_0}(t) \\ \text{en } x = L_x, \quad \bar{T}^*(x, t)_{x=L_x} = \bar{T}_{x_L}(t) \end{array} \right. \quad (2)$$

Rappelons que dans le problème (2), les températures (supposées uniformes suivant  $(Oz)$ )  $\bar{T}_z^*(x, t)$  (température en face avant), ainsi que les conditions aux limites  $\bar{T}_{x_0}(t)$  et  $\bar{T}_{x_L}(t)$ , sont mesurées par la caméra infrarouge, et constituent donc des données du problème.

De plus, notons que bien que le problème (1) ait été moyenné suivant les directions  $(Oy)$  et  $(Oz)$  afin de simplifier la présentation de la méthode d'estimation proposée, la méthode de résolution (par transformations intégrales) présentée dans la section 3 est applicable au système (1), avec ou sans conditions aux limites homogènes en  $y = 0$  et  $y = L_y$ .

## 3. Résolution du problème dans l'espace transformé

Afin de pouvoir résoudre le problème (2) (estimation de la source  $\bar{g}(x, t)$ ), une transformation Fourier-Sinus-Finie en espace, et une transformation Fourier-Cosinus-Finie en temps (transformations intégrales adaptées au problème (2)) vont être appliquées au système d'équation (2). En notant :  $\alpha_n = n\pi / L_x \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$  ;  $\beta_k = k\pi / \tau \quad (\forall k \in \mathbb{N})$  ;

$$\tilde{T}_n^s(\alpha_n, t) = \int_0^{L_x} \bar{T}^*(x, t) \sin(\alpha_n x) dx ; \quad \tilde{T}_{x_\xi, k}^c(\beta_k) = \int_0^\tau \bar{T}_{x_\xi}(t) \cos(\beta_k t) dt \quad (\text{avec } \xi \in \{x_0, x_L\}) ;$$

$$\tilde{T}_{nk}^{sc}(\alpha_n, \beta_k) = \int_0^\tau \int_0^{L_x} \bar{T}^*(x, t) \sin(\alpha_n x) \cos(\beta_k t) dx dt ; \quad \tilde{T}_{nk}^{ss}(\alpha_n, \beta_k) = \int_0^\tau \int_0^{L_x} \bar{T}^*(x, t) \sin(\alpha_n x) \sin(\beta_k t) dx dt ;$$

$$\tilde{g}_{nk}^{sc}(\alpha_n, \beta_k) = \int_0^\tau \int_0^{L_x} \bar{g}(x, t) \sin(\alpha_n x) \cos(\beta_k t) dx dt ; \quad \tilde{T}_{z, nk}^{sc}(\alpha_n, \beta_k) = \int_0^\tau \int_0^{L_x} \bar{T}_z^*(x, t) \sin(\alpha_n x) \cos(\beta_k t) dx dt ;$$

les harmoniques spatio-temporels  $\tilde{g}_{nk}^{sc}(\alpha_n, \beta_k)$  de la source sont déterminés dans l'espace transformé, par :

$$\tilde{g}_{nk}^{sc} = a_x \alpha_n^2 \tilde{T}_{nk}^{sc} + a_x \alpha_n \left( \tilde{T}_{x_0,k}^c + (-1)^{n+1} \tilde{T}_{x_L,k}^c \right) + 2H \tilde{T}_{z,nk}^{sc} + (-1)^k \tilde{T}_n^s(\alpha_n, \tau) + \beta_k \tilde{T}_{nk}^{ss} \quad (3)$$

Notons, qu'en l'absence d'une connaissance précise du coefficient d'échange global  $H$ , ce dernier peut être pris en compte en tant que paramètre à estimer. Cependant, dans le cas particulier d'une expérience réalisée sous vide et dans le cadre des petites déformations (impliquant expérimentalement de faibles élévations de température du matériau), les échanges avec l'extérieur peuvent être négligés en première approximation, ce qui a pour conséquence de faire « disparaître » (ou négliger) le terme  $2H \tilde{T}_{z,nk}^{sc}$  dans l'expression (3). Ainsi, afin de simplifier la présentation de la méthode d'estimation de la source, nous nous placerons dans ce dernier cas.

Tous les termes du membre de droite de (3) étant connus, on en déduit la forme spatio-temporelle de la source  $\bar{g}(x, t)$ , par (où *p.p* signifie *presque partout*) :

$$\bar{g}(x, t) \stackrel{p.p}{=} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{k=0}^{+\infty} \tilde{g}_{nk}^{sc} \frac{\sin(\alpha_n x)}{\|\sin(\alpha_n x)\|_2^2} \frac{\cos(\beta_k t)}{\|\cos(\beta_k t)\|_2^2} \quad (4)$$

Dans le cas d'une source continue, la série de Fourier (4) converge uniformément. Néanmoins, dans le cas d'une source continue par morceaux (et à variations bornées) la convergence n'est plus uniforme, mais ponctuelle (convergence uniforme vers la régularisée de  $\bar{g}(x, t)$ ), et dans le cas (pratique) où la série (4) est tronquée à un nombre fini d'harmoniques, il y a présence d'oscillations au voisinage des points de discontinuités (phénomène de Gibbs). Afin de remédier à ce problème de divergence, il est possible de régulariser le problème en utilisant un principe de sommation par pondération d'harmoniques, défini par (notons que (5) est équivalent à (4) lorsque  $m=0$ ) :

$$\bar{g}(x, t) \simeq \sum_{n=1}^{N_n} \sum_{k=0}^{N_k} \sigma_{nk}^m \tilde{g}_{nk}^{sc} \frac{\sin(\alpha_n x)}{\|\sin(\alpha_n x)\|_2^2} \frac{\cos(\beta_k t)}{\|\cos(\beta_k t)\|_2^2} \quad (5)$$

Une première solution consiste à utiliser  $\sigma_{nk}^m = \left[ \left( 1 - \frac{n}{N_n + 1} \right) \left( 1 - \frac{k}{N_k + 1} \right) \right]^m$ , ce qui revient à réaliser une sommation  $(C,1)$  de Cesàro (moyenne arithmétique des sommes partielles, également appelée « somme de Féjer »), néanmoins cette dernière a pour conséquence de sous-estimer l'amplitude de la source (induit donc un biais), et implique également un temps de montée relativement lent au voisinage des discontinuités. Il est alors possible de remédier partiellement à ces inconvénients (amélioration du temps de montée, et réduction du biais) en utilisant une pondération de type Lanczos définie par  $\sigma_{nk}^m = \left[ \text{sinc}_1 \left( \frac{n\pi}{N_n} \right) \text{sinc}_1 \left( \frac{k\pi}{N_k} \right) \right]^m$ . Notons que le temps de montée étant d'autant meilleur que  $N/m$  est grand ( $N$  représentant  $N_n$  ou  $N_k$ ), pour les estimations nous choisirons  $m = 1/k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ), ce qui correspond à une adaptation de la pondération de Lanczos classique, pour laquelle  $m$  doit être un entier.

Le problème de reconstruction (5) étant mal posé, il reste alors à choisir le triplet optimal  $(N_n, N_k, m)_{opt}$  de paramètres, défini par :

$$(N_n, N_k, m)_{opt} = \arg \min_{(N_n, N_k, m) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N} \times \mathbb{Q}} J = \frac{1}{N_n N_k} \left\| \bar{T}^*(x, t) - \sum_{n=1}^{N_n} \sum_{k=0}^{N_k} \sigma_{nk}^m \tilde{T}_{nk}^{sc} \frac{\sin(\alpha_n x)}{\|\sin(\alpha_n x)\|_2^2} \frac{\cos(\beta_k t)}{\|\cos(\beta_k t)\|_2^2} \right\|_2^2 \quad (6)$$

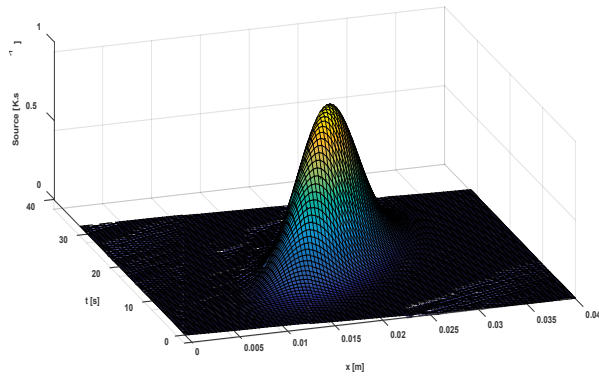
avec pour contrainte supplémentaire,  $J \geq Var(\text{bruit})$  afin de limiter l'explication du bruit.

#### 4. Validation numérique

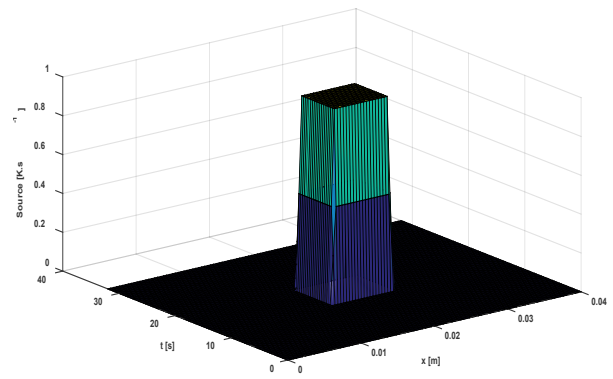
Afin de valider les méthodes d'estimation proposées, une expérience numérique 1D instationnaire est simulée à l'aide du code d'éléments finis *FlexPDE*<sup>®</sup>. Les paramètres de simulations choisis sont : échantillon de longueur  $L_x = 40mm$ , de conductivité  $a_x = 5.10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$ , et de capacité calorifique  $\rho c = 1,5.10^6 J \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$ . Deux cas limites de sources centrées suivant ( $Ox$ ) seront également simulés : l'une de forme gaussienne (fonction de classe  $\mathcal{E}^\infty$ ) et mobile (Figure 3), et l'autre en forme de créneau (fonction de classe  $\mathcal{E}_m^0$ ) et statique (Figure 4). De plus, afin de vérifier la consistance et la robustesse de la méthode, l'estimation de la source sera réalisée dans le cas d'un champ de température non bruité, et bruité (normalement distribué et d'écart-type égal à 1% du maximum du champ de température, correspondant à un niveau de bruit équivalent à celui observé expérimentalement sur la caméra infrarouge). Pour chacun des cas, le triplet  $(N_n, N_k, m)_{opt}$  sera estimé à l'aide de (6).

**Simulations non bruitées** : Elles permettent de constater la consistance de la méthode d'estimation, notamment dans le cas d'une source discontinue. Les courbes simulées et estimées des champs de température et de sources étant indiscernables dans le cas de la source gaussienne (erreur absolue maximum inférieure à  $4.10^{-3} K \cdot s^{-1}$ ), seules celles correspondant à la source créneau sont représentées (pour  $N_h = N_k = 250$ ) : Figure 5 pour la méthode spectrale (équation (5) avec  $m=0$ ) et Figure 6 pour la méthode de Lanczos (équation (5) avec  $m=1$ ). En comparant les figures 5 et 6, on observe que la méthode de pondération de Lanczos a permis de régulariser l'estimation (forte diminution du phénomène de Gibbs, réduisant l'erreur absolue maximale de 9% à 1,1%).

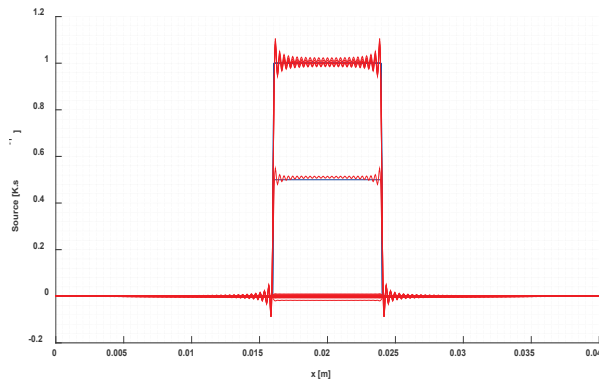
**Simulations Bruitées** : Les profils de température simulés bruités et estimés par méthode spectrale sont donnés respectivement Figure 7 pour le cas de la source gaussienne mobile (Figure 3) et Figure 8 pour celui de la source créneau (Figure 4). Le triplet optimal dans le cas de la source gaussienne est  $(N_n, N_k, m)_{opt} = (14, 14, 0)$  (impliquant donc l'utilisation de la méthode spectrale non pondérée). Les profils (Figure 9) de la source simulée et estimée sont presque indiscernables, car l'erreur absolue maximale est globalement inférieure à  $5.10^{-3} K \cdot s^{-1}$  (cf. Figure 11). Dans le cas de la source créneau, le triplet optimal est  $(N_n, N_k, m)_{opt} = (79, 79, 1)$  (impliquant donc l'utilisation de la méthode de pondération de Lanczos). Le résultat de l'estimation de la source dans le cas de la méthode spectrale (avec donc  $(N_n, N_k, m)_{opt} = (79, 79, 0)$ ) est donné Figure 10, alors que celui obtenu avec la méthode de pondération de Lanczos est donné Figure 12. En comparant les Figures 8 et 10, on observe que par méthode spectrale (non pondérée), une « bonne » estimation du champ de température n'implique pas nécessairement une bonne estimation du champ de source (dû au caractère mal posé du problème). De plus, en comparant les Figures 10 et 12, on remarque l'effet régularisant de la méthode de pondération de Lanczos, impliquant une erreur stochastique plus faible (erreur absolue maximale de l'ordre de  $6.10^{-2} K \cdot s^{-1}$  en dehors des discontinuités), dont la contrepartie est un temps de montée plus grand.



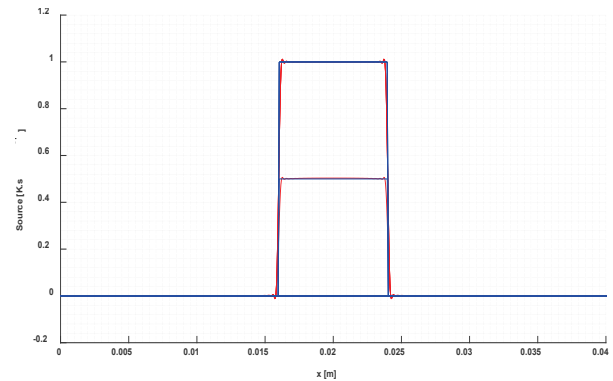
**Figure 3 : Source gaussienne mobile simulée.**



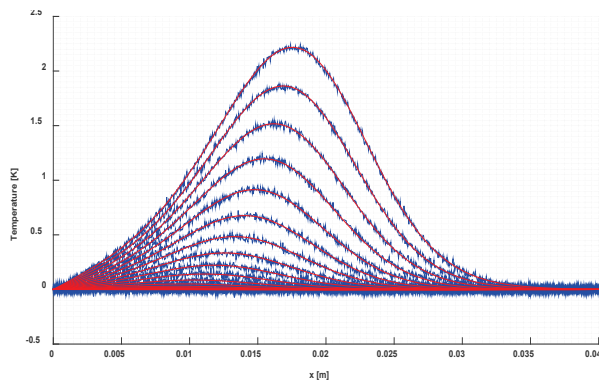
**Figure 4 : Source créneau statique simulée.**



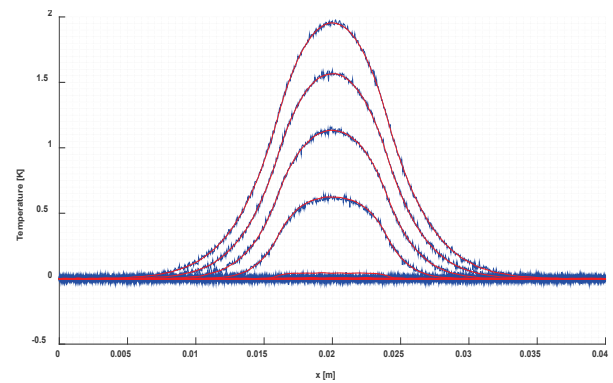
**Figure 5 : Source simulée (créneau) et estimée par Méthode Spectrale : Sans bruit**



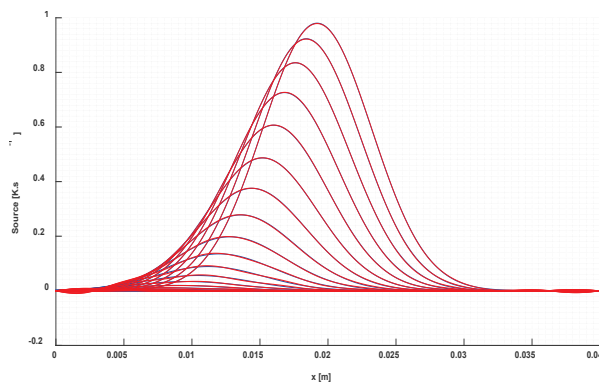
**Figure 6 : Source simulée (créneau) et estimée par pondération de Lanczos : Sans bruit**



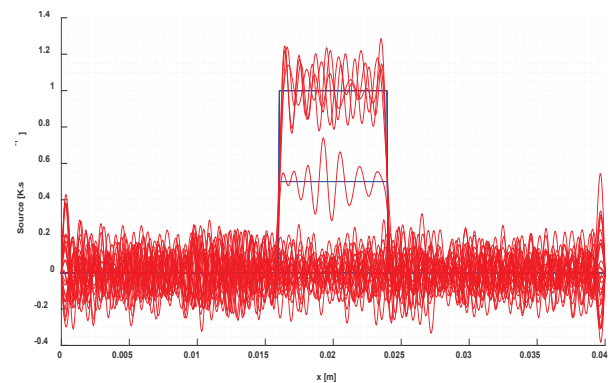
**Figure 7 : Profils de température simulés bruités et estimés par Méthode Spectrale : source gaussienne**



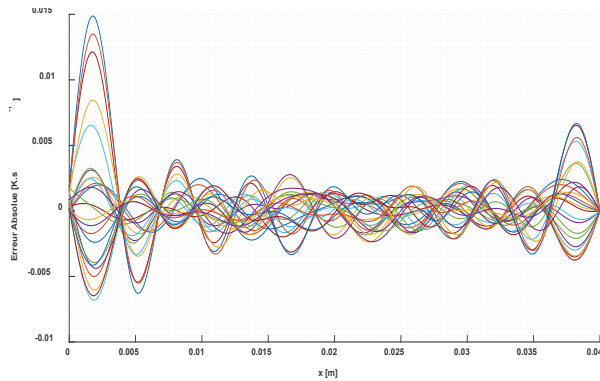
**Figure 8 : Profils de température simulés bruités et estimés par Méthode Spectrale : source créneau**



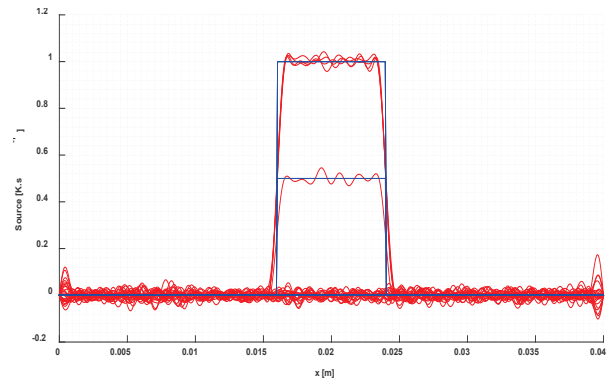
**Figure 9 : Source simulée et estimée par Méthode Spectrale : Source gaussienne & bruit**



**Figure 10 : Source simulée et estimée par Méthode Spectrale : Source créneau & bruit**



**Figure 11 : Erreur absolue : Méthode Spectrale, Source gaussienne & bruit**



**Figure 12 : Source simulée et estimée par Méthode de Lanczos : Source créneau & bruit**

## 5. Conclusion

Dans ce papier, une méthode d'estimation de sources basée sur des transformées intégrales et une reconstruction par une méthode spectrale doublement régularisée (troncature spectrale associé à une pondération d'harmoniques) a été présentée. La méthode proposée permet de prendre en compte des conditions aux limites non homogènes en utilisant les informations mesurées par la caméra infrarouge. De plus, une méthode permettant de définir une notion de paramètres optimaux (nombres d'harmoniques et poids de la pondération) basée sur une méthode de moindres carrés, a également été présentée. La méthode d'estimation a été appliquée à des mesures simulées bruitées et non bruitées pour deux cas limites de sources 1D transitoires : l'une de forme gaussienne mobile en espace, et l'autre en forme de créneau spatio-temporel (statique en espace). Dans le cas de la source gaussienne, la source simulée (avec champ de température bruité ou non) et estimée sont indiscernables (erreur absolue maximale de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-3} K \cdot s^{-1}$ ). Enfin, dans le cas de la source créneau, les résultats obtenus sont également encourageants, avec une erreur absolue maximale de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-2} K \cdot s^{-1}$  (en dehors des discontinuités).

## Références

- [1] Mejía C.E., Murio D.A. Numerical solution of generalized IHCP by discrete mollification. *Computers & Mathematics with Applications*, Volume 32, Issue 2, Pages 33-50, (1996).
- [2] Chrysochoos A., Louche H. An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38, 1759–1788, (2000).
- [3] Doudard C., Calloch S., Hild F., Roux S. Identification of heat source fields from infrared thermography: Determination of 'self-heating' in a dualphase steel by using a dog bone sample. *Mechanics of Materials*, 42, 55–62, (2010).
- [4] Renault, N., André, S., Maillet, D., Cunat, C. A spectral method for the estimation of a thermomechanical heat source from infrared temperature measurements. *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 1394–1406, (2010).
- [5] Pottier T., Louche H., Samper S., Favrelière H., Toussaint F., Vacher P. Proposition of a modal filtering method to enhance heat source computation within heterogeneous thermomechanical problems. *International Journal of Engineering Science*, Volume 81, Pages 163-176, (2014).
- [6] Elden L. Berntsson F., Reginska T. Wavelet and Fourier methods for solving the sideways heat equation. *Siam journal on scientific computing*, volume 21, issue 6, pages 2187-2205, (2000).
- [7] Neveu, A., El-Khoury, K., Flament, B. Simulation de la conduction non linéaire en régime variable: décomposition sur les modes de branche. *International Journal of Thermal Sciences* (in french), 38(1), 289–304, (1999).