



**HAL**  
open science

## Modélisation micromécanique du comportement de composites unidirectionnels endommagés par une approche en champs complets

Boris Burgarella, Noel Lahellec, Aurelien Maurel-Pantel, Ch Hochard, Frédéric Lebon, Jean-Paul Charles

### ► To cite this version:

Boris Burgarella, Noel Lahellec, Aurelien Maurel-Pantel, Ch Hochard, Frédéric Lebon, et al.. Modélisation micromécanique du comportement de composites unidirectionnels endommagés par une approche en champs complets. 19ème Journées Nationales des Composites, AMAC, Jun 2015, Lyon, France. hal-01247943

**HAL Id: hal-01247943**

**<https://hal.science/hal-01247943v1>**

Submitted on 25 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation micromécanique du comportement de composites unidirectionnels endommagés par une approche en champs complets

## *Micromechanical modeling of damaged unidirectional composites with a full field approach*

Boris BURGARELLA<sup>1</sup>, Noel LAHELLEC<sup>1</sup>, Aurelien MAUREL-PANTEL<sup>1</sup> Christian HOCHARD<sup>1</sup> Frederic LEBON<sup>1</sup> Jean-Paul CHARLES<sup>1,2</sup>

1 : Équipe matériaux et structures, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA)  
CNRS UPR7051, Aix-Marseille Université  
31 chemin Joseph Aiguier 13402 Marseille-CEDEX 20  
e-mail : burgarella@lma.cnrs-mrs.fr

2 : Airbus Helicopters  
13752 Marignane CEDEX France

### Résumé

La modélisation des matériaux composites est un problème scientifique majeur du fait de l'expansion de leur utilisation dans de nombreux secteurs industriels, il devient primordial de bien prévoir leurs comportements, notamment en présence de dommages. Il existe plusieurs modes de ruine, fissuration matricielle, délaminage, et rupture de fibre. Dans ces travaux la fissuration matricielle (considérée parallèle aux fibres) sera étudiée dans un cadre micromécanique. La fissuration de la matrice se traduit généralement par une baisse de rigidité dans le sens perpendiculaire aux fibres, et peut être modélisé par de l'endommagement. L'objectif de ces travaux est de caractériser numériquement la relation liant les variables d'endommagement. Les rigidités des composites fissurés sont estimées à partir de calculs numériques réalisés sur des micro-structures à l'aide d'une méthode basée sur les FFT. La modélisation se fait en deux étapes, la première concerne la détermination du comportement homogénéisé du composite sain, la seconde s'attache à déterminer le comportement du composite endommagé (composite sain + fissures transverses). Le comportement a été calculé à partir d'une taille optimale de VER (Volume élémentaire représentatif) pour différents taux d'endommagements afin de déterminer numériquement la relation liant les variables d'endommagement.

### Abstract

Modeling the composite materials behavior has come to be one of today's principal problematic. Indeed, it's more and more important to be able to accurately predict how a composite will react to different loads, and especially if the material is damaged. Different modes of ruins exists : Matrix crack, delamination, and fiber crack. In this work, we will focus on matrix crack, which, mechanically, results in a decrease of transverse and shear stiffness. This decrease can be computed by the use of damage variables, and the main point of this work is to characterize the relation linking transverse and shear damage. Following this objective, we will do some full field calculations using CraFT, a software developed at the LMA. The modeling will be done in two steps first, the undamaged composite will be homogenized, and then, as a second step, the damaged behavior will be determined by putting cracks into the healthy composite. The behavior is calculated from an optimal size of RVE (Representative volume element) in order to determine numerically the relation between the damage variables.

**Mots Clés :** Endommagement, composites, transverse, cisaillement, homogénéisation  
**Keywords :** damage, composites, transverse, shear, homogenization

# 1 Introduction

L'utilisation des matériaux composites se développe dans l'industrie pour leur bonnes caractéristiques mécaniques par unité de masse. La rupture des matériaux composites est engendrée par de multiples mécanismes opérant à différentes échelles [Wang, 1987]. La microfissuration de la matrice est l'un de ces phénomènes, il peut être pris en compte dans les modèles par de la mécanique de l'endommagement [Ladeveze and LeDantec, 1992].

Selon le degrés d'isotropie du matériau, plusieurs variables d'endommagement vont être utilisées. Dans le cas d'un matériau isotrope transverse et contraintes planes [Thollon and Hochard, 2009] trois variables sont considérées :

$$\left. \begin{aligned} E_1^{endo} &= (1 - d_1)E_1^{sain}, \\ E_2^{endo} &= (1 - d_2)E_2^{sain}, \\ G_{12}^{endo} &= (1 - d_{12})E_{12}^{sain}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

L'endommagement  $d_1$  correspond à l'endommagement des fibres, il est d'ailleurs souvent binaire et est associé à la rupture fragile du composite. Les endommagements  $d_2$  et  $d_{12}$  sont liées à la microfissuration de la matrice, ces deux variables doivent donc être liées. il est commun de définir une relation linéaire entre ces deux variables ([Ladevèze and Lubineau, 2003], [Thollon and Hochard, 2009], [Miot et al., 2010]) :

$$d_{12} \times c = d_2. \quad (2)$$

L'objectif de cette étude est de déterminer numériquement le paramètre C. Pour déterminer cette relation, des simulations ont été effectuées sur des microstructures représentant des matériaux fissurés, pour plusieurs niveaux d'endommagement. Les calculs sont effectués sous le logiciel Craft [Moulinec and Suquet, 1994], [Moulinec and Suquet, 1998]. ce logiciel permet de mener des calculs sur VER (volume élémentaire représentatif) en s'appuyant sur une méthode FFT. Un VER (Volume élémentaire représentatif) sous Craft se présente sous la forme d'une image, 2D ou 3D sur laquelle à chaque pixel est associée un matériau. Ses données d'entrée sont :

1. Un volume élémentaire, sous forme d'image 3D ou 2D,
2. Une loi de comportement pour chaque matériau présent dans le VER,
3. Un chargement en contraintes ou en déformations.

Il donne accès à la fin du calcul :

1. aux contraintes ou déformations macroscopiques (Selon l'entrée),
2. aux contraintes et déformations locales.

Le comportement macroscopique du composite fissuré est orthotrope, il s'écrit sous la forme de l'équation 3 [Lemaitre et al., 2009].

$$\begin{bmatrix} \langle \epsilon_{xx} \rangle \\ \langle \epsilon_{yy} \rangle \\ \langle \epsilon_{zz} \rangle \\ \langle \gamma_{yz} \rangle \\ \langle \gamma_{zx} \rangle \\ \langle \gamma_{xy} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \sigma_{xx} \rangle \\ \langle \sigma_{yy} \rangle \\ \langle \sigma_{zz} \rangle \\ \langle \sigma_{yz} \rangle \\ \langle \sigma_{zx} \rangle \\ \langle \sigma_{xy} \rangle \end{bmatrix} \quad (3)$$

Dans cette expression, les  $\langle f \rangle$  définissent la moyenne du champ  $f(a)$  sur le VER, voir equation (4).

$$\langle f \rangle = \frac{1}{|V|} \int_V f dx \quad (4)$$

L'objectif de cette étude est de trouver l'influence de la fissuration sur la comportement des stratifiés modélisés sous l'hypothèse des contraintes planes. On ne cherche donc que la restriction de la loi de comportement (equation 3) au cas où  $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$  et en faisant l'hypothèse que  $E_x$  est indépendant des fissures ce qui donne :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E_x} \leftrightarrow E_x = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \quad \gamma_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G_{xy}} \leftrightarrow G_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\gamma_{xy}} \quad (5)$$

## 2 Hypothèses de calcul

Modéliser les fissures avec leur forme réelle comme illustré sur la figure 1 est extrêmement cher en terme de temps de calculs, et en taille mémoire. De plus, les calculs basés sur des FFT ne peuvent être effectués que sur des VERs périodiques. C'est pourquoi, plusieurs hypothèses de simplifications ont été retenues.

Le ratio d'aspect d'une ellipse est défini comme ceci :  $R = \frac{\text{Petit axe}}{\text{Grand axe}}$  Ces hypothèses sont tirées d'observations. La figure 1 montre une image en coupe d'un composite endommagé, l'axe vertical de cette image est le sens de l'épaisseur du composite, l'axe horizontal est l'axe transverse du composite. Sur cette image, on voit que les fissures traversent les plis de part en part, c'est cette constatation qui permet de faire l'hypothèse des fissures traversantes. La méthode d'étude est la suivante : des VERs sont générés avec des pores cylindriques à section circulaire, puis ces pores sont aplatis afin d'obtenir des ellipses avec un ratio d'aspect de plus en plus petit. Les hypothèses de construction de VER sont les suivantes :

- Fissures elliptiques traversantes
- le ration d'aspect tend vers 0

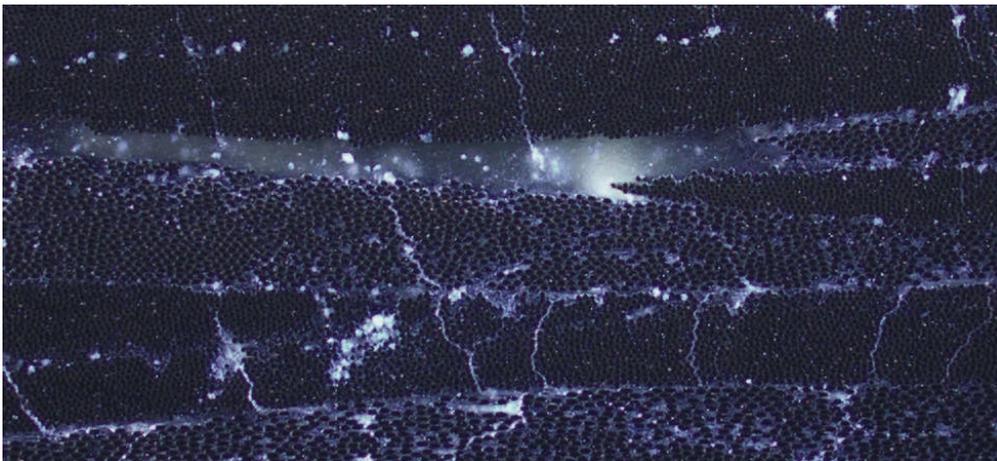


FIGURE 1 – Fissuration d'un composite réel, les fissures visibles sur cette figure traversent les plis de part en part.

Il faut ensuite regarder la limite vers laquelle tend notre calcul pour obtenir la valeur d'endommagement la plus réaliste.

### 3 Méthode d'homogénéisation

Faire un calcul en 3D, aurait demandé trop de puissance, et/ou de temps. Pour résoudre ce problème, la méthode proposée dans cet article est similaire à celle utilisé par [Wu et al., 1998] et [Doghri and Tinel, 2005]. Le principe est d'homogénéiser notre matériau en deux temps : tout d'abord les Fibres + la matrice, puis le composite sain + les fissures. Ceci permet de faire des calculs en deux dimensions, ce qui diminue grandement la durée d'un calcul. la figure 2 résume graphiquement cette méthode. Le repère suivant est défini :  $e_2$  est le sens des fibres,  $e_1$

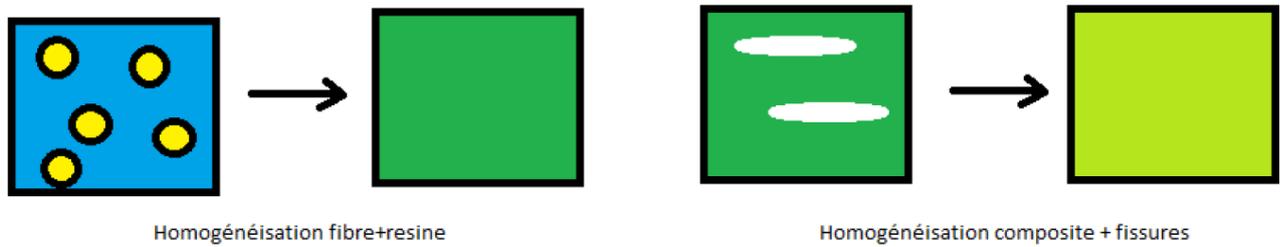


FIGURE 2 – Présentation de la séquence de double homogénéisation.

le sens de propagation des fissures, avec comme grand axe pour leur forme elliptique l'axe  $e_2$ . La figure 3 illustre ce choix de repère.

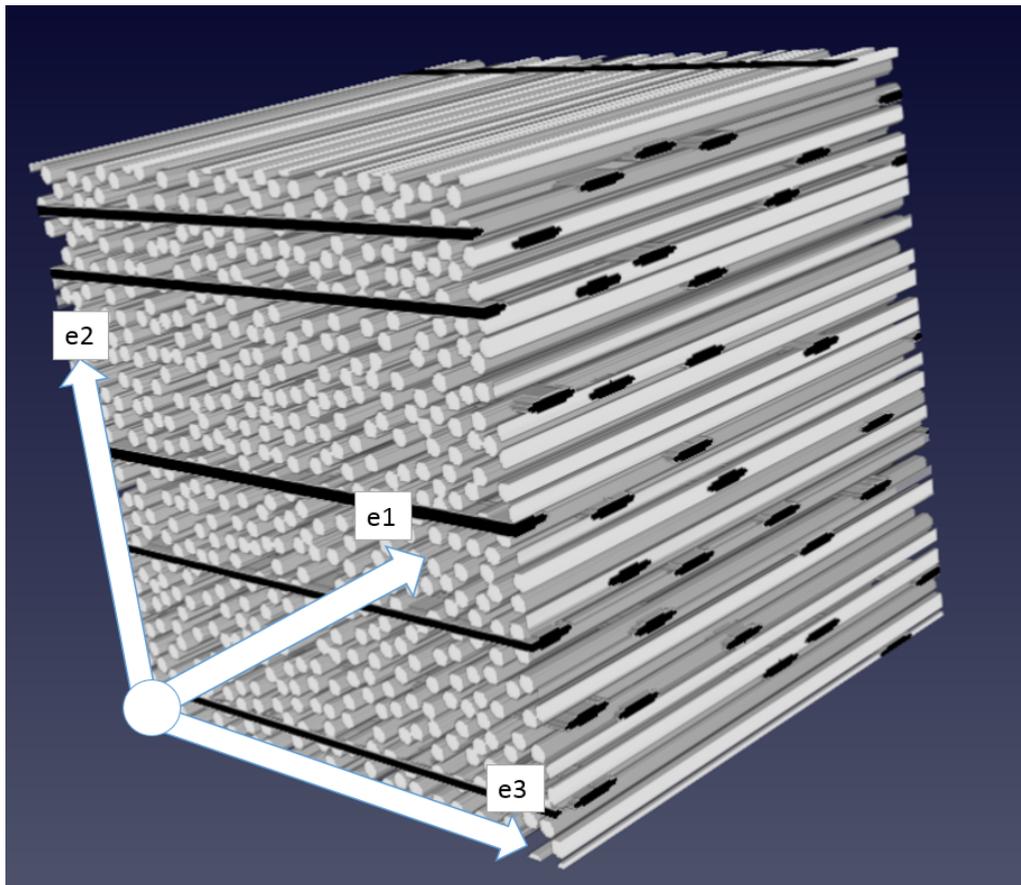


FIGURE 3 – Image d'un VER reconstruite en 3D, par soucis de visibilité, les fissures ne sont pas à l'échelle sur cette image.

Il faut cependant bien faire attention à noter que sur l'image, les fissures ont été agrandies afin de permettre au lecteur de bien visualiser la situation.

## 4 Etude de convergence

Afin d'être sûr de la légitimité des résultats, il est important de s'assurer que le volume élémentaire est bien représentatif, et que les fissures sont bien représentées. Il faut donc prendre en compte deux facteurs : le zoom sur le VER, autrement dit, le nombre de fissures présentes, et le nombre de pixels utilisés pour représenter ces fissures, en effet, une faible résolution peut entraîner un biais dans la représentation de ces fissures. La procédure suivie est donc la suivante : il faut tout d'abord scalculer la sensibilité du résultat au nombre de pixels représentant les ellipses (sur un petit nombre d'ellipses), le résultat dépendant surtout du ratio d'aspect. Puis, dans un second temps, il faut un calcul de la convergence sur la taille du VER. Pour cela, le nombre de pixels sur le coté du VER augmente, tout en gardant le même nombre dans les fissures (grand et petit axe).

### 4.1 Sensibilité au nombre de pixels

Lors de la "discrétisation" du VER, de l'information est perdue. En effet, les fissures ne sont plus représentées de façon exacte, et donc numériquement les calculs sont aussi moins exacts que pour un calcul sans discrétisation. C'est pourquoi il est important d'effectuer un test de sensibilité au nombre de pixels. La figure 4 montre les résultats de ces tests de convergence pour 1000 à 10000 pixels de coté (image de  $N^2$  pixels).

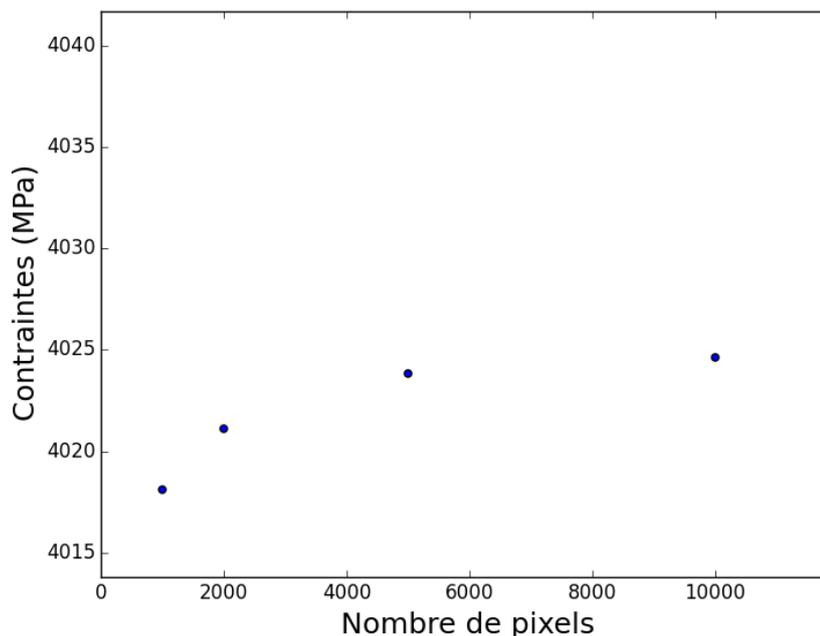


FIGURE 4 – Convergence des contraintes en fonction de la résolution du VER (nombre de pixels sur le coté).

La figure 4 permet de déduire que 5000 pixels de coté (coté du VER) sont suffisants pour représenter les fissures, en effet, entre 5000 et 10 000 pixels, la différence n'est que de 1 MPa,

ce qui correspond à  $0.25\%$  . Ceci implique que les fissures doivent présenter au minimum 1000 Pixels de long pour 100 de haut.

## 4.2 Sensibilité au nombre de fissures

Une fois le nombre de pixels requis pour représenter une fissure connu, il faut vérifier que le volume élémentaire est représentatif. Il faut donc régler le "zoom" sur notre VER de façon à stabiliser le résultat de l'homogénéisation. La figure 5 montre le principe de ce test de sensibilité.

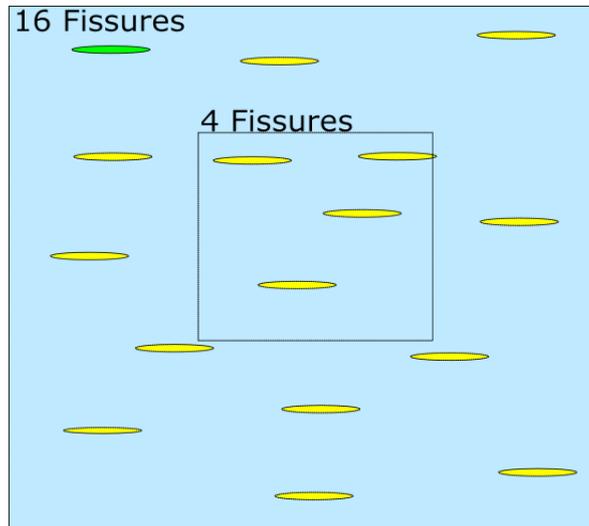


FIGURE 5 – Schéma de principe du test de sensibilité au nombre de fissures.

Les résultats de ce test sont visibles dans le tableau en figure 6, il est clair, que 4 fissures sont suffisantes pour représenter le matériau fissuré, en effet, la différence entre 4 et 16 fissures n'est que de 7 MPa, soit 1.7%, ce qui permet d'estimer que la convergence est atteinte.

4 fissures	16 Fissures
4042.5715	4035.1026

FIGURE 6 – Convergence des résultats en fonction du nombre de fissures.

## 5 Résultat des calculs

Afin de connaître la relation entre endommagement transverse et endommagement en cisaillement, 3 VERs ont été générés, avec différents taux de vides initiaux (taux de vide lorsque les fissures sont à section circulaire). Les fissures sont ensuite petit à petit écrasées, pour tendre vers la réalité, en effet, dans la réalité les fissures ont une épaisseur extrêmement faible et donc un ratio d'aspect proche de 0. Les effets de cet écrasement ont été tracés sur la figure 5. Sur le graphique de gauche, les points obtenus pour l'endommagement transverse ont été tracés, sur celui de droite, l'endommagement en cisaillement a été tracé. Ces points permettent d'extrapoler la limite vers laquelle convergent les endommagements transverse et en cisaillement lorsque les fissures sont totalement écrasées.

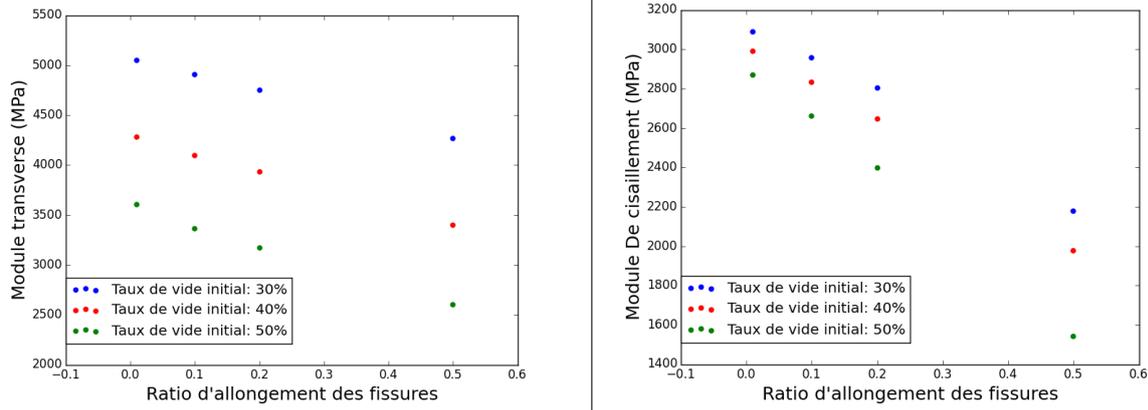


FIGURE 7 – Gauche : Contraintes transverse en fonction du ratio d’aspect des fissures, droite : Contraintes de cisaillement en fonction du ratio d’aspect des fissures.

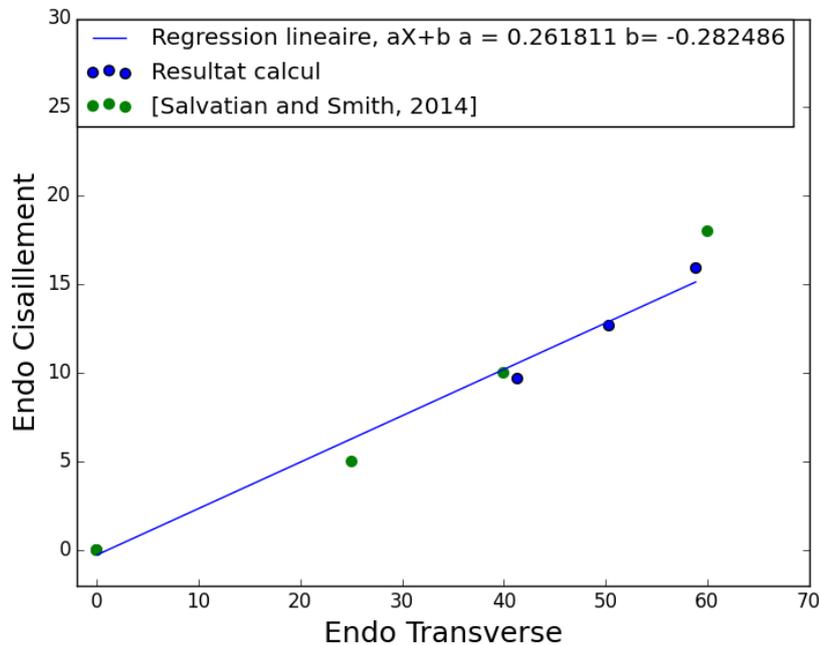


FIGURE 8 –  $d_{12} = f(d_2)$  le point  $[0,0]$  a été ajouté aux trois points déjà disponibles.

Afin de déterminer la relation entre  $d_2$  et  $d_{12}$  une extrapolation linéaire a été effectuée sur les points de la figure 7, afin de pouvoir tracer  $d_{12} = f(d_2)$ . Ces résultats sont visibles sur la figure 8. A l’aide d’une regression linéaire, on trouve la valeur du coefficient  $c$  liant  $d_{12}$  à  $d_2$  ce qui permet d’écrire :

$$d_{12} = 0.26 \times d_2 \quad (6)$$

Ces résultats concordent avec ceux obtenus expérimentalement par [Salavatian and Smith, 2014] (voir figure 9), ce qui permet de valider la prédictibilité des calculs d’endommagement effectués par cette méthode.

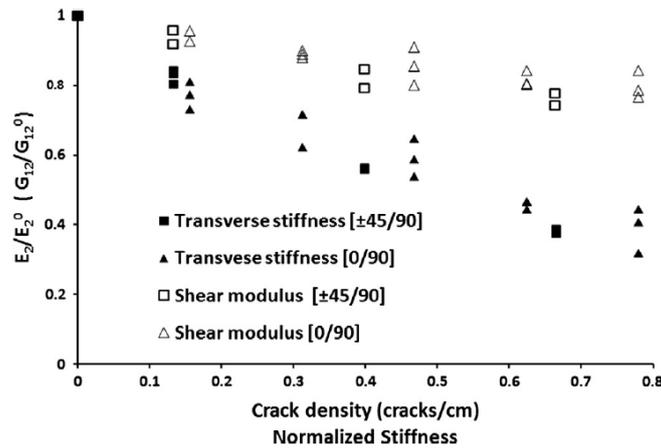


FIGURE 9 – Résultats expérimentaux obtenus par [Salavatian and Smith, 2014].

## 6 Conclusion

Dans cet article, les possibilités des méthodes de calcul par FFT (CraFT) ont été utilisées afin d'effectuer des calculs d'endommagement sur des micro-structures représentant un composite fissuré en faisant l'hypothèse que ces fissures traversent les plis de part en part, et qu'elles présentent une forme d'ellipse de ratio d'aspect égal à 0. Les résultats sont encourageants puisque concordant avec ceux expérimentaux trouvés au cours des recherches bibliographiques.

## Références

- [Doghri and Tinel, 2005] Doghri, I. and Tinel, L. (2005). Micromechanical modeling and computation of elasto-plastic materials reinforced with distributed-orientation fibers. *International Journal of Plasticity*, 21(10) :1919–1940.
- [Ladeveze and LeDantec, 1992] Ladeveze, P. and LeDantec, E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43 :257–267.
- [Ladevèze and Lubineau, 2003] Ladevèze, P. and Lubineau, G. (2003). On a damage meso-model for laminates : micromechanics basis and improvement. *Mechanics of Materials*, 35(8) :763–775.
- [Lemaitre et al., 2009] Lemaitre, J., Chaboche, J.-L., Benallal, A., and Desmorat, R., editors (2009). *Mécanique des matériaux solides*. Sciences sup Physique. Dunod, Paris, 3e et nouvelle édition edition.
- [Miot et al., 2010] Miot, S., Hochard, C., and Lahellec, N. (2010). A non-local criterion for modelling unbalanced woven ply laminates with stress concentrations. *Composite Structures*, 92(7) :1574–1580.
- [Moulinec and Suquet, 1994] Moulinec, H. and Suquet, P. (1994). A fast numerical method for computing the linear and nonlinear mechanical properties of composites. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série II, Mécanique, physique, chimie, astronomie*, 318(11) :1417–1423.
- [Moulinec and Suquet, 1998] Moulinec, H. and Suquet, P. (1998). A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 157 :69–94.

- [Salavatian and Smith, 2014] Salavatian, M. and Smith, L. (2014). The effect of transverse damage on the shear response of fiber reinforced laminates. *Composites Science and Technology*, 95 :44–49.
- [Thollon and Hochard, 2009] Thollon, Y. and Hochard, C. (2009). A general damage model for woven fabric composite laminates up to first failure. *Mechanics of Materials*, 41(7) :820–827.
- [Wang, 1987] Wang, A. (1987). Strength, failure, and fatigue analysis of laminates. *ASM Internation, Engineered materials handbook*, 1.
- [Wu et al., 1998] Wu, Y., Shivpuri, R., and Lee, L. J. (1998). Effect of Macro and Micro Voids on Elastic Properties of Polymer Composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 17(15) :1391–1402.