



**HAL**  
open science

# Modélisation d'un haut parleur électro-dynamique: approche dans le cadre des Systemes à Hamitoniens à Ports

Antoine Falaize, Thomas Hélié

► **To cite this version:**

Antoine Falaize, Thomas Hélié. Modélisation d'un haut parleur électro-dynamique: approche dans le cadre des Systemes à Hamitoniens à Ports. 12e Congrès Français d'Acoustique, Apr 2014, Poitiers, France. hal-01245564

**HAL Id: hal-01245564**

**<https://hal.science/hal-01245564v1>**

Submitted on 25 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## **Modélisation d'un haut parleur électro-dynamique: approche dans le cadre des Systèmes à Hamiltoniens à Ports**

A. Falaize et T. Helie

IRCAM - CNRS UMR 9912 - UPMC, 1, place Igor Stravinsky, 75004 Paris, France  
antoine.falaize@ircam.fr

Cet article traite de la modélisation et d'un haut-parleur électro-dynamique. Les réalisations technologiques font que ces systèmes sont rarement linéaires. Ces non-linéarités sont de divers types (suspensions mécaniques, propriétés magnétiques, etc). Cependant, ces transducteurs partagent tous une même propriété physique : en dehors des sources, ce sont des systèmes passifs. Dans ce travail, nous cherchons à exploiter explicitement cette propriété et en particulier les fonctions de stockage énergétique, pour la modélisation non linéaire. L'approche utilisée s'appuie sur les "Systèmes à Hamiltoniens à Ports" dont nous rappelons le formalisme. Il s'agit de systèmes dynamiques ouverts décrits comme des ensembles de composants stockant de l'énergie et de composants dissipant de la puissance, et sont munis de ports d'interconnexion au travers desquels le système peut échanger avec son environnement. Ce formalisme préserve naturellement le comportement énergétique des composants élémentaires et le bilan de leurs échanges de puissance, y compris dans le cas non linéaire. Ceci permet de garantir la passivité des modèles à temps continu. Un modèle non linéaire, paramétrique, à fonctions d'énergie bien posées est produit sur la base d'un dictionnaire de composants élémentaires que nous introduisons. Ce modèle sera utilisé pour de futurs travaux d'estimation et de compensation des non-linéarités d'un transducteur.

## 1 Introduction

Les hauts parleurs électrodynamiques sont des systèmes bien connus, dont l'utilisation a été généralisée depuis leur mise à disposition, que ce soit dans des applications de restitution sonore (HiFi), ou comme partie intégrante d'une chaîne de mesure (contrôle non destructif, acoustique des salles, HRTF, etc...). Cependant, ce sont des systèmes complexes de par leur fonctionnement même (couplages entre plusieurs domaines physiques) et les contraintes liées à leur fabrication. Pour toutes ces raisons, il est difficile de prévoir à la conception leur réponse à des stimuli d'amplitude variable.

Un haut parleur électrodynamique est classiquement décrit par le modèle de Thiele et Small [1, 2], qui est valide en petits signaux, c'est à dire lorsque le système est sollicité dans sa zone de fonctionnement linéaire. Cependant, ce modèle ne traduit pas toutes les nuances de fonctionnement qui apparaissent lorsque le système est utilisé à fort niveau. Ces systèmes présentent plusieurs non-linéarités inhérentes à leur principe de fonctionnement. La modélisation des effets non linéaires a été largement étudiée depuis, et plusieurs méthodes ont été proposées : Variation des paramètres de Thiele et Small [10, 11, 12], séries de Volterra [16] ou de Wiener-Volterra [17], représentation d'état non linéaire [19, 20]. Cependant, l'interprétation physique de ces différents modèles et la préservation de la passivité n'est pas évidente.

Dans cet article, nous proposons un modèle simplifié de la partie électro-magnéto-mécanique du haut parleur électrodynamique, non linéaire et à bilan de puissance garanti. Ce modèle est donné dans le formalisme des "Systèmes à Hamiltoniens à Port" et un dictionnaire de composants physiques adaptés est construit. Ce dictionnaire inclut en particulier des composants non linéaires paramétriques, dans le but de faire de l'estimation dans second temps. Plus précisément, la non-linéarité de la suspension mécanique et les effets non linéaires dus au comportement du circuit ferromagnétique sont pris en compte.

L'article est organisé de la façon suivante. La section 2 rappelle le formalisme des systèmes à Hamiltoniens à ports. Le modèle du haut parleur est ensuite détaillé section 3.

## 2 Système hamiltoniens à ports

Nous présentons les bases du formalisme des Systèmes à Hamiltoniens à Ports sous une forme adaptée à notre objet d'étude (voir [3, 4, 5] pour une description plus détaillée). Nous en donnons une illustration sur un exemple simple.

### 2.1 Formalisme

Un système ouvert passif de dimension finie (systèmes électroniques, de mécanique du solide, etc) peut généralement être décrit par un ensemble de  $n_S$  composants stockants (condensateurs et bobines, masses et ressorts, etc),  $n_D$  composants dissipatifs (résistances et diodes, amortissements fluides et frottements solides, etc) et  $n_P$  ports de connexion qui permettent des échanges avec l'extérieur (fils, points d'action/réaction, etc).

L'énergie de chaque composant stockant est exprimée comme une fonction définie positive d'un état approprié  $\mathcal{H}_s(\eta_s) = E_s \geq 0$  (typiquement, pour une masse  $m$ , l'état  $\eta$  peut être choisie comme la quantité de mouvement et  $\mathcal{H}(\eta) = \frac{\eta^2}{2m}$ ). De même, la puissance dissipée par chaque composant dissipatif est exprimée comme une fonction positive d'une variable appropriée  $\mathcal{D}_d(\omega_d) \geq 0$  (typiquement, pour un amortissement fluide  $a$ , la variable  $\omega$  peut être choisie comme la vitesse  $v$  et  $\mathcal{D}(v) = a.v^2$ ). La puissance entrante sur chaque port est notée  $\mathcal{P}_p$ .

Pour chaque domaine considéré (voir table 1), on choisit deux quantités, appelées respectivement *flux*  $f$  et *effort*  $e$ , dont le produit donne la puissance reçue par les composants (stockants ou dissipatifs) et par le système complet via les ports (convention récepteur). Pour les composants stockants, les variables d'effort et de flux peuvent être reliées aux quantités  $\frac{d\eta_s}{dt}$  et  $\frac{d\mathcal{H}_s}{d\eta_s}$  puisque leur produit fournit la puissance reçue ( $f_s.e_s = \frac{dE_s}{dt} = \frac{d\mathcal{H}_s}{d\eta_s} \cdot \frac{d\eta_s}{dt}$ ) : dans le cas de la masse,  $F = m \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{d\eta}{dt}$  et  $v = \frac{\eta}{m} = \frac{d\mathcal{H}}{d\eta}$ . Pour les composants dissipatifs, la fonction de dissipation est factorisée en  $\mathcal{D}_d(\omega_d) = f_d.e_d = \omega_d.z_d(\omega_d)$  : pour l'amortissement,  $F = a.v = z(\omega)$ . Pour les ports, les efforts et les flux sont répartis et organisés dans deux vecteurs  $u$  et  $y$ , port par port, de sorte que  $u_p.y_p = f_p.e_p = \mathcal{P}_p$ . Dans cette répartition, on considère  $u$  comme une entrée et  $y$  comme une sortie du système.

En exprimant et combinant les relations entre les efforts et les flux pour un le système considéré (application des lois

de Kirchhoff, bilans des forces, etc), on obtient les équations qui gouvernent le système. Ces équations prennent la forme d'un système dit "à Hamiltonien à Ports" [5, (éq. 2.53)], noté dans la suite *SHP*

$$\begin{pmatrix} \frac{d\eta}{dt} \\ \omega \\ -\mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_\eta & -\mathbf{K} & \mathbf{G}_\eta \\ \mathbf{K}^T & \mathbf{J}_\omega & \mathbf{G}_\omega \\ -\mathbf{G}_\eta^T & -\mathbf{G}_\omega^T & \mathbf{J}_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nabla \mathcal{H}(\eta) \\ \mathbf{z}(\omega) \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

où les matrices  $\mathbf{J}_\eta$ ,  $\mathbf{J}_\omega$ ,  $\mathbf{J}_y$  sont antisymétriques ( $\mathbf{J}^T = -\mathbf{J}$ ).  $\nabla \mathcal{H} : \mathbb{R}^{n_s} \rightarrow \mathbb{R}^{n_s}$  dénote le gradient de l'énergie totale  $E = \mathcal{H}(\eta) = \sum_{s=1}^{n_s} \mathcal{H}_s(\eta_s)$  par rapport au vecteur d'état  $[\eta]_s = \eta_s$ . La fonction  $\mathbf{z} : \mathbb{R}^{n_d} \rightarrow \mathbb{R}^{n_d}$  exprimée sur le vecteur  $\omega \in \mathbb{R}^{n_d}$  rassemble toutes les fonctions  $z_d(\omega_d)$  de sorte que  $\mathbf{z}(\omega)^T \cdot \omega = \sum_{d=1}^{n_d} \mathcal{D}_d(\omega_d)$  soit la puissance dissipée par l'ensemble du système. La puissance totale entrant le système est  $\mathcal{P}_S = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{y} = \sum_p \mathcal{P}_p$ . On vérifie immédiatement que cette structure garantit le bilan de puissance. En effet, le calcul de  $\frac{dE}{dt}$  en exploitant (1) montre que

$$\frac{dE}{dt} + \mathcal{D} - \mathcal{P}_S = \begin{pmatrix} \nabla \mathcal{H}(\eta) \\ \mathbf{z}(\omega) \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{d\eta}{dt} \\ \omega \\ -\mathbf{y} \end{pmatrix} = 0. \quad (2)$$

## 2.2 Exemple illustratif

Considérons le système décrit en figure 1 avec les choix adaptés suivants. Pour le ressort  $r$ , l'état est son élongation

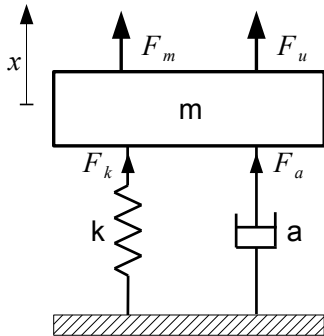


FIGURE 1 – Système masse  $m$ , raideur linéaire  $k_r$  et amortissement  $a$  (sans champ de pesanteur). La position relative de la masse par rapport à l'équilibre est notée  $x$ .

$\eta_1 = x_r$  et l'énergie (potentielle) est décrite par  $\mathcal{H}_1(\eta_1) = \frac{1}{2} \cdot k_r \cdot \eta_1^2$  où  $k_r$  est la raideur. Pour la masse  $m$ , on reprend le même choix que précédemment : l'état est la quantité de mouvement  $\eta_2 = m \cdot v_m$  et l'énergie (cinétique) est décrite par  $\mathcal{H}_2(\eta_2) = \frac{1}{2 \cdot m} \eta_2^2$ . Pour l'amortissement, on reprend aussi le même choix que précédemment :  $\omega_1 = v_a$  avec  $z_1(\omega_1) = a \cdot \omega_1$ . Pour le port, l'entrée est la force extérieure appliquée à la masse  $u = F_{ext}$  et la sortie est la vitesse associée  $y = v_{ext}$ .

En écrivant le bilan des forces et égalant les vitesses des différents composants connectés, on trouve que

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_r \\ m \cdot \dot{v}_m \\ v_a \\ -v_{ext} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_k \\ v_m \\ F_a \\ F_{ext} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

ce qui correspond exactement à la structure (1), bloc par bloc.

## 2.3 Choix des variables de puissance

On a vu en section 2.1 qu'un choix adapté de variables d'effort et de flux pour le domaine mécanique correspond à la force et la vitesse. Dans le domaine électrique, on utilisera le courant et la tension [6]. Dans le domaine magnétique, on utilisera la représentation *gyrateur-capacité* dont l'interprétation énergétique est directe (voir [13, 14] pour une description complète). L'ensemble des choix faits est résumé dans le tableau 1.

TABLEAU 1 – Choix des variables de flux et d'effort considérés pour les domaines de la mécanique, de l'électronique et du magnétisme.

Domaine	Flux	Effort
Mécanique	Vitesse : $v$ [m.s <sup>-1</sup> ]	Force : $F$ [N]
Électrique	Courant : $i$ [A]	Tension : $v$ [V]
Magnétique	Variation de flux magnétique $\dot{\phi}$ [V]	force magnéto-motrice (fmm) $\xi$ [A]

Nous donnons ci-dessous un bref rappel pour la description macroscopique du magnétisme qui sera utilisée dans la suite. Un champ magnétique est habituellement décrit par deux champs complémentaires : le champ d'excitation  $h$  et le champ d'induction  $b = M_0(h) + M(h)$ . Ce dernier est la superposition de la *magnétisation du vide*  $M_0 = \mu_0 \cdot h$  où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide et de la *magnétisation du matériau*  $M$ , caractérisée par la moyenne statistique (à une échelle macroscopique) de moments magnétiques microscopiques. En l'absence d'un champ d'excitation, les orientations à l'échelle microscopique sont uniformément réparties de sorte que  $M = 0$ . Avec l'augmentation du champ appliqué, les moments s'orientent progressivement sur  $h$  jusqu'à atteindre une saturation lorsque tous les moments sont localement colinéaires au champ. On considère  $h$  constant sur une ligne de champ,  $b$  constant sur une section d'un circuit magnétique, et on définit [13, 14]

- la *force magnéto-motrice (fmm)*  $\xi = \oint_C h \cdot dl = l \cdot h$  et
- le *flux d'induction magnétique*  $\phi = \iint_S b \cdot dS = S \cdot b$ ,

où les variables  $l$  et  $S$  sont définies en figure 2.

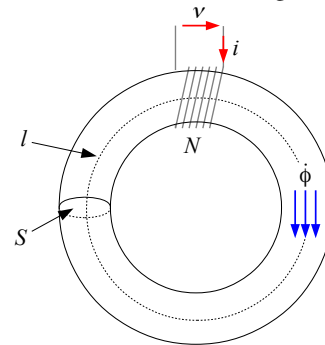


FIGURE 2 – Schématisation d'un circuit magnétique.  $l$  est la longueur moyenne des lignes de champs et  $S$  la surface moyenne embrassée par le champ d'induction  $b$ .

### 3 Dictionnaire de Composants

La membrane d'un haut parleur électrodynamique est mise en mouvement sous l'action des forces de Laplace, dues à la variation de la tension aux bornes de la bobine plongée dans un champ magnétique généré par un aimant permanent. Trois domaines physiques sont donc explicitement pris en compte : électrique, mécanique et magnétique. Nous ne modélisons ni le rayonnement acoustique, ni les effets de la température sur le fonctionnement global. Cependant, le système est terminé par un port mécanique (force et vitesse de la membrane), sur lequel on peut connecter une charge acoustique de complexité variable.

Nous détaillons tout d'abord les phénomènes de stockage et de dissipation d'énergie dans le domaine magnétique. Ensuite, le modèle paramétrique des deux non linéarités traitées (suspension et circuit magnétique) est donné. Finalement, l'ensemble est connecté au travers de gyrateurs pour donner le modèle complet sous la forme d'un SHP.

#### 3.1 Circuit magnétique

Dans la suite, on néglige la magnétisation du vide :  $h \equiv h(b)$ . La variation de la densité d'énergie stockée sous la forme d'un champ magnétique est alors  $\dot{\mathcal{E}} = h(b) \cdot \dot{b}$  [8]. La variation d'énergie totale est donc donnée par

$$\iiint_V \dot{\mathcal{E}} dV = S.l.h(b) \cdot \dot{b} = \xi \cdot \dot{\phi} = \nabla \mathcal{H}(\eta) \cdot \dot{\eta}, \quad (4)$$

avec  $\eta = \phi$  et  $\nabla \mathcal{H}(\eta) = S.l.h\left(\frac{\eta}{S}\right) = \xi$ .

#### 3.2 Pertes par hystérésis dans les ferromagnétiques

Sans champ d'excitation magnétique appliqué, les lignes de champs se ferment préférentiellement à l'intérieur du matériau, de telle sorte qu'un échantillon se divise spontanément à l'échelle mésoscopique en un grand nombre de régions de magnétisation uniforme, appelés les domaines de Weiss, séparé par de très fines zones de transition, les parois de Bloch (voir [7, §2]). [7, §2.3] La magnétisation des ferromagnétiques implique le déplacement des parois de Bloch qui délimitent les domaines de Weiss. La réversibilité du processus de magnétisation des ferromagnétiques est conditionné par la présence d'impuretés dans le réseau cristallin du matériau, qui constituent de microscopiques vides magnétique. L'énergie magnétique totale étant plus faible lorsque ces vides sont situés sur les parois de Bloch que lorsqu'elles sont dans les domaines, chaque mur aura tendance à rester en position fixe correspondant à un minimum d'énergie magnétique. Lors des phases de magnétisation/démagnétisation, les murs *sautent* d'une position à l'autre, ce qui se traduit par l'irréversibilité du processus et l'apparition d'un cycle d'hystérésis dans la courbe  $h(b)$ . Dans la mesure où toute l'énergie perdue est convertie en chaleur, ce phénomène est bien décrit par une force de type *frottement visqueux*, de coefficient  $\kappa$ , de puissance associée

$$\mathcal{P}_\kappa = -\kappa |\dot{M}| = -\frac{\kappa}{S} |\dot{\phi}| \quad (5)$$

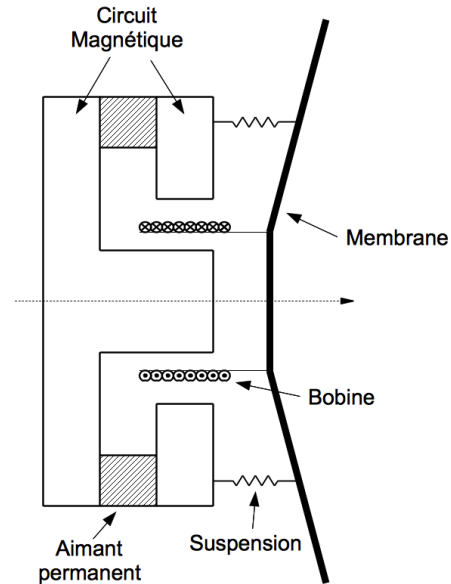


FIGURE 3 – Vue schématique d'un haut parleur électrodynamique.

#### 3.3 Paramétrisation des fonctions de stockage non linéaires

Les principales non-linéarités apparaissant dans le système sont dues à la suspension de l'équipage mobile (raideur non-linéaire) et au comportement du matériau constituant le circuit magnétique. On fait une représentation paramétrique idéalisée qui respecte le bilan de puissance. On choisit des fonctions impaires (symétriques) comme relations  $\nabla \mathcal{H}_k(x) = F(x)$  et  $\nabla \mathcal{H}(\phi) = S.l.h\left(\frac{\phi}{S}\right)$ . Pour les besoins de l'estimation, les courbes de saturation  $c(x)$  sont construites par combinaison linéaire de fonctions de bases, en assurant la linéarité d'une partie du système par rapport aux paramètres  $\alpha$  :

$$c(x) = \alpha_0 \cdot c_0(x) + \alpha_{sat} \cdot c_{sat}\left(\frac{x}{x_{sat}}\right), \quad (6)$$

avec comme contraintes

$c_0(x)$  pilote le comportement linéaire autour de l'origine,

$c_{sat}(x)$  décrit le phénomène de saturation, ne participe pas au comportement linéaire de  $c(x)$  et est normalisée en  $\frac{1}{2}$ .

On choisit alors

$$\begin{aligned} c_0(x) &= x \\ c_{sat}(x) &= \frac{4}{4-\pi} \cdot \left( \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right) - \frac{\pi x}{2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

L'énergie associée s'écrit alors :

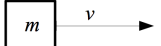
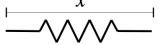
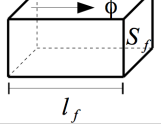
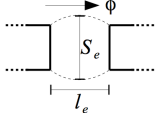
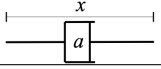
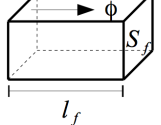
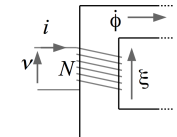
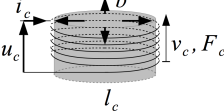
$$\mathcal{H}(x) = \int_0^x c(\tilde{x}) d\tilde{x} = \alpha_0 \cdot \mathcal{H}_0(x) + \alpha_{sat} \cdot \mathcal{H}_{sat}\left(\frac{x}{x_{sat}}\right) \quad (8)$$

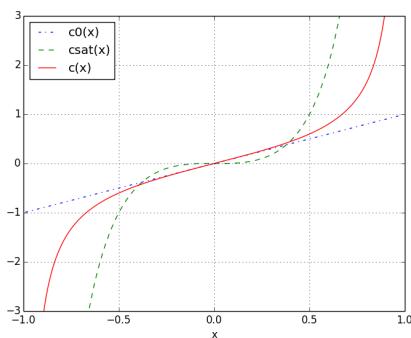
avec

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(x) &= \frac{x^2}{2} \\ \mathcal{H}_{sat}(x) &= -\frac{8}{\pi(4-\pi)} \cdot \left[ \ln \left| \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right| + \frac{\pi^2}{8} \cdot x^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

et on vérifie que  $\mathcal{H}(\eta) \geq 0, \forall (\alpha_0, \alpha_{sat}) \in \mathbb{R}_*^+ \times \mathbb{R}_*^+$

TABLEAU 2 – Dictionnaire de composants élémentaires dans chaque domaine considéré.

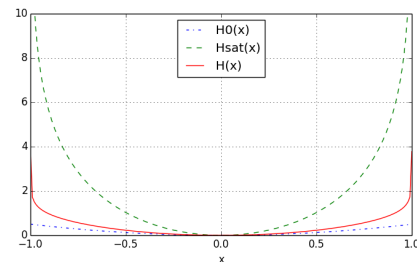
Stockage	Diagram	État $\eta$	Fonction de stockage $E = \mathcal{H}(\eta)$	Effort $e$	Flux $f$
Masse		$m.v$	$\frac{1}{2m}.\eta^2$	$\dot{\eta}$	$\nabla\mathcal{H}(\eta)$
Raideur non linéaire		$x$	$\alpha_{k,0}.\mathcal{H}_0(\eta) + \alpha_{k,sat}.\mathcal{H}_{sat}\left(\frac{\eta}{x_{sat}}\right)$	$\nabla\mathcal{H}(\eta)$	$\dot{\eta}$
Ferromagnétique		$\phi$	$\alpha_{\phi,0}.\mathcal{H}_0(\eta) + \alpha_{\phi,sat}.\mathcal{H}_{sat}\left(\frac{\eta}{\phi_{sat}}\right)$	$\nabla\mathcal{H}(\eta)$	$\dot{\eta}$
Entrefer		$\phi$	$\frac{l_e}{2.\mu_0.\mu_r.S_e}.\eta^2$	$\nabla\mathcal{H}(\eta)$	$\dot{\eta}$
Dissipations	Diagram	État $\omega$	Puissance dissipée $\mathcal{D}(\omega) = z(\omega).\omega$	Effort $e$	Flux $f$
Amortissement fluide		$v = \dot{x}$	$a.\omega^2$	$z(\omega)$	$\omega$
Hystérésis magnétique		$\dot{\phi}$	$\kappa. \dot{\phi} $	$z(\omega)$	$\omega$
Couplages	Diagram	Diagram			
Induction		$\begin{pmatrix} v \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & N \\ \frac{1}{N} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi \\ \phi \end{pmatrix}$			
Force de Laplace		$\begin{pmatrix} v_c \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{b.L_c} \\ b.L_c & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_c \\ v_c \end{pmatrix}$			

FIGURE 4 – Courbes  $c_0(x)$ ,  $c_{sat}(x)$ , et  $c(x)$  pour  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_{sat} = 0.1$  et  $x_{sat} = 1$ .

### 3.4 Couplages

#### 3.4.1 Électromagnétiques

Le théorème d'Ampère relie la circulation du champ d'excitation le long d'une ligne de champ d'induction à la somme des courants algébriques qui traversent la surface circonscrite :  $\xi = N.i$ . La loi de Lenz-Faraday relie la variation de flux magnétique dans un solénoïde à la force électromotrice appliquée à ses bornes :  $\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{N}.v$ . L'égalité des puissance dans chaque domaine assure le caractère conservatif de l'interconnexion :  $v.i = \dot{\phi}.\xi$ . Un bobinage de  $N$  tours à noyau ferreux est donc modélisé par un gyrateur

FIGURE 5 – Fonctions  $\mathcal{H}_0(x)$ ,  $\mathcal{H}_{sat}(x)$ , et  $\mathcal{H}(x)$  pour  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_{sat} = 0.1$  et  $x_{sat} = 1$ .

[13, 14] :

$$\begin{pmatrix} v \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & N \\ \frac{1}{N} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi \\ \phi \end{pmatrix}. \quad (10)$$

#### 3.4.2 Électromécanique

On considère un conducteur de section  $S_c$  et de longueur  $L_c$ , soumis à une tension  $v_c$ , en mouvement à la vitesse  $v_c$  de direction constante dans un champ d'induction  $b$  orthogonal à  $v_c$ . On exprime le courant parcourant ce conducteur à partir de la distribution volumique de charge  $\rho_q$  se déplaçant à la vitesse  $v_q$  comme  $i_c = \iint \rho_q.v_q.dS_c$ . Alors, un élément de conducteur de longueur  $dl$  est soumis à la force de Laplace  $dF_L = \rho_q.S_c.dl.(v_q + v_c) \times b$ . Cette force est orthogonale à la vitesse  $v_q + v_c$ , la puissance associée est donc nulle :

$d\mathcal{P}_L = F_L \cdot (v_q + v_f) = 0$ . En intégrant cette relation sur la longueur totale du conducteur, on obtient que

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_L &= v_c \cdot (b \cdot l_c \cdot i_c) + i_c \cdot (v_c \cdot l_c \cdot b) \\ &= v_c \cdot F_c - i_c \cdot \mathcal{U}_c = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Ce que l'on résume par

$$\begin{pmatrix} v_c \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{b \cdot l_c} \\ b \cdot l_c & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_c \\ v_c \end{pmatrix}. \quad (12)$$

### 3.5 Modèle complet

Le circuit magnétique représenté en figure 6 est modélisé par

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_i \\ \dot{\phi}_\kappa \\ -i_B \\ -\dot{\phi}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & +\frac{1}{N} & 0 \\ 0 & 0 & +\frac{1}{N} & 0 \\ -\frac{1}{N} & -\frac{1}{N} & 0 & -\frac{1}{N} \\ 0 & 0 & \frac{1}{N} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_i \\ \xi_\kappa \\ v_B \\ \xi_A \end{pmatrix}, \quad (13)$$

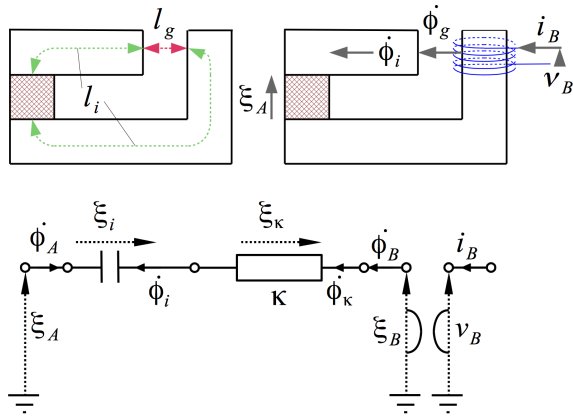


FIGURE 6 – Modèle de circuit magnétique à une dimension.

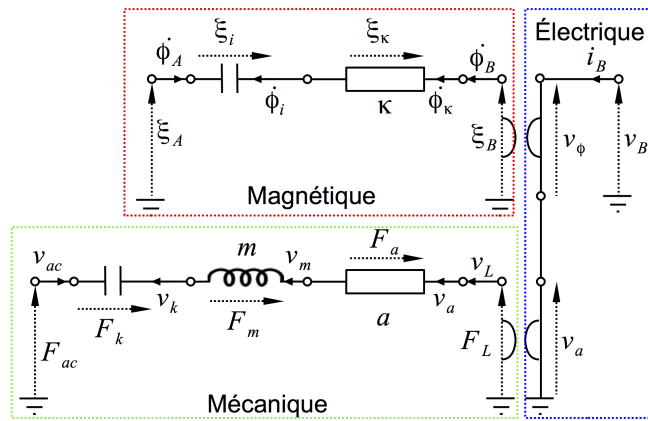


FIGURE 7 – Modèle du haut-parleur transposé dans le domaine électrique.

Finalement, le modèle complet du transducteur est donné par

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_i \\ F_m \\ v_k \\ \dot{\phi}_\kappa \\ v_a \\ -i_B \\ -\dot{\phi}_A \\ -v_{ac} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot & \frac{-b \cdot l}{N} & \cdot & \cdot & \frac{1}{N} & \cdot & \cdot \\ \frac{b \cdot l}{N} & \cdot & -1 & \frac{b \cdot l}{N} & -1 & \cdot & \frac{b \cdot l}{N} & -1 \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{-b \cdot l}{N} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{N} & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\frac{1}{N} & \cdot & \cdot & -\frac{1}{N} & \cdot & \cdot & -\frac{1}{N} & \cdot \\ \cdot & \frac{-b \cdot l}{N} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{N} & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_i \\ v_m \\ F_k \\ \xi_\kappa \\ F_a \\ v_B \\ \xi_A \\ F_{ac} \end{pmatrix} \quad (14)$$

où les points correspondent à des zéros.

## 4 Conclusions

Dans cet article, la partie électro-magnéto-mécanique d'un haut parleur électrodynamique a été modélisée dans le cadre des Systèmes à Hamiltonien à Ports, qui garantissent un bilan de puissance bien posé. Ce modèle inclut des non-linéarités "type" pour la suspension mécanique, le stockage magnétique et les phénomènes d'hystérésis magnétique. Pour cela un dictionnaire de composants élémentaires a été construit. Ces composants sont modélisés à partir de fonctions d'énergie ou de dissipation paramétriques dans des espaces de configuration adaptés. Une attention particulière a été portée sur la positivité de ces fonctions et leur linéarité en les paramètres, excepté pour un "paramètre de saturation".

En première perspective, ceci sera exploité pour la mise au point d'une future méthode d'estimation des paramètres. Deux autres perspectives concernent la simulation du modèle à passivité garantie et son utilisation pour la compensation des non-linéarités du transducteur.

## Remerciements

Ce travail a été mené dans le cadre du projet ANR HamecMopSys. La thèse d'Antoine Falaize est financée par l'École Doctorale EDITE.

## Références

- [1] Thiele, N. (1971). Loudspeakers in vented boxes : Part 1. Journal of the Audio Engineering Society, 19(5), 382-392.
- [2] Thiele, N. (1971). Loudspeakers in vented boxes : Part 2. Journal of the Audio Engineering Society, 19(6), 471-483.
- [3] Maschke, B. M., Van der Schaft, A. J., & Breedveld, P. C. (1992). An intrinsic Hamiltonian formulation of network dynamics : Non-standard Poisson structures and gyrators. Journal of the Franklin institute, 329(5), 923-966.
- [4] Van der Schaft, A. J. (2006). Port-Hamiltonian systems : an introductory survey. Proceedings of the International Congress of Mathematicians (3) : Invited Lectures, 1339-1365.
- [5] Stramigioli, S., Duindam, V., & Macchelli, A. (2009). Modeling and Control of Complex Physical Systems : The Port-Hamiltonian Approach. Springer.
- [6] Falaize-Skrzek, A., & Hélie, T. (2013, October). Simulation of an analog circuit of a wah pedal : a port-Hamiltonian approach. In Audio Engineering Society Convention 135. Audio Engineering Society.
- [7] Henrotte, F., Nicolet, A., & Hameyer, K. (2006). An energy-based vector hysteresis model for ferromagnetic materials. COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 25(1), 71-80.

- [8] François-Lavet, V., Henrotte, F., Stainer, L., Noels, L., & Geuzaine, C. (2011). Vectorial incremental nonconservative consistent hysteresis model. In Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering (ACOMEN2011).
- [9] Ravaud, R., Lemarquand, G., Lemarquand, V., & Roussel, T. (2010). Ranking of the nonlinearities of electrodynamic loudspeakers. *Archives of Acoustics*, 35(1), 49-66.
- [10] Klippel, W. (1990). Dynamic measurement and interpretation of the nonlinear parameters of electrodynamic loudspeakers. *Journal of the Audio Engineering Society*, 38(12), 944-955.
- [11] Klippel, W. (2006). Tutorial : Loudspeaker nonlinearities—causes, parameters, symptoms. *Journal of the Audio Engineering Society*, 54(10), 907-939.
- [12] Ravaud, R., Lemarquand, G., Lemarquand, V., & Roussel, T. (2010). Ranking of the nonlinearities of electrodynamic loudspeakers. *Archives of Acoustics*, 35(1), 49-66.
- [13] Hamill, D. C. (1993). Lumped equivalent circuits of magnetic components : the gyrator-capacitor approach. *IEEE transactions on power electronics*, 8(2), 97-103.
- [14] Hamill, D. C. (1994, February). Gyrator-capacitor modeling : a better way of understanding magnetic components. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1994. APEC'94. Conference Proceedings 1994., Ninth Annual* (pp. 326-332). IEEE.
- [15] Mayergoyz, I. D. (1991). *The Classical Preisach Model of Hysteresis* (pp. 1-63). Springer New York.
- [16] Kaizer, A. J. (1987). Modeling of the nonlinear response of an electrodynamic loudspeaker by a Volterra series expansion. *Journal of the Audio Engineering Society*, 35(6), 421-433.
- [17] Lashkari, K. (2006, May). A novel Volterra-Wiener model for equalization of loudspeaker distortions. In *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings. 2006 IEEE International Conference on* (Vol. 5, pp. V-V). IEEE.
- [18] Pascal BRUNET, Bahram Shafai, 2011, *New Trends in Modeling and Identification of Loudspeaker with Nonlinear Distortion*, International Conference on Modeling, Simulation and Visualization Methods, July 2011
- [19] Suykens, J., Vandewalle, J., & Van Ginderdeuren, J. (1995). Feedback linearization of nonlinear distortion in electrodynamic loudspeakers. *Journal of the audio engineering society*, 43(9), 690-694.
- [20] State-Space Modeling and Identification of Loudspeaker with Nonlinear Distortion IASTED International Conference on Modeling, Simulation, and Identification November 2011 Authors : Pascal BRUNET, Bahram Shafai