



**HAL**  
open science

## Identifiabilité structurelle et identification de systèmes couplés par les sorties

Safa Jedidi, Romain Bourdais, Jean Buisson, Marie-Anne Lefebvre

► **To cite this version:**

Safa Jedidi, Romain Bourdais, Jean Buisson, Marie-Anne Lefebvre. Identifiabilité structurelle et identification de systèmes couplés par les sorties. JDMACS 2015, Jun 2015, Bourges, France. hal-01243579

**HAL Id: hal-01243579**

**<https://hal.science/hal-01243579v1>**

Submitted on 15 Dec 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identifiabilité structurelle et identification de systèmes couplés par les sorties

Safa JEDIDI<sup>1</sup>, Romain BOURDAIS<sup>1</sup>, Jean BUISSON<sup>1</sup>, Marie-Anne LEFEBVRE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Equipe ASH Automatique des Systèmes Hybrides  
SUPELEC - IETR UMR 6164, Avenue de la Boulaie  
CS 47601, F-35576 Cesson-Sévigné Cedex, France  
{safa.jedidi@supelec.fr}

*Résumé*— Cet article s'intéresse à l'identification des systèmes de grande taille qui peuvent être décomposés en une collection de sous-systèmes couplés par les sorties. Il est d'abord montré que si le système global est structurellement identifiable, alors tous les sous-systèmes le sont également, en considérant les sorties comme de nouvelles entrées. Cette propriété est ensuite utilisée pour proposer une procédure d'identification décentralisée. L'efficacité de l'approche proposée est illustrée sur un exemple académique.

*Mots-clés*— Identifiabilité structurelle, Identification décentralisée, Systèmes de grande taille.

## I. INTRODUCTION

Les systèmes technologiques de grande taille tels que les systèmes de transport, les systèmes électriques, les systèmes de bâtiments... sont omniprésents dans notre vie moderne. La grande taille de ces systèmes a conduit au développement de diverses techniques pour réduire la complexité de leur étude. Une approche possible est de considérer le grand système comme une collection de nombreux sous-systèmes plus simples.

L'identification [1] est un point crucial pour l'élaboration d'une stratégie de contrôle basée sur un modèle. D'un point de vue pratique, le problème de la taille des systèmes se pose également pour l'identification paramétrique.

Pour simplifier l'identification des systèmes de grande taille, de nombreux auteurs ont essayé d'exploiter leur structure. Dans [5], le système global est hiérarchisé et une méthode itérative est proposée pour l'identification. Dans [7], les auteurs s'intéressent aux systèmes circulants [3], et ils exploitent leurs propriétés pour définir une procédure originale d'identification. Une autre technique exploite la propriété de découplage en boucle fermée afin de définir une collection d'observateurs décentralisés pour les systèmes non linéaires interconnectés [12].

Dans cet article, nous supposons que le système global est structurellement identifiable. L'identifiabilité structurelle est une propriété importante quand il faut évaluer les paramètres du système, car elle garantit l'unicité des paramètres [15]. Dans [13], l'auteur se concentre sur les systèmes compartimentaux pour étudier l'identifiabilité structurelle du système global, et dans [4], l'identifiabilité pratique peut être vérifiée pour des conditions suffisantes sur les signaux d'interaction entre les sous-systèmes. Dans ce document, on considère un ensemble de systèmes linéaires couplés par leurs sorties. Un exemple est représenté sur la figure 1. De nombreux processus peuvent être modélisés sous cette forme, c'est le cas par exemple des systèmes thermiques dans les bâtiments [8].

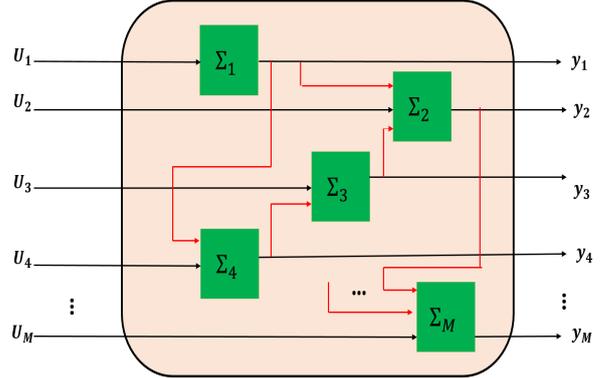


Fig. 1. Exemple d'un grand système composé de  $M$  sous-systèmes couplés par les sorties.

La contribution de cet article est double : il est d'abord prouvé que si le système global est structurellement identifiable, alors tous les sous-systèmes couplés par les sorties sont également structurellement identifiables. A partir de ce résultat, une procédure d'identification décentralisée permettant de réduire la complexité de l'identification globale est développée.

Ce document est organisé comme suit : dans la section II, on donne quelques rappels sur l'identifiabilité structurelle puis on présente le système global et sa structure. La première contribution de cet article est expliquée dans la section III dans laquelle on présente une condition suffisante pour l'identifiabilité structurelle des sous-systèmes. Dans la section IV, la procédure d'identification décentralisée est définie et son efficacité est illustrée par un exemple académique inspiré des systèmes thermiques dans les bâtiments. La conclusion et les perspectives de ce travail sont présentées dans la section V.

## II. FORMALISATION DU PROBLÈME

### A. Rappel sur l'identifiabilité structurelle

Tester l'identifiabilité structurelle d'un système est une étape importante dans la validation théorique d'un modèle. Intuitivement, les paramètres d'un système sont identifiables s'il est théoriquement possible de les déterminer d'une façon unique à partir de l'observation des entrées et des sorties supposées parfaitement connues, en se plaçant dans un cadre idéal non bruité, où le modèle cherché correspond à celui du système étudié.

La littérature sur l'identifiabilité et les méthodes pour la vérifier est vaste [2], [6], ... Le lecteur peut se référer à [14]

et [15] qui traitent le sujet en détail. Sa définition formelle est rappelée comme suit :

*Définition 1* : Identifiabilité structurelle globale [14]

Considérons le système linéaire (1) paramétré en  $p$ , avec  $p \in \mathcal{P} \subset \mathbb{R}^{n_p}$  (où  $\mathcal{P}$  est l'ensemble des paramètres admissibles), représenté sous la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(p)x + B(p)u \\ y &= C(p)x \end{cases}, \quad x(0) = x_0(p) \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

Le paramètre  $p_0 \in \mathcal{P}_0 \subset \mathbb{R}$  est dit structurellement globalement identifiable (s.g.i.) si et seulement si, pour tout  $\tilde{p}_0 \in \mathcal{P}_0$  et pour une classe d'entrée  $\mathcal{U}$  :

$$y(\tilde{p}, t) \equiv y(p, t), \forall t \in \mathbb{R}^+, \forall u \in \mathcal{U}, \implies \tilde{p}_0 = p_0 \quad (2)$$

Le système global (1) est s.g.i. si et seulement si, tous ses paramètres sont s.g.i..

Dans cet article, sans perte de généralité, nous supposons que la condition initiale est connue et non paramétrée.

Il existe plusieurs méthodes pour tester l'identifiabilité structurelle comme l'approche par transformation de Laplace, décrite dans [10], la méthode des paramètres de Markov expliquée dans [11] qui est basée sur la représentation Bond Graph du système ou le développement en série de Taylor des sorties, étudié dans [9] par exemple.

Dans cet article, nous allons utiliser un outil puissant pour vérifier l'identifiabilité structurelle d'un modèle représenté par sa représentation d'état : la méthode des similarités (similarity transformation approach) décrite dans [13].

Avant de rappeler le théorème principal de cette approche, nous introduisons d'abord quelques notations. La dépendance en  $p$  de toutes les matrices sera omise : par exemple, la matrice  $A(p)$  sera notée  $A$ . Pour une autre paramétrisation  $\tilde{p}$ , la matrice  $A(\tilde{p})$  sera notée  $\tilde{A}$ .

Pour appliquer la méthode des similarités, il faut que le système (1) soit structurellement commandable et structurellement observable :

*Définition 2* : Le système (1) est structurellement commandable si pour presque tout  $p \in \mathcal{P}$ , on a :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{pmatrix} = n$$

*Définition 3* : Le système (1) est structurellement observable si pour presque tout  $p \in \mathcal{P}$ , on a :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n$$

Les résultats de cet article sont basés sur le théorème suivant :

*Théorème 1* : [13] Le système (1), structurellement commandable et observable, est structurellement globalement identifiable si et seulement si, pour deux paramétrisations  $p$  et  $\tilde{p}$  et une matrice non singulière  $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , telles que :

$$\begin{cases} TA &= \tilde{A}T \\ TB &= \tilde{B} \\ \tilde{C}T &= C \end{cases} \quad (3)$$

alors  $T = \text{Id}$  et  $p = \tilde{p}$ .

Maintenant que les principales définitions sont données, nous allons préciser dans la section suivante, la structure du système global étudié.

*B. Passage d'une description locale à une description globale du système*

Dans cet article, on considère une collection de  $M$  sous-systèmes dynamiques. Chaque sous-système est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$(\Sigma_i) : \begin{cases} \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} K_{ij} y_j \\ y_i &= C_i x_i \end{cases} \quad (4)$$

dans laquelle les matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $K_{ij}$  sont paramétrées par le vecteur  $p_i \in \mathbb{R}^{n_{p_i}}$  ( $i = 1 \dots M$ ).

L'ensemble  $\mathcal{N}_i = \{j \mid K_{ij} \neq 0\}$  est une collection d'indices qui indique le voisinage du système  $(\Sigma_i)$ . Un sous-système  $(\Sigma_j)$  est dans le voisinage de  $(\Sigma_i)$  si sa sortie  $y_j$  a un effet sur  $\dot{x}_i$ .

A partir de cette description locale, le système global peut être déduit comme suit :

$$(\Sigma) : \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (5)$$

avec :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_M \end{pmatrix}$$

Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  dépendent du vecteur  $p$  qui est le vecteur des paramètres du grand système.

$$A(p) = \begin{pmatrix} A_1 & K_{12}C_2 & \dots & K_{1M}C_M \\ K_{21}C_1 & A_2 & \dots & K_{2M}C_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{M1}C_1 & K_{M2}C_2 & \dots & A_M \end{pmatrix}$$

$$B(p) = \text{diag}(B_i)_{i=1,M}, \quad C(p) = \text{diag}(C_i)_{i=1,M}$$

On suppose que le système global est structurellement commandable et observable. Dans ce cas on peut montrer que les sous-systèmes sont également structurellement commandables et observables. La preuve de cette propriété ne sera pas développée dans cet article.

### III. CONDITION SUFFISANTE POUR L'IDENTIFIABILITÉ STRUCTURELLE DES SYSTÈMES LOCAUX

L'idée pour montrer cette propriété est de considérer chaque sous-système comme indépendant des autres mais possédant comme entrées virtuelles certaines des sorties de ses voisins. On définit ainsi le sous-système virtuel :

$$(\Sigma_i) : \begin{cases} \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} K_{ij} \hat{u}_{ij} \\ y_i &= C_i x_i \end{cases} \quad (6)$$

Le premier résultat de cet article peut être énoncé comme suit :

*Théorème 2* : Si le système global ( $\Sigma$ ), structurellement commandable et observable, est structurellement globalement identifiable, alors tous les sous systèmes ( $\Sigma_i$ ) sont aussi structurellement globalement identifiables.

*Preuve 1* : Pour tout  $i = 1, \dots, M$ , on suppose qu'on a deux paramétrisations  $p_i$  et  $\tilde{p}_i$  et une matrice  $T_i$  telles que :

$$T_i A_i = \tilde{A}_i T_i \quad (7)$$

$$T_i B_i = \tilde{B}_i \quad (8)$$

$$\forall j \neq i, \quad T_i K_{ij} = \tilde{K}_{ij} \quad (9)$$

$$\tilde{C}_i T_i = C_i \quad (10)$$

En introduisant  $T = \text{diag}(T_i)_{i=1,M}$  on a alors :

$$\begin{aligned} TA &= \begin{pmatrix} T_1 A_1 & T_1 K_{12} C_2 & \dots & T_1 K_{1M} C_M \\ T_2 K_{21} C_1 & T_2 A_2 & \dots & T_2 K_{2M} C_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_M K_{M1} C_1 & T_M K_{M2} C_2 & \dots & T_M A_M \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{A}_1 T_1 & \tilde{K}_{12} C_2 & \dots & \tilde{K}_{1M} C_M \\ \tilde{K}_{21} C_1 & \tilde{A}_2 T_2 & \dots & \tilde{K}_{2M} C_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{K}_{M1} C_1 & \tilde{K}_{M2} C_2 & \dots & \tilde{A}_M T_M \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{A}_1 \tilde{C}_1 T_1 & \tilde{K}_{12} \tilde{C}_2 T_2 & \dots & \tilde{K}_{1M} \tilde{C}_M T_M \\ \tilde{K}_{21} \tilde{C}_1 T_1 & \tilde{A}_2 T_2 & \dots & \tilde{K}_{2M} \tilde{C}_M T_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{K}_{M1} \tilde{C}_1 T_1 & \tilde{K}_{M2} \tilde{C}_2 T_2 & \dots & \tilde{A}_M T_M \end{pmatrix} \\ &= \tilde{A} T \end{aligned} \quad (11)$$

Comme  $B$ ,  $C$  et  $T$  sont des matrices diagonales par bloc,  $BT = \tilde{B}$  et  $\tilde{C}T = C$ . Et puisque le système global est par hypothèse globalement identifiable, alors en utilisant le théorème 1, on peut déduire que  $T = \text{Id}$  et  $p = \tilde{p}$ . Par conséquent, pour tout  $i = 1, \dots, M$  on a  $T_i = \text{Id}$  et  $p_i = \tilde{p}_i$ . D'où, par le théorème 1, on déduit que tous les sous-systèmes ( $\Sigma_i$ ) sont structurellement identifiables. Ceci conclut la preuve.

Le théorème 2 sera utilisé pour élaborer une procédure d'identification décentralisée. Ce point est expliqué dans la section suivante.

#### IV. LA DÉMARCHE DE L'IDENTIFICATION DÉCENTRALISÉE

Dans cette partie, on va tout d'abord décrire la procédure d'identification décentralisée qui sera par la suite appliquée sur un exemple académique.

##### A. Le schéma d'identification décentralisée

L'intérêt du théorème 2 est de simplifier l'identification du système global en estimant les paramètres de chaque sous-système. On vérifie d'abord que le grand système est structurellement globalement identifiable. Dans ce cas, en utilisant le théorème 2, on peut déduire que les sous-systèmes sont aussi structurellement globalement identifiables. On va donc sous-système par sous-système, identifier les paramètres associés. On va pour ce faire récupérer le jeu d'entrée/sortie du sous-système considéré, ainsi que les

données des sorties des sous-systèmes qui sont en couplage avec lui. Les paramètres globaux seront alors la réunion de tous les paramètres ainsi obtenus (voir figure 2).

le théorème 2 implique que si le grand système composé de sous systèmes couplés par les sorties est globalement identifiable alors les sous systèmes sont aussi globalement identifiables. En s'appuyant sur ce théorème, nous proposons de remplacer l'identification globale des paramètres par une identification décentralisée de paramètres de chacun des sous système qui le compose. les signaux d'entrée pour l'identification d'un sous système sont ses signaux d'entrées ainsi que les signaux des sorties de de son voisinage.

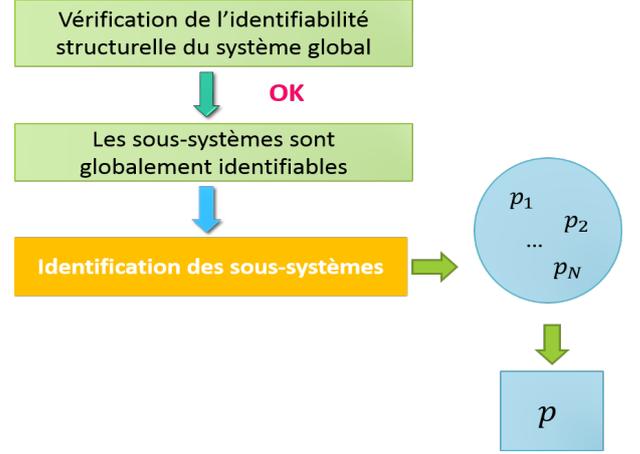


Fig. 2. Procédure d'identification.

Cette procédure d'identification est testée sur un exemple académique qui est présenté dans la section suivante.

##### B. Exemple académique

Pour montrer l'intérêt du théorème 2, l'étude sera faite en premier lieu sur un système global simple et structurellement globalement identifiable composé de  $M$  sous-systèmes couplés par les sorties. On étudiera l'influence de 3 indicateurs pour comparer les résultats :

- **l'erreur paramétrique maximale (EPM)** de l'approche utilisée (globale ou décentralisée) correspond au maximum des erreurs calculées sur chacun des paramètres. Chaque erreur est définie par la formule suivante :

$$(EP)_i = 100 \left| \frac{\text{valeur estimée}(p_i) - \text{valeur réelle}(p_i)}{\text{valeur réelle}(p_i)} \right|$$

où  $p_i$  est un paramètre du système étudié.

- **l'ajustement(ou le fit) minimal(Am)** correspond au minimum des ajustements calculés sur les différentes sorties. Ces ajustements indiquent la ressemblance entre les sorties réelles et les sorties mesurées.
- **le temps d'identification** calculé comme la somme des temps d'identification de tous les sous-systèmes qui composent le grand système (calcul non parallélisé).

##### B.1 Description du système

L'exemple choisi pour illustrer la démarche provient du domaine de la thermique des bâtiments. On considère un

grand système représentant un bâtiment composé de  $M$  pièces dont le modèle de couplage choisi est un couplage par les sorties. Les sous-systèmes sont décrits par les figures 3 et 4.

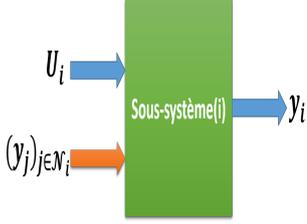


Fig. 3. Sous système(i).

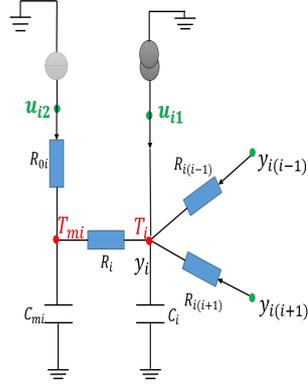


Fig. 4. Schéma électrique équivalent du sous-système(i).

Le grand système peut représenter une maison dont les sous-systèmes sont les pièces qui la composent et les entrées sont les flux de chauffage et la température extérieure par exemple. Le couplage représente l'influence thermique entre les pièces voisines. Le modèle électrique équivalent est donné par la figure 4.

Pour cet exemple, on va traiter le cas où le couplage par les sorties se fait uniquement entre les sous-systèmes les plus proches comme le montre la figure 5.

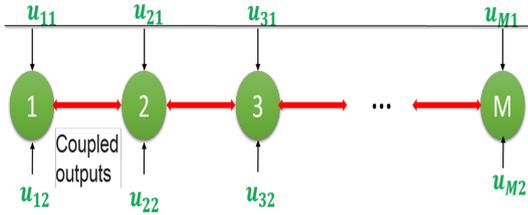


Fig. 5. Couplage par les sorties entre les voisins (sous-systèmes) les plus proches seulement.

Ce couplage est traduit par les résistances de couplage  $R_{ij}$ .

Les paramètres inconnus (à estimer) sont les résistances et les capacités pour chaque sous-système :  $C_{mi}$ ,  $C_i$ ,  $R_i$ ,  $R_{0i}$  et  $R_{ij}$ . Les valeurs de ces paramètres sont différentes d'une pièce à l'autre mais restent proches des valeurs données dans le tableau I.

TABLE I  
VALEURS MOYENNES DES PARAMÈTRES

$p_i$	$C_{mi}$	$C_i$	$R_i$	$R_{0i}$	$R_{ij}$
valeur réelle	5	4	3	0.4	6

Chaque sous-système est décrit par la représentation d'état 4 avec :

$$A_i = \begin{pmatrix} -\frac{1}{C_{mi}} \left( \frac{1}{R_{0i}} + \frac{1}{R_i} \right) & \frac{1}{C_{mi} R_i} \\ \frac{1}{C_i R_i} & -\frac{1}{C_i} \left( \frac{1}{R_i} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{1}{R_{ij}} \right) \end{pmatrix}$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C_{mi} R_{0i}} \\ \frac{1}{C_i} & 0 \end{pmatrix} \quad K_{ij} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_i R_{ij}} \end{pmatrix}$$

$$C_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x_i = \begin{pmatrix} T_{mi} \\ T_i \end{pmatrix} \quad U_i = \begin{pmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{pmatrix}$$

## B.2 Conditions expérimentales

Pour procéder à l'identification, on a utilisé des signaux d'entrée riches en fréquence de type PRBS (Pseudo Random binary sequence), RGS (Random Gaussian Signal) and RBS (Random Binary Signal). Les valeurs initiales des paramètres pour l'identification sont de l'ordre de 20 % des vraies valeurs. Pour l'identification des paramètres, on a utilisé la fonction PEM (Prediction Error Estimate) de Matlab avec l'algorithme à régions de confiance (Trust-Region-Reflective Algorithm) qui est un algorithme d'optimisation d'une fonction de coût différentiable. Les simulations pour l'identification sont faites sur 9000 points.

## B.3 Identification

Pour analyser les résultats de l'identification, on a traité deux cas : le premier cas est l'identification dans un cadre idéal non bruité et pour le deuxième cas, on a ajouté des bruits sur les sorties.

**B.3.a Identification : cas idéal.** Les résultats de l'identification pour un système global composé de  $M$  sous-systèmes sont les suivants : le tableau II donne les ajustements minimaux (Am) et le tableau III fournit les résultats d'erreur paramétrique maximale, dans les cas d'identification globale (IG) et décentralisée (ID).

TABLE II  
INFLUENCE DE M SUR L'AJUSTEMENT

$M$	Am(IG)(%)	Am(ID)(%)
$M=2$	100	100
$M=3$	100	100
$M=4$	100	100
$M=5$	99.76	100
$M=6$	99.54	100
$M=7$	98.24	100
$M=10$	N/A	100

TABLE III  
INFLUENCE DE M SUR L'EPM

$M$	EPM (IG)(%)	EPM (ID)(%)
$M=2$	0	0
$M=3$	0	0
$M=4$	0	0
$M=5$	0.64	0
$M=6$	0.98	0
$M=7$	1.2	0
$M=10$	N/A	0

A partir de ces résultats, on peut remarquer que plus le nombre des sous-systèmes est grand, plus la dimension

du système global augmente, et plus son identification devient compliquée : par exemple pour  $M = 10$  (on a 20 états et 49 paramètres) la procédure d'identification échoue à donner un résultat. On note aussi, dans le cas global, que le pourcentage des erreurs paramétriques augmente si la taille du système augmente, et la valeur minimale des fits des sorties diminue progressivement, ce qui montre la dégradation de la qualité de l'identification. Par contre, en utilisant l'approche décentralisée (identification de chaque sous-système) on obtient des bons résultats d'identification avec un ajustement de 100% et une erreur paramétrique nulle.

On a fait aussi une comparaison du temps d'identification entre les deux approches. Le tableau IV compare le temps d'identification pour le système global (IG) et le temps d'identification décentralisée (ID).

TABLE IV  
INFLUENCE DE  $M$  SUR LE TEMPS D'IDENTIFICATION

$M$	temps (IG) (min)	temps (ID) (min)
$M=2$	2.65	1.75
$M=3$	5.77	2.57
$M=4$	7.10	4.20
$M=5$	9.15	5.14
$M=6$	14.20	6.28
$M=7$	19.30	7.16
$M=10$	N/A	11.25

Les résultats montrent un autre intérêt du théorème 2 qui est la réduction du temps d'identification en le comparant à celui de l'approche globale.

Cet exemple académique simple, met en avant l'intérêt du théorème 2 et de la procédure d'identification qui en découle.

**B.3.b Identification : cas bruité (bruit sur les sorties).** Il est toujours intéressant de regarder comment les résultats d'identification sont sensibles aux bruits. Pour étudier ce point, on a ajouté des bruits de même puissance mais de natures différentes (gaussien, uniforme) et avec des réalisations différentes sur toutes les sorties pour un système global composé de 6 sous-systèmes. On a augmenté progressivement le rapport signal sur bruit (RSB) et on a calculé l'erreur paramétrique maximale (EPM) et le fit minimal pour l'approche globale et l'approche décentralisée comme le montrent les figures 6 et 7.

Suite à cette expérience, on peut également remarquer que, même dans le cas où les sorties sont bruitées, les erreurs paramétriques pour l'approche décentralisée sont moins élevées que celles pour l'approche globale, et que les ajustements sur les sorties sont meilleurs dans le cas de l'approche décentralisée.

Cette expérience semble montrer que la démarche proposée est moins sensible aux bruits de mesure. Cet aspect sera exploité dans des travaux futurs, où une étude de sensibilité sera menée.

## V. CONCLUSION

L'identification des systèmes de grande taille est toujours considérée comme un problème compliqué. Dans cet article, on a montré comment la structure d'un modèle (cou-

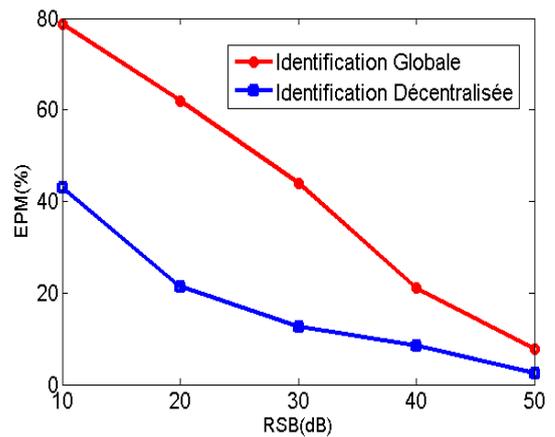


Fig. 6. Comparaison des erreurs paramétriques maximales.

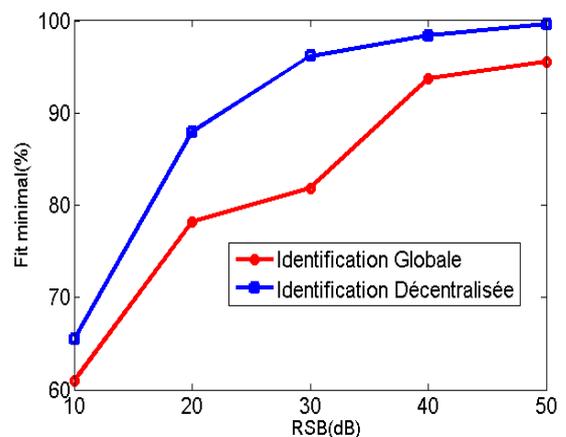


Fig. 7. Comparaison des ajustements minimaux.

plage des sous-systèmes par les sorties) peut simplifier et réduire la complexité de l'identification des systèmes de grande taille. On a illustré cette technique sur un exemple inspiré des systèmes thermiques des bâtiments.

Dans les problèmes traités dans cet article, on a supposé que le système à identifier pouvait être représenté sous forme de plusieurs sous-systèmes couplés par les sorties. Or selon les systèmes adressés, cette modélisation n'est pas toujours adéquate. Dans des travaux futurs, il serait intéressant d'étudier l'extension de cette démarche à d'autres types de couplage (couplage par les entrées, par les états...).

D'autre part, d'un point de vue pratique, identifier les paramètres d'un système requiert des signaux d'entrée suffisamment riches. Or dans notre approche, les signaux associés aux entrées virtuelles des sous-systèmes ( $\hat{u}_{ij}$ ) sont en réalité des sorties de notre processus qui peut filtrer certaines fréquences. L'impact de cette perte potentielle en richesse sera aussi étudié prochainement.

## RÉFÉRENCES

- [1] R. Bellman and K.J. Astrom. On structural identifiability. *Mathematical Biosciences*, 7(34) :329 – 339, 1970.
- [2] M.J. Chappell, K.R. Godfrey, and S. Vajda. Global identifiability of the parameters of nonlinear systems with specified inputs : A comparison of methods. *Mathematical Biosciences*, 102(1) :41 – 73, 1990.
- [3] R. D'Andrea, , and G.E. Dullerud. Distributed control design

- for spatially interconnected systems. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 48 :1478–1495, 2003.
- [4] M. Gerdin, T. Glad, and L. Ljung. Global identifiability of complex models, constructed from simple submodels. Technical report, Automatic Control at Linkopings universitet(Sweden), 2007.
- [5] N.J. Guinzy and A.P. Sage. System identification in large scale systems with hierarchical structures. *Computers and Electrical Engineering*, 1(1) :23 – 42, 1973.
- [6] L. Ljung and T. Glad. On global identifiability for arbitrary model parametrizations. *Automatica*, 30(2) :265 – 276, 1994.
- [7] P. Massioni and M. Verhaegen. Subspace identification of circulant systems. *Automatica*, 44(11) :2825 – 2833, 2008.
- [8] P.D. Morosan, R. Bourdais, D. Dumur, and J. Buisson. Building temperature regulation using a distributed model predictive control. *Energy and Buildings*, 42(9) :1445 – 1452, 2010.
- [9] J.P. Norton. An investigation of the sources of nonuniqueness in deterministic identifiability. *Math Biosciences*, 60 :89–108, 1982.
- [10] A. Perasso. *Identifiabilité de paramètres pour des systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles : Application à la dynamique des populations*. PhD thesis, l’université Paris-Sud XI, 2009.
- [11] G. Profos and M. Delgado. Identifiability of linear systems represented by Bond Graphs. In *Proceedings of Bond Graph modeling and simulation*, 1995.
- [12] J.S.H. Tsai, N.T. Hu, P.C. Yang, S.M. Guo, and L.S. Shieh. Modeling of decentralized linear observer and tracker for a class of unknown interconnected large-scale sampled-data nonlinear systems with closed-loop decoupling property. *Computers and Mathematics with Applications*, 60(3) :541 – 562, 2010.
- [13] J.M. Van den Hof. Structural identifiability of linear compartmental systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(6) :800–818, 1998.
- [14] E. Walter. *Identification of State Space Models*. Springer Verlag, 1982.
- [15] E. Walter. *Identifiability of State Space Models*. Springer Verlag, 1987.