



**HAL**  
open science

## Allocation de ressources pour la localisation non-cohérente par radar MIMO

Nil Garcia, Martial Coulon, Marco Lops, Alex M. Haimovich

► **To cite this version:**

Nil Garcia, Martial Coulon, Marco Lops, Alex M. Haimovich. Allocation de ressources pour la localisation non-cohérente par radar MIMO. 24eme Colloque Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), Sep 2013, Brest, France. pp.1-5. hal-01239716

**HAL Id: hal-01239716**

**<https://hal.science/hal-01239716>**

Submitted on 9 Dec 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID : 12732

The contribution was presented at GRETSI 2013 :  
<http://www.gretsi.fr/colloque2013/>

**To cite this version** : Garcia, Nil and Coulon, Martial and Lops, Marco and Haimovich, Alex M. *Allocation de ressources pour la localisation non-cohérente par radar MIMO*. (2013) In: 24eme Colloque Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2013), 3 September 2013 - 6 September 2013 (Brest, France).

Any correspondance concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Allocation de ressources pour la localisation non-cohérente par radar MIMO

Nil GARCIA<sup>1,2,3</sup>, Martial COULON<sup>3</sup>, Marco LOPS<sup>4</sup>, Alex M. HAIMOVICH<sup>1</sup>

<sup>1</sup>New Jersey Institute of Technology, 323 Martin Luther King Jr. Blvd, Newark, NJ 07103, USA

<sup>2</sup>TéSA, 14-16, Port Saint-Etienne, 31000 Toulouse, France

<sup>3</sup>Université de Toulouse, INPT-ENSEEIH/IRIT, 2 rue Camichel, Toulouse, France

<sup>4</sup>Université de Cassino, via Marconi 10 - 03043, Cassino (FR), Italie  
nil.garcia@njit.edu, martial.coulon@enseeiht.fr  
lops@unicas.it, haimovic@njit.edu

**Résumé** – On considère un réseau de radars MIMO dont on cherche à déterminer la meilleure répartition de largeurs de bande et de puissance entre les différentes antennes émettrices en vue d’obtenir une certaine précision de la localisation d’une cible unique. Plus précisément, on s’intéresse ici à l’allocation optimale de bande seule, ainsi qu’à l’allocation optimale conjointement de bande et de puissance. Cette allocation s’effectue par la minimisation de la borne de Cramér-Rao. Le problème d’optimisation non-convexe obtenu est résolu par un algorithme de programmation par différence de fonctions convexes. Les résultats numériques montrent que l’allocation conjointe fournit les meilleures performances, et que d’autre part l’allocation de bande joue un rôle prépondérant dans ces performances. De plus, une borne inférieure sur la borne de Cramér-Rao optimale théorique, difficilement calculable, a également été définie, qui montre la qualité de la solution quasi-optimale.

**Abstract** – One studies in this paper the optimal bandwidth allocation and the joint bandwidth/power allocation for the localization of a single target in a MIMO radar network. These allocations are conducted using the Cramér-Rao Lower Bound (CRLB) as the figure of merit for localization accuracy. The obtained optimization problems turn out to be non-convex. Hence, we apply a Difference of Convex functions programming approach to develop quasi-optimal algorithms. Numerical examples demonstrate that bandwidth allocation has considerably more impact on performance than power allocation, and that the best performance is obtained with joint power and bandwidth allocation. Moreover, a lower bound is also developed to help assess the quality of our solutions.

## 1 Introduction

Dans une architecture radar MIMO (*multiple-input, multiple output*), des antennes émettrices transmettent des signaux qui sont réfléchis par une ou plusieurs cibles, puis captés par différentes antennes réceptrices. On considère ici un système où les antennes émettrices et réceptrices sont positionnées de façon répartie dans l’espace. Ainsi, les cibles sont vues pas les antennes suivant différents angles, correspondant à des trajectoires diverses [5], et les signaux reçus présentent donc différentes amplitudes et phases. La diversité angulaire ainsi créée permet l’utilisation de techniques de localisation non cohérentes [5]. Dans un tel système, les cibles sont localisées par une procédure dite de multi-latération, basée uniquement sur des informations de distances (ou de temps d’arrivée) [3]. Deux opérations distinctes peuvent être envisagées : la détection et l’estimation. Dans la phase de détection, les ressources (bande et puissance) sont réparties uniformément aux différents émetteurs. Cela permet d’avoir une estimation initiale des positions des cibles et des gains complexes du canal. La phase d’estima-

tion, que nous considérons ici, consiste alors à affiner cette estimation par une allocation plus judicieuse des puissances et des bandes de transmission. En effet, la localisation MIMO repose sur l’orthogonalité des formes d’onde pour toutes valeurs des temps d’arrivée, afin de séparer les signaux provenant de différents émetteurs. Une façon simple d’obtenir cette orthogonalité consiste à assigner des bandes de fréquences disjointes aux différents émetteurs. C’est pourquoi, faisant suite à l’allocation optimale de puissance présentée dans [4], on s’intéresse ici au problème d’allocation de bande, ainsi qu’au problème d’allocation conjointe de bande et de puissance, pour la localisation d’une cible unique. Pour ce faire, on se base sur la borne de Cramér-Rao (*Cramér-Rao Lower Bound* - CRLB). En effet, il est bien connu que la CRLB fournit une borne fine sur l’estimation des paramètres à fort rapport signal-sur-bruit, et c’est sous ce régime de fort rapport signal-sur-bruit qu’est obtenue une grande précision de localisation. Les problèmes d’allocation de bande et/ou de puissance considérés se présentent comme non-convexes. Cependant, ils s’expriment comme des problèmes de programmation par différences de fonctions convexes (DC *programming*) [6]. Diverses méthodes ont été proposées pour ob-

Le travail de N. Garcia et A.M. Haimovich a été en partie financé par le U.S. Air Force Office of Scientific Research selon l’accord FA9550-09-1-0303.

tenir une solution approchée de problèmes DC. Nous nous inscrivons ici de l'algorithme *Successive Linearization Approximation* (SLA) [1], qui aboutit à une solution quasi-optimale.

Cet article est organisé comme suit. La partie 2 présente le modèle de signal et l'expression générale de la CRLB. La partie 3 étudie les problèmes d'allocation de bande et d'allocation conjointe de bande et de puissance. Enfin, la partie 4 présente des résultats de simulations et compare, en termes de CRLB, les performances des différentes approches.

## 2 Modèle de signal

On considère un système radar MIMO constitué de  $M$  émetteurs, situés aux positions  $\{(x_{Tm}, y_{Tm})\}_{m=1}^M$ , et  $N$  récepteurs, situés aux positions  $\{(x_{Rn}, y_{Rn})\}_{n=1}^N$ . Soit une cible située à la position  $(x, y)$ . On note respectivement  $d_{Tm}$  et  $d_{Rn}$  les distances euclidiennes de la cible par rapport à l'émetteur  $m$  et au récepteur  $n$ . On note de plus  $\{s_m(t)\}_{m=1}^M$  les signaux transmis, tous de même durée  $T$ , mais avec éventuellement des puissances  $p_m$  et des largeurs de bande  $w_m$  différentes. On définit alors les vecteurs  $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_M]^T$  et  $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_M]^T$ . Le signal obtenu au récepteur  $n$  s'écrit sous la forme

$$r_n(t) = \sum_{m=1}^M \sqrt{\alpha_{mn} p_m T} h_{mn} s_m(t - \tau_{mn}) + e_n(t)$$

où  $f_c$  est la fréquence porteuse,  $c$  la vitesse de la lumière,  $\alpha_{mn} = \frac{1}{4\pi d_{Tm}^2} \frac{1}{4\pi d_{Rn}^2} \frac{c^2}{4\pi f_c^2}$  représente l'atténuation déterministe (*path-loss*) sur le trajet émetteur  $m$ /cible/récepteur  $n$  (on considère ici une transmission en espace libre),  $\tau_{mn}$  est la durée de ce trajet, et  $h_{m,n}$  représente le gain (complexe) dû à la cible. Le bruit  $e_n(t)$  est supposé blanc et gaussien, de variance connue  $\sigma_e^2$ . On peut montrer d'après [3] que la CRLB pour une estimation de la position  $(\hat{x}, \hat{y})$  s'écrit sous la forme

$$\text{var}(\hat{x}) + \text{var}(\hat{y}) \geq \text{CRLB}(\mathbf{p}, \mathbf{w}) = \frac{(\mathbf{a} + \mathbf{b})^T (\text{diag } \mathbf{w})^2 \mathbf{p}}{\mathbf{p}^T (\text{diag } \mathbf{w})^2 \mathbf{H} (\text{diag } \mathbf{w})^2 \mathbf{p}} \quad (1)$$

où  $\mathbf{H} = (0.5\mathbf{a}\mathbf{b}^T + 0.5\mathbf{b}\mathbf{a}^T - \mathbf{c}\mathbf{c}^T)$  et  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{c}$  sont les vecteurs de longueur  $M$  suivants :

$$\mathbf{a} = \eta \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \alpha_{1n} |h_{1n}|^2 \left( \frac{x_{T1}-x}{d_{T1}} + \frac{x_{Rn}-x}{d_{Rn}} \right)^2 \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^N \alpha_{Mn} |h_{Mn}|^2 \left( \frac{x_{TM}-x}{d_{TM}} + \frac{x_{Rn}-x}{d_{Rn}} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{b} = \eta \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \alpha_{1n} |h_{1n}|^2 \left( \frac{y_{T1}-y}{d_{T1}} + \frac{y_{Rn}-y}{d_{Rn}} \right)^2 \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^N \alpha_{Mn} |h_{Mn}|^2 \left( \frac{y_{TM}-y}{d_{TM}} + \frac{y_{Rn}-y}{d_{Rn}} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{c} = \eta \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \alpha_{1n} |h_{1n}|^2 \left( \frac{x_{T1}-x}{d_{T1}} + \frac{x_{Rn}-x}{d_{Rn}} \right) \left( \frac{y_{T1}-y}{d_{T1}} + \frac{y_{Rn}-y}{d_{Rn}} \right) \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^N \alpha_{Mn} |h_{Mn}|^2 \left( \frac{x_{TM}-x}{d_{TM}} + \frac{x_{Rn}-x}{d_{Rn}} \right) \left( \frac{y_{TM}-y}{d_{TM}} + \frac{y_{Rn}-y}{d_{Rn}} \right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

et  $\eta = \frac{c^2 \sigma_e^2}{8\pi^2 T}$ . On rappelle qu'on considère qu'une première phase d'estimation a permis d'estimer les paramètres présents dans les expressions (2)-(4), et que par conséquent les vecteurs  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{c}$ , et donc la matrice  $\mathbf{H}$  sont supposés connus. Notons d'autre part que, pour tous  $\alpha, \gamma > 0$ , on a :  $\text{CRLB}(\alpha\mathbf{p}, \gamma\mathbf{w}) = \frac{1}{\alpha\gamma^2} \text{CRLB}(\mathbf{p}, \mathbf{w})$ .

## 3 Problèmes d'allocation

### 3.1 Allocation de bande

Le problème d'allocation de bande peut s'énoncer de la façon suivante :

**Problème 1.** pour une allocation de puissance  $p_{tx}$  uniforme et une largeur de bande totale  $B$ , résoudre le problème

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}} & \text{CRLB}(p_{tx}\mathbf{1}, \mathbf{w}) \\ \text{avec} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} \leq B \\ & \mathbf{w} \succeq \mathbf{0} \end{cases}$$

où  $\mathbf{1}$  est un vecteur ne contenant que des 1, et  $\succeq$  représente l'opérateur  $\geq$  appliqué élément par élément. On introduit alors le problème dual de minimisation de la bande sous contrainte de CRLB, exposé comme suit :

**Problème 2.** pour une allocation de puissance  $p_{tx}$  uniforme et une CRLB maximale  $\text{CRLB}_{\max}$ , résoudre le problème

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} \\ \text{avec} & \text{CRLB}(p_{tx}\mathbf{1}, \mathbf{w}) \leq \text{CRLB}_{\max} \\ & \mathbf{w} \succeq \mathbf{0} \end{cases}$$

On peut alors montrer qu'en posant  $\text{CRLB}_{\max} = \text{CRLB}(p_{tx}\mathbf{1}, \mathbf{w}')$  dans le problème 2, les problèmes 1 et 2 ont la même solution ( $\mathbf{w}'$ ). D'autre part, la contrainte dans le problème 2 peut s'écrire :  $\text{CRLB}(\mathbf{1}, \mathbf{w}) \leq p_{tx} \text{CRLB}_{\max}$ . De plus, on montre simplement que si  $\mathbf{w}'$  est solution du problème 2, alors, pour tout  $\alpha > 0$ ,  $\frac{1}{\alpha} \mathbf{w}'$  est solution du même problème en prenant  $\alpha^2 \text{CRLB}_{\max}$  comme valeur maximale de la CRLB. Ainsi, on est amené sans perte de généralité à considérer le problème

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} \\ \text{avec} & \text{CRLB}(\mathbf{1}, \mathbf{w}) \leq 1 \\ & \mathbf{w} \succeq \mathbf{0} \end{cases} \quad (5)$$

Une fois une solution  $\mathbf{w}'$  de ce problème obtenue, une solution  $\mathbf{w}_{opt}$  du problème 1 s'écrit  $\mathbf{w}_{opt} = \frac{B}{\mathbf{1}^T \mathbf{w}'} \mathbf{w}'$ . Etant donné l'expression (1), la contrainte du problème (5) définit un ensemble non convexe. Pour obtenir alors une solution du problème (5), on suit une approche basée sur la programmation par différence de fonctions convexes (programmation DC) [6]. En général, on ne peut pas trouver efficacement de minimum global à ce type de problèmes. Cependant, il existe des algorithmes permettant d'obtenir des solutions approchées. Parmi

ceux-ci, on s'intéresse à l'algorithme *Successive Linearization Approximation* (SLA) [1], dont on s'inspire pour développer un algorithme permettant de résoudre le problème (5) après l'avoir reformulé sous la forme d'un problème DC.

### 3.2 Programmation DC

Un problème DC s'exprime sous la forme générale

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}} & g_0(\mathbf{w}) - h_0(\mathbf{w}) \\ \text{avec} & g_i(\mathbf{w}) - h_i(\mathbf{w}) \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, p \\ & \mathbf{w} \in \mathcal{S} \end{cases}$$

où  $\mathcal{S}$  est un ensemble convexe et les fonctions  $g_i(\cdot)$  et  $h_i(\cdot)$  sont convexes. Dans le cas du problème (5), on a  $g_0(\mathbf{w}) = \mathbf{1}^T \mathbf{w}$ ,  $h_0(\mathbf{w}) = 0$ , et  $\mathcal{S} = \{\mathbf{w} | \mathbf{w} \succeq \mathbf{0}\}$ . Cependant, la contrainte sur la CRLB est un polynôme d'ordre 4 dont la décomposition DC n'est pas triviale. Pour ce faire, on introduit une variable auxiliaire  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_M]^T$  de façon à réécrire le problème sous la forme

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}, \mathbf{z}} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} & (6) \\ \text{avec} & (\mathbf{a} + \mathbf{b})^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H}^- \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H}^+ \mathbf{z} \leq 0 & (7) \\ & z_i - w_i^2 \leq 0 \quad i = 1, \dots, M & (8) \\ & \mathbf{z} \succeq \mathbf{0} & (9) \end{cases}$$

où on a décomposé  $\mathbf{H}$  sous la forme  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^+ + \mathbf{H}^-$  de telle sorte que  $\mathbf{H}^+$  et  $\mathbf{H}^-$  sont respectivement des matrices définies positive et négative. Le nouvel ensemble de contraintes inclut celui du problème (5) initial. Cependant, les solutions de (6) pour lesquelles les contraintes  $z_i - w_i^2 \leq 0$  sont actives, sont également solutions du problème (5). Pour exprimer le problème (6) comme un problème DC, il suffit alors de poser  $\mathcal{S} = \{(\mathbf{w}, \mathbf{z}) | \mathbf{z} \succeq \mathbf{0}\}$ ,  $g_0(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = \mathbf{1}^T \mathbf{w}$ ,  $h_0(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = 0$ , et :

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{w}, \mathbf{z}) &= z_i, \quad h_i(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = w_i^2 \quad i = 1, \dots, M \\ g_{M+1}(\mathbf{w}, \mathbf{z}) &= (\mathbf{a} + \mathbf{b})^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H}^- \mathbf{z} \\ h_{M+1}(\mathbf{w}, \mathbf{z}) &= \mathbf{z}^T \mathbf{H}^+ \mathbf{z}. \end{aligned}$$

### 3.3 Algorithme proposé

L'algorithme SLA [1] correspond à un type de problème DC où seule la fonction objectif est une différence de fonctions convexes, tandis que les contraintes sont convexes. Son principe est de linéariser itérativement le terme  $h_0$  de façon à convexifier la fonction  $g_0 - h_0$ . Le problème convexifié peut alors se résoudre via l'un des nombreux algorithmes d'optimisation convexe. Nous adaptons ici cet algorithme SLA en linéarisant partiellement les contraintes du problème (5), de façon itérative. Plus spécifiquement, on linéarise  $w_i^2$  et  $\mathbf{z}^T \mathbf{H}^+ \mathbf{z}$  dans (7)-(8) autour d'un point initial  $[\mathbf{w}_{(0)}^T, \mathbf{z}_{(0)}^T]$ , ce qui aboutit à

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}, \mathbf{z}} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} & (10a) \\ \text{avec} & (\mathbf{a} + \mathbf{b})^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H}^- \mathbf{z} \leq \mathbf{z}_{(0)}^T \mathbf{H}^+ (2\mathbf{z} - \mathbf{z}_{(0)}) & (10b) \\ & z_i + w_{(0),i}^2 - 2w_{(0),i} w_i \leq 0 \quad i = 1, \dots, M & (10c) \\ & \mathbf{z} \succeq \mathbf{0}, & (10d) \end{cases}$$

dont les contraintes (10b)-(10c) sont désormais convexes. La résolution de ce problème convexifié constitue la première étape de l'algorithme. En effet, l'algorithme SLA est une méthode itérative où la solution obtenue à l'itération  $n$  est le point autour duquel s'effectue la linéarisation à l'étape  $n + 1$ . Ainsi, dans notre cas,  $[\mathbf{w}_{(n)}^T, \mathbf{z}_{(n)}^T]$  est la solution obtenue pour le problème (10) à l'itération  $n - 1$ , et sert de point de linéarisation point à l'itération  $n$ . On arrête l'algorithme lorsque la différence entre 2 solutions consécutives est inférieure à un certain seuil. Pour l'initialisation, nous proposons de considérer une répartition uniforme de bande, qui correspond à

$$\mathbf{w}_{(0)} = \sqrt{\frac{\mathbf{1}^T (\mathbf{a} + \mathbf{b})}{\mathbf{1}^T \mathbf{H} \mathbf{1}}} \mathbf{1} \quad \mathbf{z}_{(0)} = \frac{\mathbf{1}^T (\mathbf{a} + \mathbf{b})}{\mathbf{1}^T \mathbf{H} \mathbf{1}} \mathbf{1}$$

Le choix de  $\mathbf{z}_{(0)}$  correspond à prendre  $z_i = w_i^2$  pour tout  $i$ .

### 3.4 Borne inférieure

L'algorithme proposé ci-dessus donne une solution approchée  $\tilde{\mathbf{w}}_{opt}$  au problème 1, dont la CRLB est celle fournie par la solution exacte  $\mathbf{w}_{opt}$ , mais qui ne peut être obtenue. Ainsi, pour appréhender la qualité de cette solution approchée, nous proposons de déterminer une bornée inférieure ( $LB_b$ ) du minimum global théorique, telle que

$$\text{CRLB}(p_{tx} \mathbf{1}, \tilde{\mathbf{w}}_{opt}) \geq \text{CRLB}(p_{tx} \mathbf{1}, \mathbf{w}_{opt}) \geq LB_b$$

Pour cela, on remplace dans le problème (5) le vecteur  $\mathbf{w}$  par le vecteur  $\mathbf{z}$  tel que  $z_i = w_i^2$  pour  $i = 1, \dots, M$ . On a alors :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{z}} & \sum_{i=1}^M \sqrt{z_i} & (11) \\ \text{avec} & (\mathbf{a} + \mathbf{b})^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H} \mathbf{z} \leq 0 & (12) \\ & \mathbf{z} \succeq \mathbf{0} & (13) \end{cases}$$

Soit  $\mathbf{z}^*$  la solution de ce problème. On a alors :  $\sum_i \sqrt{z_i^*} = \mathbf{1}^T \mathbf{w}'$ . On définit un nouveau problème en remplaçant dans le problème (11) la fonction objectif  $\sum_{i=1}^M \sqrt{z_i}$  par la fonction  $\sqrt{\mathbf{1}^T \mathbf{z}}$ . Puisque  $\sqrt{\mathbf{1}^T \mathbf{z}} \leq \sum_{i=1}^M \sqrt{z_i}$  (pour  $\mathbf{z} \succeq \mathbf{0}$ ), le minimum global de ce nouveau problème est une borne inférieure du minimum global du problème (11), et donc  $\sqrt{\mathbf{1}^T \mathbf{z}'} \leq \sum_{i=1}^M \sqrt{z_i^*} = \mathbf{1}^T \mathbf{w}'$ . Ce dernier problème est finalement équivalent au problème

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{z}} & \mathbf{1}^T \mathbf{z} \\ \text{avec} & (\mathbf{a} + \mathbf{b})^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{H} \mathbf{z} \leq 0 \\ & \mathbf{z} \succeq \mathbf{0}, \end{cases}$$

qui admet la même solution  $\mathbf{z}'$ . On aboutit ainsi à un problème équivalent à celui considéré dans [4], qui fournit une solution exacte via les conditions KKT. Une fois obtenue cette solution  $\mathbf{z}'$ , on montre que la borne inférieure recherchée s'écrit [2] :

$$\text{CRLB}(p_{tx} \mathbf{1}, \mathbf{w}_{opt}) \geq \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{z}'}{p_{tx} B^2} \triangleq LB_b. \quad (14)$$

### 3.5 Allocation conjointe bande/puissance

Le problème d'allocation conjointe de bande et de puissance, pour une largeur de bande totale  $B$  et une puissance totale  $P_T$  disponibles, s'exprime sous la forme :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{w}, \mathbf{p}} & \text{CRLB}(\mathbf{p}, \mathbf{w}) \\ \text{avec} & \mathbf{1}^T \mathbf{w} \leq BW \\ & \mathbf{1}^T \mathbf{p} \leq P_T \\ & \mathbf{w} \succeq \mathbf{0} \end{cases}$$

Ce problème se traite alors de façon relativement similaire au problème d'allocation de bande seule, en développant un algorithme de type SLA. D'autre part, une borne inférieure semblable à (14) a été obtenue. Pour manque de place, cette partie ne peut être développée ici : davantage de détails peuvent être trouvés dans [2].

## 4 Résultats de simulations

Nous présentons ici des résultats de simulation fournis par 1000 réalisations des positions des émetteurs et récepteurs permettant d'obtenir les moyennes des CRLB. Ces émetteurs et récepteurs ont été positionnés selon une loi uniforme dans un carré de 80km de côté, la cible se trouvant au centre. Nous avons comparé en termes de CLRБ 4 approches : 1) répartition uniforme de puissance et de bande, 2) allocation de puissance (selon [3]), 3) allocation de bande, 4) allocation conjointe de bande et de puissance. Pour ces deux derniers cas, les bornes inférieures définies précédemment ont également été calculées. Les résultats sont présentés sur la figure 1. On constate que, comme attendu, l'allocation uniforme et l'allocation conjointe fournissent respectivement les pires et meilleures performances. D'autre part, on note que lorsqu'on ne s'intéresse qu'à l'allocation d'une seule ressource, l'allocation de bande donne de meilleurs résultats que l'allocation de puissance. Enfin, on peut remarquer que les CLRБ obtenues dans les cas 3 et 4 sont légèrement supérieures aux bornes inférieures de la CLRБ optimale. Cela laisse à penser que la solution approchée fournie par l'algorithme d'optimisation n'est sans doute pas très éloignée de la solution optimale réelle. D'autre part, sur la figure 2, sont présentés les nombres d'émetteurs actifs obtenus pour les différents types d'allocation (de puissance, de bande, et conjointe), dans 2 situations : avec 5 émetteurs et 1 récepteur, et avec 5 émetteurs et 5 récepteurs. Pour chacune de ces 2 situations, et pour chaque type d'allocation, on représente le pourcentage d'émetteurs actifs. Lorsqu'il n'y a qu'un récepteur, il faut au moins 2 émetteurs actifs, puisque la multi-latération impose un minimum de 3 éléments dans le réseau de localisation. Le point le plus intéressant à noter est qu'il n'y a que très rarement 3 émetteurs actifs (et jamais davantage), et que le plus souvent seuls 2 émetteurs actifs, voire un seul, permettent d'optimiser la CLRБ.

## 5 Conclusion

Cet article a présenté deux algorithmes fournissant des solutions quasi-optimales pour l'allocation de bande seule et pour l'allocation conjointe bande/puissance. Les résultats de simulations ont montré que l'allocation conjointe est évidemment la meilleure, et que l'allocation de bande seule donne de meilleures performances que l'allocation de puissance seule. Cette étude a été réalisée dans le cas d'une seule cible. La généralisation au cas de plusieurs cibles sera proposée dans un futur article.

## Références

- [1] P.S. Bradley and O.L. Mangasarian, "Feature Selection via Concave Minimization and Support Vector Machines" in *Proc. 15th Inter. Conf. in Machine Learning*, pp. 82–90, (1998).
- [2] N. Garcia, M. Coulon, M. Lops, A.M. Haimovich, "Resource allocation in radar networks for non-coherent localization", *IET Radar 2012*, Glasgow, Scotland, Oct. 2012.
- [3] H. Godrich, A.M. Haimovich and R.S. Blum, "Target localization accuracy gain in MIMO radar-based systems," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 56, pp. 2783–2803, (2010).
- [4] H. Godrich, A. Petropolu and H.V. Poor, "Power Allocation Strategies for Target Local. in Distributed Multiple-Radar Architectures," *IEEE Trans. Sign. Proc.*, vol. 59, pp. 3226–3240, (2011).
- [5] A. Haimovich, R.S. Blum and L.J. Cimini, "MIMO Radar with Widely Separated Antennas," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, pp. 116–129, (2008).
- [6] R. Horst and N.V. Thoai, "DC Programming : Overview" *Journ. Opt. Theory and Applications*, vol. 103, pp. 1–43, (1999).

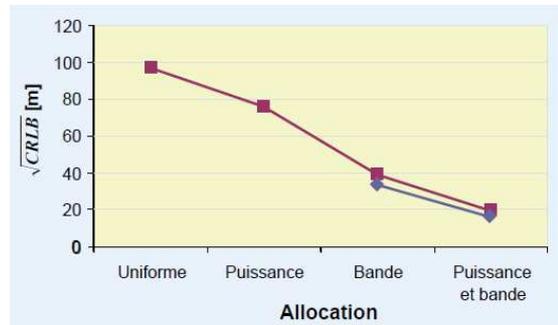


FIGURE 1 – Comparaison des méthodes d'allocation.

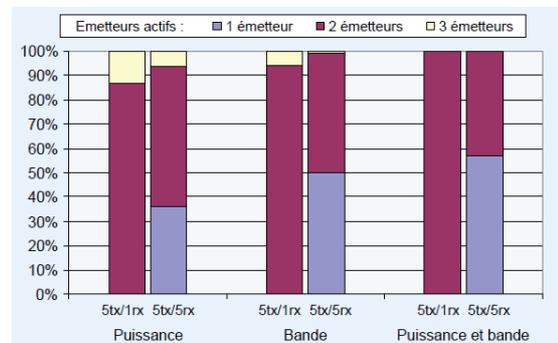


FIGURE 2 – Nombre d'émetteurs actifs.