

Les premières contributions de Poincaré en mécanique céleste vues à partir de sa correspondance avec Anders Lindstedt (1883-1884).

Philippe Nabonnand

Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie – Archives Poincaré

Les premières contributions d'Henri Poincaré en mécanique céleste datent de 1882. Alors qu'il est engagé dans trois programmes de recherche et de publication autour des équations différentielles (linéaires et non-linéaires) et des formes algébriques, Poincaré prend d'abord le temps de signaler que certaines de ses approches pourraient être utiles en mécanique céleste puis commence à contribuer régulièrement sur des questions de convergence de séries et met en avant (dès 1883) l'intérêt des solutions périodiques pour résoudre les problèmes de la dynamique. A la même époque, l'astronome suédois, Anders Lindstedt propose des développements en série pour résoudre l'équation

$$\frac{d^2x}{dt^2} + n^2x = \Phi_0 + \Phi_1x + \Phi_2x^2 + \dots$$

Les travaux de Lindstedt font l'objet d'une correspondance entre ce dernier et Poincaré. Cette correspondance montre la maîtrise déjà acquise dans ce domaine par Poincaré qui analyse finement les différentes formes de convergences des séries de Lindstedt en discutant dans ce cadre les questions de stabilité. En même temps, Poincaré publie des notes dans lesquelles l'analyse des développements de Lindstedt sert à mettre en place le programme de travail que Poincaré mettra en œuvre. Particulièrement emblématique est une des conclusions de l'article de Poincaré, *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, est que les séries de Lindstedt ne peuvent être uniformément convergentes pour toutes les valeurs initiales du problème. L'argument de Poincaré est d'ordre qualitatif. Après avoir exhibé un nouveau type de solutions, dites asymptotiques, c'est-à-dire des solutions qui convergent lorsque t tend vers $-\infty$ vers des solutions périodiques, Poincaré montre que la convergence uniforme des développements de Lindstedt pour toutes les valeurs initiales entraîne l'absence de solutions asymptotiques.

Bibliographie

Reinhard Bölling, *Briefwechsel zwischen Karl Weierstrass and Sofja Kowalewskaja*, Berlin : Akademie Verlag, 1993, p. 269-271.

Octave Callandreaux, Revue des publications astronomiques, *Bulletin astronomique*, 1 (1884), 302-307.

Heinrich Bruns, Ueber eine Differentialgleichung der Störungstheorie, *Astronomische Nachrichten* 106 (1883), 193-204.

Gaston Floquet, Sur la théorie des équations différentielles linéaires, *Annales de l'ENS*, (2) 8 (1879), 3-132.

- Lazarus Fuchs, Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen mit veränderlichen Coefficienten, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 66 (1866), 121-160.
- Hugo Gylden, Sur les inégalités à longues périodes dans les mouvements des corps célestes, *Comptes rendus*, 92 (1881), 1033-1038.
- Hugo Gylden, Sur la théorie du mouvement des corps célestes, *Comptes rendus*, 92 (1881), 1262-1265.
- Hugo Gylden, Sur l'intégration d'une équation différentielle linéaire du deuxième ordre dont dépend l'évection, *Comptes rendus*, 93 (1881), 127-131.
- Anders Lindstedt, Über die Integration einer für die Störungstheorie wichtigen Differentialgleichung, *Astronomische Nachrichten*, 103 (1882), 211-219.
- Anders Lindstedt, Meridianbeobachtungen zu Dorpat and Elemente, *Astronomische Nachrichten*, 100 (1881), 125-128.
- Anders Lindstedt, *Beobachtungen des Mars während seiner Opposition 1877 angestellt auf der Sternwarte zu Lund*, Lund, Berlings, 1878.
- Anders Lindstedt, Beobachtungen des Mars während seiner Opposition 1877 angestellt mit dem 6 zölligen Meridiankreise der Sternwarte zu Lund, *Astronomische Nachrichten* 92 (1878), 303-304.
- Anders Lindstedt, Sur la forme des expressions des distances mutuelles, dans le problème des trois corps, *Comptes rendus*, 97 (1883), 1353-1355
- Henri Poincaré, Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle I, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, (2) 7 (1881), p. 376]
- Henri Poincaré, Sur l'intégration des équations différentielles par les séries, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 94 (1882), p. 577—578.
- Henri Poincaré, Sur les séries trigonométriques, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 95 (1882), p. 766-768.
- Henri Poincaré, Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 97 (1883), p. 251-252.
- Henri Poincaré, Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps, *Bulletin astronomique*, 1 (1884), p. 65-74.
- Henri Poincaré, Sur l'intégration des équations différentielles par les séries, *Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences*, 94 (1882), p. 577-578.
- Henri Poincaré & Gösta Mittag-Leffler, *La Correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, Basel : Birkhäuser, 1999, p. 118-124.
- Jules Tannery, Propriétés des intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients variables, *Annales de l'ENS*, (2) 5 (1875), 113-182.