

# COUPLAGE NON LINÉAIRE PHASE-AMPLITUDE DANS LES RÉSONATEURS

Gabriel Basset, Bo Na, François Bondu et Mehdi Alouini

Département Optique et Photonique, Institut de Physique de Rennes, UMR 6251  
Université de Rennes 1 – CNRS, Campus de Beaulieu, Rennes, France



## Modélisation d'enveloppe

### Modélisation numérique

- Prédiction des performances
- Dimensionnement des composants

### Échantillonnage

- Débit du signal utile  $\ll$  fréquence de la porteuse

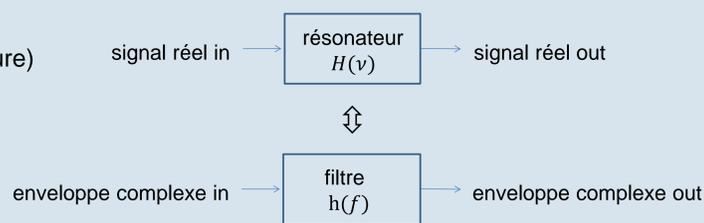
### Traitement simultané phase et amplitude

- Apparition des effets de couplage

### Applications

- modélisation de liaisons de télécommunications avec modulation de phase (et amplitude)
- transport d'oscillateurs locaux
- ANR COM'TONIQ ANR-13-INFR-0011 :
  - débit  $2 \times 28$  Gb/s (QAM4, deux signaux en quadrature)
  - sur porteuse à 280 GHz
  - portée 1 km

	réel	enveloppe
signal	$s(t) = s_0 (1 + m(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + i\varphi(t))$ $m(t)$ bruit et signal de modulation d'amplitude $\nu_0$ fréquence de la porteuse $\varphi(t)$ bruit et signal de modulation de phase	$e(t) = e_0 (1 + m(t)) \exp(i\varphi(t))$
résonateur	$H(\nu) = \frac{\nu_r^2/Q}{\nu_r^2 - \nu^2 + i\nu\nu_r/Q}$ $\nu_r$ fréquence de résonance $Q$ facteur de qualité <ul style="list-style-type: none"> <li>• Antenne</li> <li>• Amplificateur résonnant</li> <li>• Cavité optique</li> <li>• etc...</li> </ul>	$h(f = \nu - \nu_0) \cong \frac{1}{1 + if/f_c}$ si $\nu_r = \nu_0$ $f_c = \nu_r/(2Q)$ fréquence de coupure = demi-largeur à mi-hauteur du résonateur



Modulation signal en quadrature P(t) et Q(t)

$$e(t) = e_0 (1 + m(t) + P(t) + iQ(t)) \exp(i\varphi(t))$$

## Simulation temporelle

Transformée en Z d'un signal échantillonné

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) z^{-k}$$

données temporelles  $x(k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , échantillons réels,  
 $z = \exp(i2\pi f T_s)$  avec  $T_s$  période d'échantillonnage

### Filtrage et équation aux différences

$$Y(z) = h(z)X(z) \text{ avec } h(z) = \frac{b_0 + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}$$

$$\Leftrightarrow y(n) = b_0 x(n) + \dots + b_M x(n-M) - a_1 y(n-1) - \dots - a_N y(n-N)$$

### Filtrage temporel par système linéaire invariant dans le temps

- Compatible avec insertion de non-linéarités
- réalisation possible avec processeur de signal numérique

Génération de signaux de bruits temporels aléatoires gaussiens de DSP arbitraire  $S(f)$

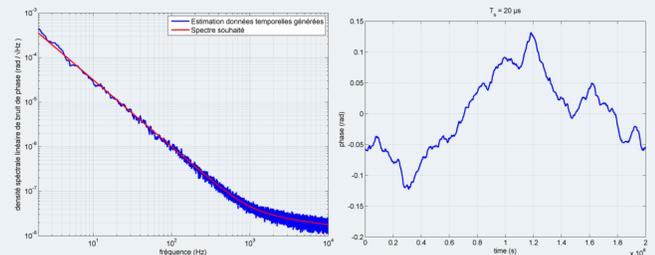
$$b(n T_s) = \sum_{k=1}^{N/2} [b_I(k f_{res}) + i b_Q(k f_{res})] \exp(i2\pi k f_{res} n T_s) + \text{c.c.}$$

avec  $f_{res} = 1/(N T_s)$  résolution en fréquence

$b_I(k f_{res}), b_Q(k f_{res})$  variables gaussiennes

- Indépendantes
- de moyenne nulle
- d'écart type  $\sqrt{S(k f_{res})}/2 \times \sqrt{f_{res}}$

Exemple  $S(f) = 10^{-12} \left(\frac{100}{f}\right)^3 + 10^{-15} \left(\frac{1000}{f}\right)^2 + 10^{-16}$   
bruit de phase synthétiseur 1 GHz NEL N-DCN-DC103-102 (V2) – IR



## Balayage uniforme en fréquence

### Enveloppe entrante

$$e_{in}(t) = A \exp(i\alpha t^2) \text{ avec } \alpha \text{ dérive en fréquence en Hz/s}$$

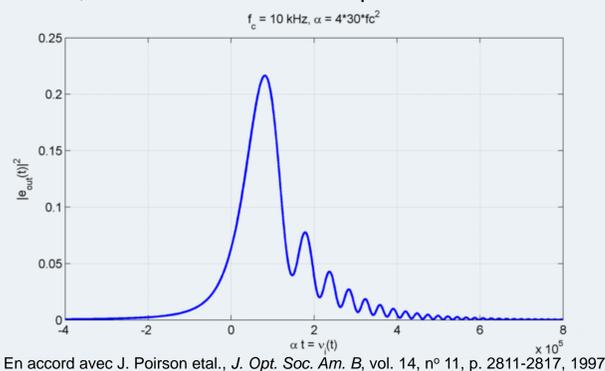
$$\nu_i(t) = \alpha t \text{ fréquence instantanée d'écart à la résonance}$$

### Enveloppe sortante

$$e_{out}(t) = e_{in}(t) * h(t) \text{ avec } * \text{ produit de convolution, } h(t) \text{ réponse impulsionnelle filtre premier ordre}$$

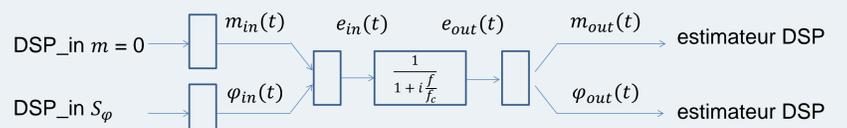
$$= A e^{i\pi/4} \frac{\pi f_c}{\sqrt{\alpha}} \exp\left(-\frac{\pi f_c}{\alpha} (2\nu_i(t) - i f_c)\right) \text{erfc}\left(e^{i\frac{3\pi}{4}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} (\nu_i(t) - i f_c)\right)$$

La fréquence de la porteuse, la finesse et l'intervalle spectral libre de la cavité n'interviennent pas.



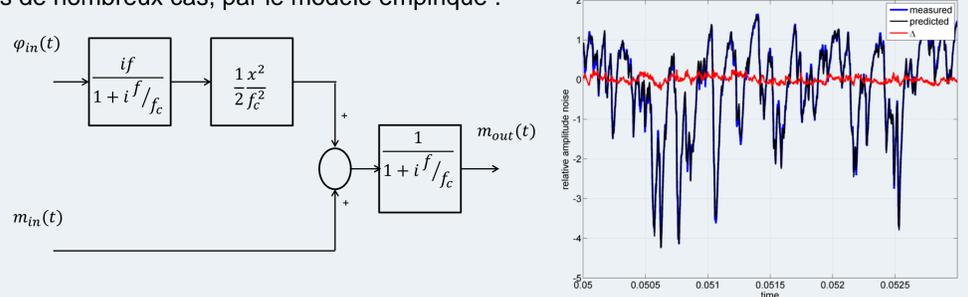
## Balayage aléatoire

### Structure



Enveloppe filtrée calculée par l'équation aux différences de la transformée en z

Le bruit additionnel d'amplitude en sortie est prédit raisonnablement, dans de nombreux cas, par le modèle empirique :



La fréquence instantanée est filtrée par le résonateur, puis il y a la transformation quadratique de la résonance ; le bruit d'amplitude résultant est également filtré.

## Conclusion

### Phase et amplitude séparément

→ interaction non linéaire

### Enveloppe : couplage linéaire naturel des quadratures

partie réelle, partie imaginaire

### Résonateur : couplage quadratique PM-AM

avec aspects dynamiques

Modélisation temporelle avec transformée en z compatible avec insertion d'éléments non linéaires sur l'enveloppe

Pas de FFT : réponse impulsionnelle transitoire au début seulement

- Transitoires au début et à la fin pour FFT
- Traitement possible à la volée de signaux, sans limitation de taille

On observe également un couplage amplitude vers phase car l'écart de phase quadratique moyen n'est pas nul