



HAL
open science

COUPLAGE NON LINÉAIRE PHASE-AMPLITUDE DANS LES RÉSONATEURS

Gabriel Basset, Bo Na, François Bondu, Mehdi Alouini

► **To cite this version:**

Gabriel Basset, Bo Na, François Bondu, Mehdi Alouini. COUPLAGE NON LINÉAIRE PHASE-AMPLITUDE DANS LES RÉSONATEURS. optique Bretagne 2015, congrès société française d'optique,, Jul 2015, RENNES, France. hal-01230951

HAL Id: hal-01230951

<https://hal.science/hal-01230951v1>

Submitted on 24 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COUPLAGE NON LINÉAIRE PHASE-AMPLITUDE DANS LES RÉSONATEURS

Gabriel Basset¹, Bo Na¹, François Bondu² et Mehdi Alouini²

¹ Master 1 de physique, Université Rennes 1, 35042 Rennes, France

² Institut de Physique de Rennes UMR CNRS 6251, Université Rennes 1, 35042 Rennes, France

francois.bondu@univ-rennes1.fr

RÉSUMÉ

Nous avons développé une simulation temporelle linéaire pour la propagation de modulation d'enveloppe, phase et amplitude simultanément, d'une porteuse optique dans des éléments de circuits linéaires. Cette simulation met en évidence un couplage non linéaire phase-amplitude dans les filtres à bande étroite (par exemple un résonateur ou une antenne). Ce couplage quadratique connu comprend des effets de réponse en fréquence ; nous proposons une formule empirique qui semble s'adapter à de nombreuses situations réalistes. Dans le cas d'une dérive linéaire en fréquence, nous retrouvons sous une nouvelle forme l'effet de « ringing » déjà connu. Le modèle est adapté à des signaux ayant un caractère à la fois aléatoire (bruits de fond d'amplitude et de phase) et déterministe (signaux télécoms QAM 4) pour la transmission sur une porteuse à 280 GHz d'un signal vidéo.

MOTS-CLEFS : *couplage non linéaire phase-amplitude ; résonateurs ; modulation d'enveloppe ; transformée en z*

1. INTRODUCTION

La propagation d'un signal réel $x_{in}(t)$ dans un circuit linéaire se caractérise par une fonction de transfert dans l'espace des fréquences $H(\nu)$ tel que les transformées de Fourier des signaux d'entrée et de sortie sont liés par la relation $x_{out}(\nu) = x_{in}(\nu)H(\nu)$. Pour un signal numérisé, on utilise sa transformée en z : $X(z) = \sum x(n)z^{-n}$ et on a alors $x_{out}(z) = x_{in}(z)H_n(z)$ où $H_n(z)$ est une fraction rationnelle de la variable z :

$$H_n(z) = \frac{b(0)+b(1)z^{-1}+\dots+b(M)z^{-M}}{1+a(1)z^{-1}+\dots+a(N)z^{-N}} \quad (1)$$

telle que l'échantillon en sortie $x_{out}(n)$ peut se calculer en fonction des échantillons précédents $x_{out}(n-k)$ et des échantillons en entrée $x_{in}(n-k)$:

$$x_{out}(n) = b(0)x_{in}(n) + \dots + b(M)x_{in}(n-M) - a(1)x_{out}(n-1) - \dots - a(N)x_{out}(n-N) \quad (2)$$

La transformée de Fourier est inadéquate pour des signaux bruités par un bruit non blanc ou par des signaux à support temporel non fini : la convolution par la fenêtre temporelle fait que le spectre n'est pas correctement représenté [1]. Nous souhaitons représenter des signaux réalistes, superposition par exemple d'une information avec un codage télécom avec des bruits de phase colorés : nous utilisons donc la transformée en z . La transformée en z est une représentation temporelle, nous pourrions donc facilement ajouter par la suite des non-linéarités à notre simulation.

Une porteuse à la fréquence ν_0 modulée en phase par un signal $\phi(t)$ et en amplitude par $m(t)$ peut se représenter par un signal analytique

$$s(t) = (1 + m(t)) \exp(i2\pi\nu_0 t + i\phi(t)). \quad (3)$$

Nous définissons l'enveloppe complexe

$$e(t) = (1 + m(t)) \exp(i\phi(t)). \quad (4)$$

Nous montrons que la propagation de la porteuse modulée en amplitude et en phase à travers un filtre $H(\nu)$ est équivalente à la propagation de l'enveloppe complexe dans un filtre de réponse

fréquentielle $H_e(f) = H(v - v_0)$ ou à la propagation de l'enveloppe échantillonnée dans un filtre numérique obtenu par une transformé bilinéaire à partir de $H_e(f)$ [2].

2. PORTEUSE DÉRIVANT LINÉAIREMENT EN FRÉQUENCE DANS UN RÉSONATEUR

Un résonateur de coefficient de qualité Q grand devant l'unité a une fonction de transfert $H(v) \propto 1/(v^2 - v_0^2 + ivv_0/Q)$, la fonction de transfert pour une enveloppe $H_e(f = v - v_0)$ est alors approximativement un filtre du premier ordre, de fréquence de coupure f_c égale à la demi-largeur à mi-hauteur du résonateur. L'enveloppe du signal à l'entrée s'écrit

$$e_{in}(t) = A \exp(i\pi\alpha t^2) \quad (5)$$

où A est une amplitude constante et α la dérive de fréquence en Hz/s. La convolution de l'enveloppe en entrée par la réponse impulsionnelle du circuit du premier ordre $H_e(f)$ donne alors en sortie, en posant la fréquence instantanée $v_i = \alpha t$

$$e_{out}(t) = A e^{i\pi/4} \frac{\pi f_c}{\sqrt{\alpha}} \exp\left(-\frac{\pi f_c}{\alpha} (2v_i - if_c)\right) \operatorname{erfc}\left(e^{i\frac{3\pi}{4}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} (v_i - if_c)\right) \quad (6)$$

où erfc est la fonction d'erreur complémentaire d'argument complexe, que nous avons codée dans Matlab à l'aide de la fonction Faddeeva disponible sur mathworks.com. Cette formule est à rapprocher de la formule (9) de la référence [3]. L'intensité transmise est le module de l'enveloppe au carré ; lorsque la vitesse de balayage est très petite, nous souhaitons la trouver maximale à $t = 0$, ce que nous avons vérifié dans l'équation (6). Nous notons que les deux seuls paramètres physiques sont la demi-largeur de raie et la vitesse de balayage : si le résonateur est une cavité optique résonante, l'intervalle spectral libre n'intervient pas, à condition que l'excursion totale de fréquence soit plus petite que cet intervalle. Les applications numériques avec les paramètres de [3] nous ont permis de reproduire les mêmes courbes.

3. PORTEUSE AVEC UN BRUIT COLORÉ DE PHASE

Dans la représentation de Cramer, un bruit réel s'écrit sous la forme d'une superposition de bruits élémentaires [4]

$$b(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i2\pi ft) dX(f) \quad (7)$$

avec dX des infinitésimaux aléatoires complexes $dX^*(f) = dX(-f)$ où $*$ représente la conjugaison complexe ; la densité spectrale de puissance $S(f)$ est définie par l'espérance mathématique (réalisations d'un nombre infini d'expériences)

$$S(f) = 2 \langle |dX(f)|^2 \rangle \quad (8)$$

Pour une fréquence f donnée, il faut donc deux quadratures réelles telles que $dX = dX_I(f) + i dX_Q(f)$, chacune de distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart type $\sqrt{S(f)}/2$. Une modélisation discrète de N échantillons d'un bruit temporel réel échantillonné à la période T_{ech} , de moyenne nulle, de densité spectrale de puissance arbitraire $S(f)$, est alors :

$$b(n T_{ech}) = \sum_{k=1}^{N/2} \left(b_I(k f_{res}) + i b_Q(k f_{res}) \right) \exp(i2\pi k f_{res} n T_{ech}) + \text{c.c.} \quad (9)$$

où f_{res} est la résolution en fréquence et N le nombre de points tels que $N f_{res} = 1/T_{ech}$, n varie de 1 à N , $b_I(k f_{res})$ et $b_Q(k f_{res})$ sont deux nombres aléatoires gaussiens centrés d'écart type $\sqrt{S(k f_{res})}/2 \times \sqrt{f_{res}}$. Nous générons ensuite deux bruits échantillonnés indépendants d'amplitude $b_a(n T_{ech})$ et de phase $b_p(n T_{ech})$ de densités spectrales $S_a(f)$ et $S_p(f)$ données : le bruit de phase est par exemple en $1/f^2$ comme pour le bruit d'un laser à état solide. Nous créons enfin une enveloppe complexe

$$e_b(n T_{ech}) = (1 + b_a(n T_{ech})) \exp\left(i b_p(n T_{ech})\right) \quad (10)$$

Nous filtrons cette enveloppe avec un filtre en z correspondant à un filtre du premier ordre, avec une constante f_c qui représente la demi-largeur à mi-hauteur du résonateur. Après élimination des premiers échantillons de la réponse pollués par la réponse impulsionnelle, nous analysons la densité

spectrale de la sortie du filtre. Avec plusieurs bruits de phases réalistes, nous avons constaté un report du bruit de phase d'entrée sur le bruit d'amplitude en sortie que nous avons pu reproduire avec un traitement séparé des bruits de phase et d'amplitude et la procédure décrite en figure (1) :

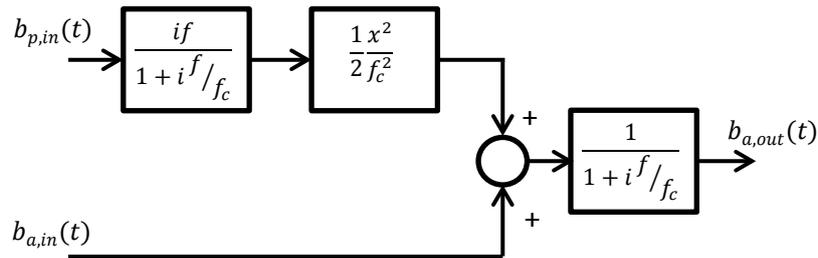


Fig. 1 : report du bruit de phase sur le bruit d'amplitude en sortie.

Nous constatons le facteur quadratique bien connu pour des fluctuations lentes de fréquences. Nous avons noté aussi que la procédure décrite dans la figure 1 n'est pas correcte lorsque le bruit de phase est blanc, aussi petit soit-il. La procédure semble correcte pour toutes les situations que nous avons testées où le bruit haute fréquence est filtré, avec différentes formes de bruits de phase qui nous paraissent réalistes. Nous n'avons pas trouvé de critère général de validité de la procédure de la figure 1.

Nous avons ensuite additionné aux bruits aléatoires une suite numérique complexe de symboles représentant des bits d'information, en quadrature et en phase, codés avec la forme d'onde « root raised cosine » pour représenter l'enveloppe résultante :

$$e_{QAM}(n T_{ech}) = e_b(n T_{ech}) + e_l(n T_{ech}) + i e_q(n T_{ech}) \quad (11)$$

et nous avons propagé ce signal dans le même filtre du premier ordre. Nous avons échantillonné le signal en sortie et analysé les fluctuations en termes d'EVM « error vector modulation ».

4. CONCLUSION

Nous avons développé une simulation qui modélise la propagation d'une enveloppe dans un filtre linéaire, amplitude et phase simultanément. Elle met en évidence un couplage non linéaire phase-amplitude que nous avons pu modéliser par une procédure simple pour les bruits qui nous paraissent réalistes. Nous avons développé les outils pour analyser les transferts de bruit en termes d'EVM.

La mesure des bruits de phase et d'amplitude réels de la porteuse laser permettra de nourrir la simulation avec des paramètres plus proches du dispositif expérimental visé et prédire la performance du système global en termes d'efficacité de communication. La simulation permettra de prévoir les performances du système avec des constellations de degrés plus élevés.

Cette étude est réalisée dans le cadre du projet ANR COM'TONIQ (ANR-13-INFR-0011).

RÉFÉRENCES

- [1] D. J. Thomson, « Spectrum estimation and harmonic analysis », *Proc. IEEE*, vol. 70, n° 9, p. 1055-1096, sept. 1982.
- [2] M. Kunt, *Traitement Numérique des Signaux*, vol. XX. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- [3] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet, et A. Le Floch, « Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry-Perot cavity. Application to the measurement of high finesses », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, n° 11, p. 2811-2817, nov. 1997.
- [4] D. B. Percival et A. T. Walden, *Spectral Analysis for Physical Applications: multitaper and conventional univariate techniques*. Cambridge university press, 1993.