



HAL
open science

Modèle de la réponse temporelle de la dispersion chromatique

François Bondu, Mehdi Alouini

► **To cite this version:**

François Bondu, Mehdi Alouini. Modèle de la réponse temporelle de la dispersion chromatique. optique Bretagne 2015, Jul 2015, RENNES, France. , 2015, Journées nationales de l'optique guidée. hal-01230942

HAL Id: hal-01230942

<https://hal.science/hal-01230942>

Submitted on 19 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Introduction

Modélisation d'enveloppe

- Débit signal \ll fréquence porteuse
- Signal $s(t) = s_0 (1 + m(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi(t))$
- Enveloppe $e(t) = e_0 (1 + m(t)) \exp(i\varphi(t))$

Modélisation temporelle

- Possibilité d'ajout d'éléments non linéaires
- Séquences temporelles de longueur arbitraire

Applications

- Transport de signaux sur fibre
- Transport d'oscillateurs locaux
- Adaptation possible à la traversée de milieux gazeux denses en spectroscopie par transmission
- ANR COM'TONIQ ANR-13-INFR-001 :
 - débit 2x28 Gb/s (QAM4, deux signaux en quadrature)
 - sur porteuse à 280 GHz
 - portée 1 km

Dispersion chromatique

$$\varphi(f) = \frac{1}{2} \beta_2 L (2\pi f)^2$$

f fréquence d'écart à la porteuse, L longueur traversée
 $\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \approx 23 \text{ ps}^2/\text{km}$ fibre SMF avec β constante de propagation

Dispersion chromatique fibre SMF

$$D_\lambda = \frac{dT_g}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx 18 \text{ ps/nm.km}$$

Méthodes connues

FFT – split step method

Taha et Ablowitz 1984 J. Comput. Phys. 55 (2)

FFT pour équation de Schrödinger non linéaire

- Impulsions en début et fin de séquence
- Spectre brouillé par la FFT sans apodisation
→ bruit numérique si signal faible ?

Si découpage temporel en tronçons
→ artefacts impulsionnels à chaque tronçon

Abel 2006

Abel et Smith, Proc. DAFx-06, Montréal

Modélisation pour réverbérateurs acoustiques :

- Produit de filtres passe-tout
→ réponse quadratique en fréquence
seulement si $\varphi \gg \pi$, donc pas adapté

Savory 2008

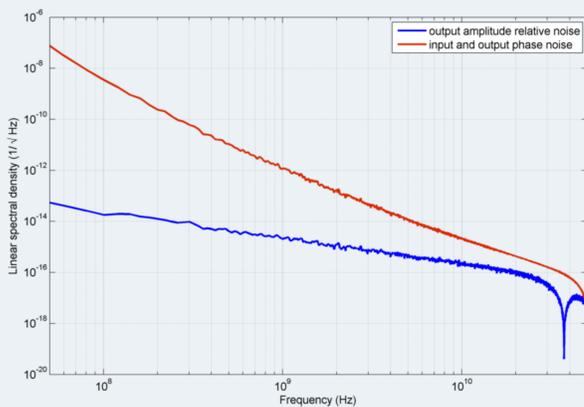
Savory Opt. Express, vol. 16, 2008

Approximation par filtre à réponse impulsionnelle finie

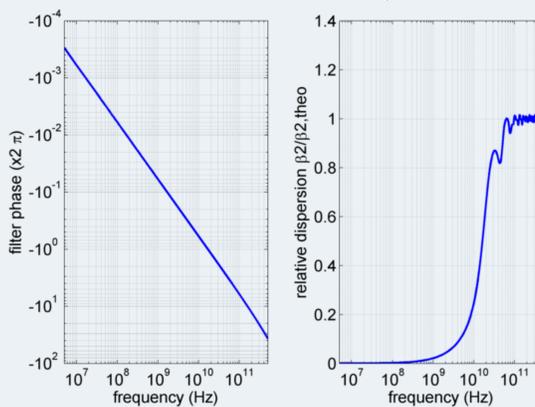
Dispersion → IFFT → sectionnement en temps pour fréquence instantanée = fréquence de Nyquist

- Sectionnement en temps non équivalent à sectionnement en fréquence → convolution sinc()
- Fort désaccord pour $f \neq \frac{k}{NT_s}$ (y compris dispersion avec signe inversé), classique des filtres à réponse impulsionnelle finie : inadapté à simulation non linéaire ou données réelles

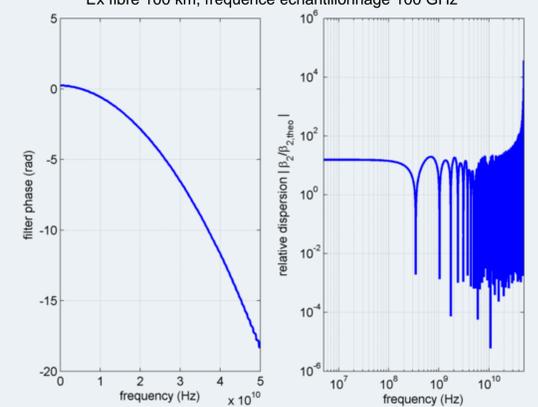
Exemple couplage phase-amplitude par dispersion
Fréquence d'échantillonnage 100 GHz, 5 km fibre



Ex fibre 430 m, fréquence échantillonnage 1 THz



Ex fibre 100 km, fréquence échantillonnage 100 GHz



Méthode proposée

Transformée en Z d'un signal échantillonné

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) z^{-k}$$

données temporelles $x(k)$, $k \in \mathbb{Z}$, échantillons réels,
 $z = \exp(i2\pi f T_s)$ avec T_s période d'échantillonnage

Filtrage par équation aux différences

$$Y(z) = h(z)X(z) \text{ avec } h(z) = \frac{b_0 + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}$$

$$\Leftrightarrow y(n) = b_0 x(n) + \dots + b_M x(n-M) - a_1 y(n-1) - \dots - a_N y(n-N)$$

Filtrage temporel par système linéaire invariant dans le temps

- Compatible avec insertion de non-linéarités
- Réalisation possible avec processeur de signal numérique

Approximant rationnel (de Padé) $[p, p]$ de fonction $f(x)$

$$f(x) = \frac{1 + x + \dots + x^m}{1 + x + \dots + x^n} + \mathcal{O}(x^{m+n+1})$$

Pour implémenter une équation aux différences on cherche une approximation $[n, n]$ de

$$\exp\left[-i \frac{1}{2} \beta_2 L \ln^2(z) / T_s^2\right]$$

Approximants de Padé successifs de $\exp(x)$ et $\ln(z)$

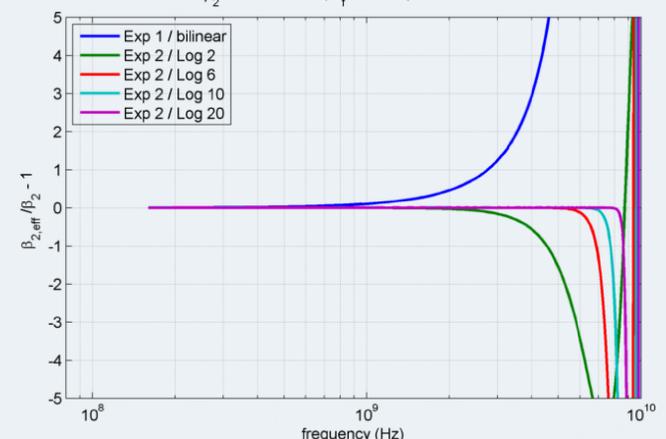
- Approximant $[n, n]$ de $\exp(x)$ L. Baratchart et al. *Can. J. Math.*, 47, 1995
- Approximant $[m, m]$ de $\ln(x)$ W. Chu, *J. Approx. Theory* 137, 2005
- Approximant $\ln(z)$ ordre 1 = transformée bilinéaire
- Approximant $\ln(z)$ ordre > 1 : pôles stables et pôles instables
 - Écriture en produit de fractions rationnelles $R_1(z)R_2(z)$ qui sépare les pôles stables des pôles instables
 - Pôles instables : $Y(z) = R_2(z)X(z) \Leftrightarrow Y\left(\frac{1}{z}\right) = R_2\left(\frac{1}{z}\right)X\left(\frac{1}{z}\right) \Leftrightarrow$ retournement de $x(k)$ et $y(k)$

→ Les pôles instables deviennent stables par retournement temporel

Chen et Parr, 1994 *Third Annual International Conference on Universal Personal Communications*

→ On a des réponses impulsionnelles en début et en fin de séquence, comme la FFT.

$\beta_2 = 2 \cdot 10^{-26} \text{ s}^2/\text{m}$, $L_f = 200 \text{ m}$, $F_s = 20 \text{ GHz}$



Approximation raisonnable avec

- ordre 2 pour la fonction $\exp(x)$
- ordre 10 pour $\ln(x)$

Conclusion

Modélisation réaliste de la dispersion par équation aux différences

- Développement au-delà de la transformée bilinéaire
- Valide pour de très longs échantillons où la FFT n'est pas possible
- Valide y compris pour de faibles déphasages
- Valide sur 70% de la bande de fréquence
bien mieux que les autres méthodes dans le domaine temps

Perspective

- Comparer bruits numériques avec FFT en particulier dans le cas de faibles bruits de phase, sur double porteuse bifréquence